Chapitre 2

B.CONDUCTEURS ELECTRIQUES

I. CONDUCTEURS EN EQUILIBRE ELECTROSTATIQUE

I.1. Définition

-Un conducteur est un corps à l'intérieur duquel les charges libres peuvent se déplacer.
-Un conducteur est dit en équilibre électrostatique si toutes ses charges sont immobiles ; c'est-à-dire que les charges intérieures ne sont soumises à aucune force.

I.2 Propriétés des conducteurs en équilibre

a- Le champ électrique est nul à l'intérieur d'un conducteur en équilibre

Si E n'était pas nul, chaque libre serait soumise à une force $\vec{F} = q\vec{E}$, et se déplacerait : le conducteur ne serait plus en équilibre.
Pour la même raison, le champ à la surface du conducteur doit être perpendiculaire à cette surface, car s'il y avait une composante parallèle, les charges libres migreraient sur la surface du conducteur.

b- Le conducteur en équilibre constitue un volume équipotentiel

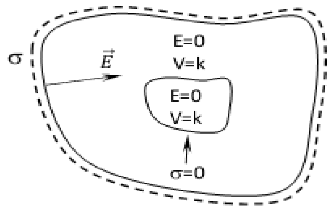
En effet, la différence de potentiel (*ddp*) entre deux points quelconques M et M' st définie par $dV = -\vec{E}.\vec{MM'}$, or E=0 pour un conducteur en équilibre $\Rightarrow$ V=cte.
Comme le potentiel est le même en tous les points du conducteur, la surface externe est une surface équipotentielle. On retrouve bien que le champ est normal à cette surface.

c- La charge est nulle en toute région interne au conducteur. La charge est localisé en surface

Le champ E est nul en tout point M intérieur au conducteur, le flux $\boxed{\Phi = \oiint_S \vec{E} \bullet d\vec{S}}$ est donc nul à travers toute surface fermée intérieure au conducteur et entourant M.
D'après le théorème de Gauss, la charge intérieure à cette surface est nulle.
Les charges se répartissent donc uniquement sur la surface du conducteur (en réalité une surface occupant une épaisseur de quelques couches d'atomes).

Remarque

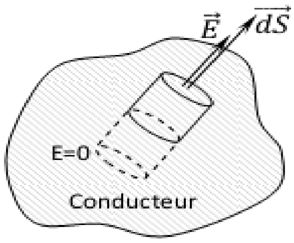
Les mêmes résultats sont encore valables pour un conducteur creux. Le champ est nul dans le conducteur et la cavité qui constitue un même volume équipotentiel.
Les charges sont localisées à la surface externe du conducteur.



d- Relation entre le champ au voisinage immédiat d'un conducteur et la charge électrique superficielle

Le flux électrique se compose de 3 termes :

- Flux à travers la surface latérale (nul) ($\boxed{\vec{E} \perp d\vec{S}}$)
- Flux à travers la base intérieure (nul) (E=0)
- Seule subsiste le flux à travers la base extérieure : $\boxed{d\Phi = \vec{E} \bullet d\vec{S}}$



e - Pression électrostatique

Les charges à la surface d'un conducteur sont soumises à des forces répulsives de la part des autres charges. La force exercée par unité de surface, ou pression électrostatique, peut se calculer en multipliant le champ électrique moyen sur la surface du conducteur par la charge par unité de surface.

Le champ électrique moyen est d'après ce qui précède : $E_m = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

La pression électrostatique vaut : $p = \sigma E_m = \dfrac{\sigma^2}{\varepsilon_0}$

I. **3. Capacité propre d'un condensateur seul dans l'espace**

Sur un conducteur isolé dans l'espace, déposons une charge q : il en résulte en tout point de l'espace une charge q'= α q, on aura en tout point de l'espace, un champ , puisque E et q sont proportionnels et ceci est vrai en particulier sur le conducteur dont le potentiel est V. On écrit ceci sous la forme : $\vec{E}' = \alpha.\vec{E}$, puisque E et q sont proportionnels et ceci est vrai en particulier sur le conducteur dont le potentiel est V.
On écrit ceci sous la forme : Q=CV
La constante de proportionnalité C est appelée capacité propre du conducteur isolé :

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Coulomb}{volt} = Farad$$

Le farad est une unité très grande, on utilise des sous multiples :

- le microfarad : 10^{-6} F (µF)
- le nanofarad : 10^{-9} F (nF)
- le picofarad : 10^{-12} F (pF)

Exemple

Calcul de la capacité propre d'un conducteur sphérique.

