

اختبار الدورة العادية في مادة اتخاذ القرار

التعريف الأول [7 علامات]

مؤسسة اقتصادية تنتج السلعة A وفقا لدالة الإنتاج ذات الصيغة التالية: $Q_A = KL$

وميزانية الإنفاق لإنتاج هذه السلعة هي $TC = 80$ ، وأسعار عاملي الإنتاج: $p_K = 5$ ، $p_L = 10$.

- 1- احسب توليفة عوامل الإنتاج (K^*, L^*) التي تعظم الإنتاج الكلي Q_A .
- 2- ما مقدار الربح الذي تحققه المؤسسة في هذه الحالة إذا كان سعر السلعة A في السوق $p_A = 15$ ؟

التعريف الثاني [7 علامات]

إذا توافر لديك البرنامج الخطي الآتي:

Objective function: $\text{Max } z = 18.5x_1 + 20x_2$

$$\begin{cases} 0.05x_1 + 0.05x_2 \leq 1100 \\ 0.05x_1 + 0.10x_2 \leq 1800 \\ 0.10x_1 + 0.05x_2 \leq 2000 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

- 1- حدد بيانيا التوليفة (x_1^*, x_2^*) التي تعظم دالة الهدف Z.
- 2- مستخدما الطريقة الجبرية، ما هي الكميات المستنفذة والكميات غير المستنفذة في هذا البرنامج؟

التعريف الثالث [7 علامات]

تمثل القيم في الجدول الآتي الأرباح المتوقعة (بالآلاف الدولارات) لكل بديل في حال تحقق أي من حالات الطبيعة الأربعة.

	N_4	N_3	N_2	N_1	حالات الطبيعة البديل
	20	20	20	20	S_1
	60	60	40	00	S_2
	120	60	30	10	S_3

وكان معيار التفاؤل هو (70%، 30%)

المطلوب: اختيار البديل الأفضل في كل حالة، وذلك باستخدام المعايير الخمسة التي درست.

بالتوفيق والنجاح للجميع

اعداد الدكتور: إبراهيم رحيم

تصبح اختبار الدورة العادية في مادة اتخاذ القرار

حل التصيين الأول [7 علامات]

(أ) حساب توليفة عوامل الإنتاج (K^*, L^*) التي تعظم الإنتاج الكلي Q_A .

(ب) تكتب دالة لاغرانج على الشكل: $\mathcal{L}(K, L, \lambda) = K \times L + \lambda(80 - 5K - 10L)$

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} L - 5\lambda = 0 & \dots (1) \\ K - 10\lambda = 0 & \dots (2) \\ 80 - 5K - 10L = 0 & \dots (3) \end{cases}$$

(ت) الشرط اللازم:

(ج) بقسمة (1) على (2) نجد $K = 2L$ $\Leftrightarrow \frac{L}{K} = \frac{5}{10}$ وبالتعويض في (3) نجد: $L = 4, K = 8$

إذن توليفة عوامل الإنتاج التي تجعل الإنتاج الكلي Q_A أمثلها هي: $(K^*, L^*) = (8, 4)$

(د) الشرط الكافي: حساب المحدد الهيسي المكون من المشتقات الجزئية من الرتبة الثانية:

$$\begin{vmatrix} \mathcal{L}_{KK} & \mathcal{L}_{LK} & \mathcal{L}_{\lambda K} \\ \mathcal{L}_{KL} & \mathcal{L}_{LL} & \mathcal{L}_{\lambda L} \\ \mathcal{L}_{K\lambda} & \mathcal{L}_{L\lambda} & \mathcal{L}_{\lambda\lambda} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -5 \\ 1 & 0 & -10 \\ -5 & -10 & 0 \end{vmatrix}$$

(ح) حساب المحددين: Δ_1 و Δ_2 حيث: $\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1 < 0$ و $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -5 \\ 1 & 0 & -10 \\ -5 & -10 & 0 \end{vmatrix} = 100 > 0$

إذن الشرط الكافي محقق، وبالتالي فإن أقصى إنتاج عند التوليفة $(K^*, L^*) = (8, 4)$ هو: $Q_A = 8 \cdot 4 = 32$

(ح) مقدار الربح الذي تحققه المؤسسة في هذه الحالة إذا كان سعر السلعة A في السوق $p_A = 15$

نعلم أن: $\pi = TR - TC = p_A Q_A - TC$

ومنه: $\pi = 15 \cdot 32 - 80 = 480 - 80 = 400$

حل التصيين الثاني [7 علامات]

$$\text{Max } z = 18.5x_1 + 20x_2$$

$$\begin{cases} 0.05x_1 + 0.05x_2 \leq 1100 \dots (1) \\ 0.05x_1 + 0.10x_2 \leq 1800 \dots (2) \\ 0.10x_1 + 0.05x_2 \leq 2000 \dots (3) \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