Soit une sphère de rayon R. En un point quelconque situé à une distance r du centre, le potentiel est donné par : $C = K\dfrac{Q}{r}$

Sur la surface de la sphère (r=R) $V = K\dfrac{Q}{R} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{R}$ d'où $C = \dfrac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R$

Ordre de grandeur

- La capacité de la terre (R=6400Km) est C=710 µF

-Une sphère de 10 cm de rayon, portée à un potentiel de 1000 V par rapport au sol, emmagasine une charge de 10 nC (sa capacité étant de 10 pF).

I.4. Energie interne d'un conducteur chargé seul dans l'espace

Soit C la capacité propre du condensateur, Q sa charge et V son potentiel dans un état d'équilibre donné.

-L'énergie interne est mesurée par le travail qu'il faut fournir pour charger le conducteur -Ou bien par le travail des forces électrostatiques mis en jeu au cours de la décharge du conducteur

-Ou encore, elle représente la somme des variations d'énergie potentielle subies par toutes les charges au cours de la charge du conducteur.

Partant de l'énergie potentielle élémentaire donnée :

$$dE_p = Vdq \Rightarrow E_p = \int_0^Q Vdq$$

or

$$q = CV ; V = \frac{q}{C}$$

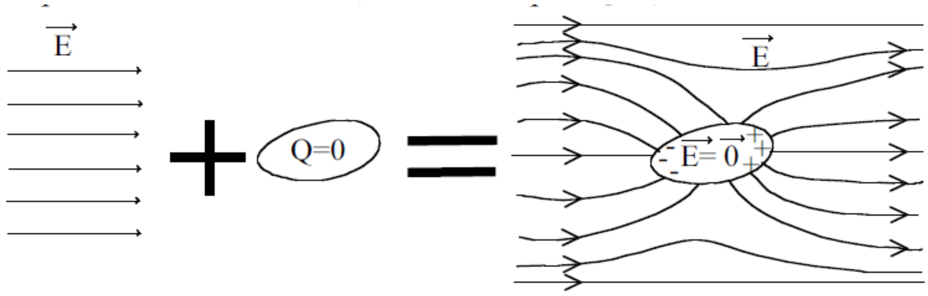
$$E_p = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

Il s'ensuit donc que : $E_p = \dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C} = \dfrac{1}{2}CV^2 = \dfrac{1}{2}QV$ (Cette énergie est positive >0)

II-Phénomène d'influence électrostatique

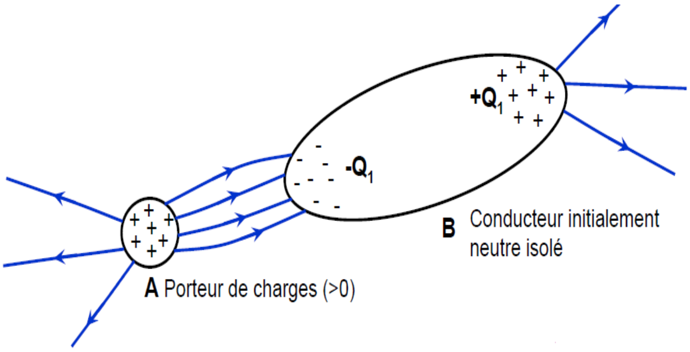
II-1.Influence d'un conducteur neutre et isolé

Soit un conducteur neutre (Q=0) placé dans une région où il existe un champ uniforme E. Les charges sont libres de se déplacer : déplacement de charges positives dans la direction de E et de charges négatives (électrons) dans la direction opposée. On obtient alors une polarisation du conducteur (création de pôles + et -), se traduisant par une distribution surfacique σ non uniforme (mais telle que Q=0).

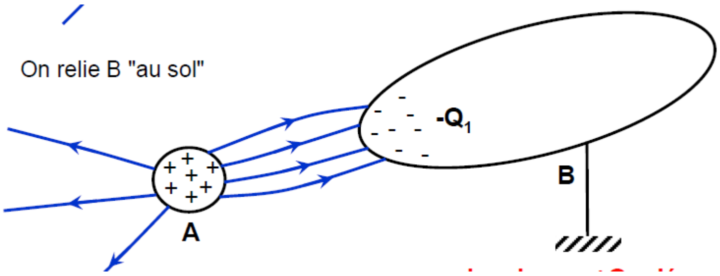


II-2.Influence partielle

La présence de A modifie la répartition des charge de B : Charge $-Q_1$ attirée par la charge >0 de A et Charge $+Q_1$ va du coté opposé. On dit que B est influencé par A. L'influence est dite dans ce cas **partielle**, car certaines lignes de champ issues de A n'atteignent pas B.



-Si **B est relié au sol**, le sol et le conducteur forment un seul conducteur et les charges positives sont repoussées dans le sol. Le potentiel du conducteur reste nul : aucune ligne de champ ne quitte B.



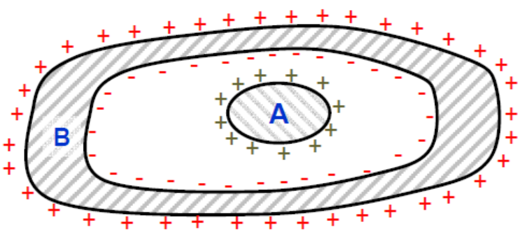
II-3.Influence totale

Considérons le cas ou le conducteur A est complètement entouré par B.

<u>-Si A et B sont initialement neutres,</u> rien ne se passe.

-Si on apporte des charges sur B (en le mettant au potentiel V), les charges se répartissent sur la surface extérieure de B et rien n'a changé à l'intérieur.

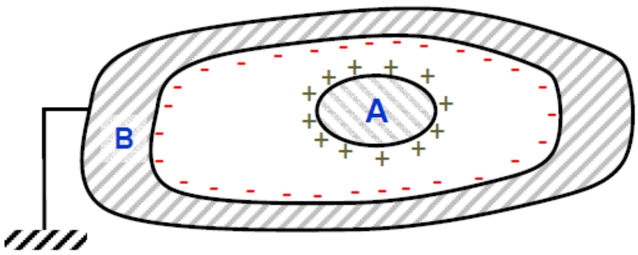
Le conducteur A est protégé de toute influence, c'est l'effet d'écran électrostatique.



-Si on apporte des charges sur A (en le reliant au potentiel V) et B reste isolé:

Par influence la face interne de B portera des charges négatives. Comme **B** est neutre, il ya aura apparition des charges positives sur sa face externe.
$\boldsymbol{Q_A} = -\boldsymbol{Q_{Bint}}$ éléments correspondants $\boldsymbol{Q_{Bext}} + \boldsymbol{Q_{Bint}} = \mathbf{0}$ $\boldsymbol{Q_{Bext}} = \boldsymbol{Q_A}$
Ce résultat ne dépend pas de la position de A à l'intérieur de B.

-**Si B est relié au sol :**
On a toujours Q_A sur **A** donc par influence totale :
$-Q_A = Q_{Bint}$
Mais $Q_{Bext} = 0 \rightarrow$ les charges extérieures s'écoulent au sol.Le champ électrique $E_{Aint} = 0$, $E_{Bint} = 0$, $E_{Bext} = 0$ (à $(extérieur\ de\ \boldsymbol{B})$ mais entre **A** etB , $E\ entre\ \boldsymbol{A}\ et\ B \neq 0$.

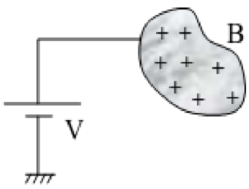


Si on amène des charges sur B :
La charge intérieure de A restant la même; on a la même influence totale entre A et B $\rightarrow$ seule la charge extérieure de B change.
Les charges externes sont sans influence sur l'état électrique à l'intérieure de B : Ecran électrostatique.

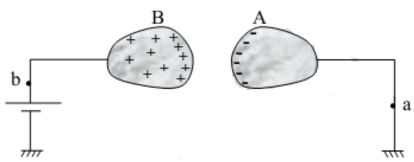
II. Condensateurs

II.1 Définition

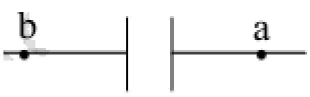
Un condensateur B de capacité C est maintenu à un potentiel constant V (V>0 par exemple). Il porte, donc, une charge Q, telle que Q=C V



Approchons de B un conducteur A maintenu à un potentiel constant (0 par exemple). B influence A sur le quel apparaissent des charges négatives.
Ces charges <0 influencent à leurs tour le conducteur B sur lequel de nouvelles charges >0 apparaissent.
Il n'y a pas eu, proprement parlé, créations de charges sur B, c'est le générateur qui en a assuré le transport.

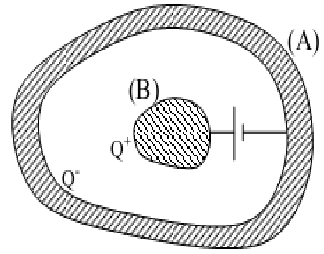


Ainsi, à l'équilibre, du fait de la présence de A, le conducteur B porte plus de charge que lorsqu'il était seul. Il y a eu condensation de l'électricité sur B et sa capacité a augmenté. On obtient donc un condensateur (formé des condensateurs A et B), représenté schématiquement par :



n pratique, on réalise un condensateur en utilisant 2 conducteurs en influence totale. Les charges Q_a et Q_b sont égales et de signe contraire.

$|Q_a| = |Q_b| = Q$ charge du condensateur



Si V est la différence de potentiel entre A et B, on peut montrer que Q=C V

$\frac{Q}{V}$ = constante=C (capacité du condensateur)

II.2. Calcul de la capacité d'un condensateur

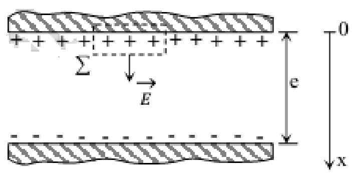
Méthode

- Calculer le champ en tout point intérieur au condensateur
- Déduire, par circulation du champ, la différence de potentiel entre les condensateurs
- Effectuer le rapport $\frac{Q}{V} = C$

Exemples

a. Condensateur plan

Il est constitué théoriquement de deux conducteurs dont les faces en regard sont des plans parallèles indéfinis en influence total. En pratique, il suffira que l'épaisseur *e*, soit petite par rapport à la dimension des plaques

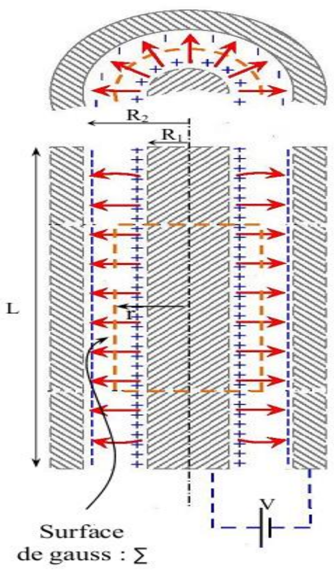


$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = cste \text{ (théorème de Gauss,surface} \Sigma)$$

$$dv = -\vec{E}d\vec{l} = -Edx \Rightarrow v = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} e \quad (\sigma = \frac{Q}{S})$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$$

b. Condensateur cylindrique



Il est composé de deux cylindres coaxiaux, rayons R_1 et R_2 avec $R_2 > R_1$

∑ est la surface de gauss,

∑ est un cylindre de rayon r avec $R_1 < r < R_2$

Théorème de gauss :

$$\boxed{\Phi = \iint \vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}}$$

$\Phi = \Phi_{SB} + \Phi_{SL}$; Φ_{SB} : flux dans la surface de base

Φ_{SL} : flux dans la surface latérale

$$\Phi = \Phi_{SL} = \iint_S \vec{E}.d\vec{S}_L = ES_L = 2\pi r L = \frac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q}{2\pi r L \varepsilon_0}$$

$$\vec{E} = grad\vec{V} \Rightarrow E = -\frac{dV}{d\vec{r}} \Rightarrow dV = -\vec{E}.d\vec{r} = -E.dr = \int_1^2 -dV = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{2\pi r L\varepsilon_0} dr \Rightarrow V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi r L\varepsilon_0} \log\frac{R_2}{R_1}$$

La capacité est donnée par $C = \frac{Q}{V}$

$$V = V_1 - V_2 \Rightarrow = C = \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{2\pi L\varepsilon_0}{\log\frac{R_2}{R_1}}$$

D'autre part, on sait que R_2-R_1=e, puisque e est très faible, on peut admettre que $R_2 \approx R_1 = R$.

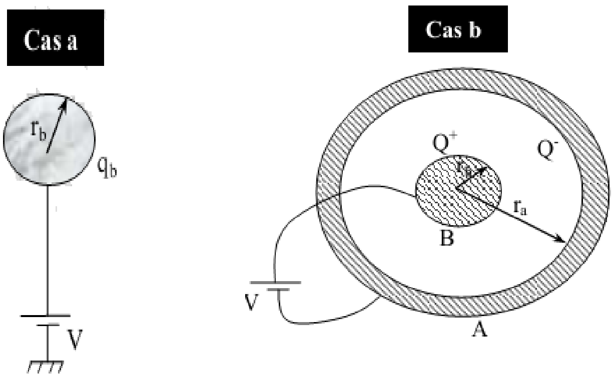
Il vient : $Log\frac{R_2}{R_1} = Log\frac{R+e}{R} = Log(1+\frac{e}{R})$

Etant donné que $Log(1+\varepsilon) et \frac{e}{R} \cong \varepsilon$ alors $Log(1+\frac{e}{R}) \cong \frac{e}{R} \Rightarrow C = \frac{2\pi\varepsilon_0 LR}{e}$

S= $2\pi LR$: la surface de l'armature, il vient $C = \frac{S\varepsilon_0}{e}$

Remarque

Deux conducteurs en influence (condensateur) ont une capacité plus grande qu'un conducteur de surface équivalente. L'exemple suivant prouve cette affirmation :



Cas (a)

Une sphère de rayon r_b, portée à un potentiel V par rapport au sol, porte une charge : $q_b = 4\pi\varepsilon_0 r_b V, C = \frac{q_b}{V_b} = 4\pi\varepsilon_0 r_b$

Cas (b)

Condensateur sphérique

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2} = k\frac{Q}{r^2} \quad (r_b<r<r_a)$$

V, pris identique au cas (a), est donné par :

$$V_A - V_B = V = kQ\frac{r_a - r_b}{r_a r_b}$$

$$Q = \frac{r_a r_b V}{k(r_a - r_b)}$$

Or $V = \dfrac{q_b}{4\pi\varepsilon_0 r_b} = k\dfrac{q_b}{r_b} \quad \Longrightarrow \quad Q = \dfrac{r_a}{(r_a - r_b)} q_b \succ q_b$

Ainsi, avec un même générateur de tension, la charge Q emmagasinée sur le condensateur est supérieur à celle de la sphère B seule et ceci d'autant plus que les conducteurs A et B sont plus rapprochés.

II.3. Energie électrique d'un condensateur

Elle se calcule de la même manière que dans le cas des conducteurs

$$w = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$$

II.4. Associations de condensateurs

II.4.1. Association en parallèle

Tous les condensateurs sont soumis à la même ddp : V, ils portent alors les charges

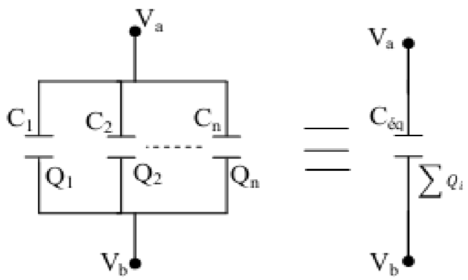
$Q_1 = C_1V, Q_2 = C_2V ....Q_n = C_nV$

$\sum Q_i = \sum C_i V$, tout se passe comme si on avait

Un seul condensateur de capacité $C_{éq} = \sum C_i$

et qui emmagasinerait une charge $Q = \sum Q_i$

$C_{éq} = \sum C_i$



II.4.1. Association en série

Il apparait sur chaque condensateur une charge Q et par suite, on peut écrire

$Q_1 = C_1V_1,\ V_1 = Q/C_1$

$Q_2 = C_2V_2,\ V_2 = Q/C_2$

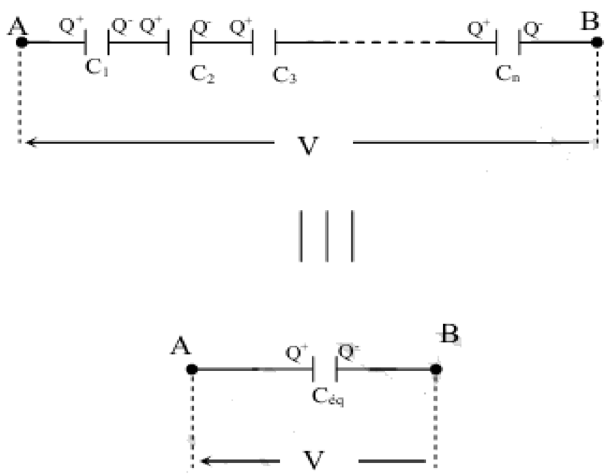
$Q_n = C_nV_n,\ V_n = Q/C_n$

$V = V_1 + V_2 + ...V_n$

$$V = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ...\frac{1}{C_n}\right) = \frac{Q}{C_{éq}}$$

Et par suite :

$$\frac{1}{C_{éq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ...\frac{1}{C_n}) = \frac{1}{C_{éq}}$$



III. Application

Exercice

Un générateur de tension continue et trois condensateurs sont assemblés comme indiqué sur la figure ci-dessous:

C_1 = 30 µF, C_2= 10 µF : C_3= 5µF, U= 3V.

Quelles sont les charges, Q_1, Q_2, Q_3 que portent les trois condensateurs ?