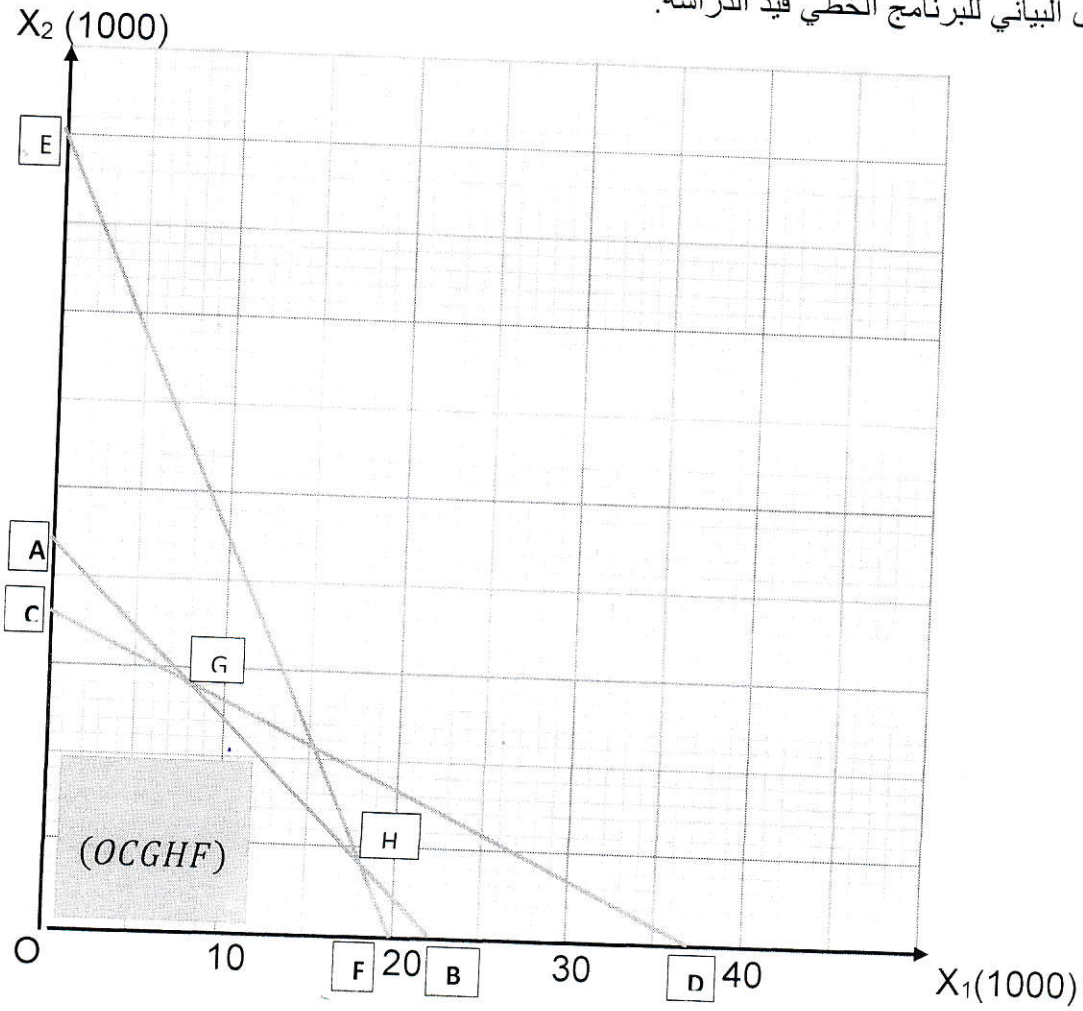
1- حدد بيانيا التوليفة (x_1^*, x_2^*) التي تعظم دالة الهدف Z .

(أ) معالجة القيود كأنها معادلات مستقيمات في المستوى

• القيد (1) يصبح: $0.05x_1 + 0.05x_2 = 1100$ ، معادلة مستقيم يمر بالنقطتين:

$$B(2200, 0), A(0, 22000)$$

- القيد (2) يصبح: $0.05x_1 + 0.10x_2 = 1800$ ، معادلة مستقيم يمر بالنقطتين:
 $D(36000,0)$. $C(0,18000)$
 - القيد (3) يصبح: $0.10x_1 + 0.05x_2 = 2000$ ، معادلة مستقيم يمر بالنقطتين:
 $F(20000,0)$. $E(0,40000)$
- التمثيل البياني للبرنامج الخطي قيد الدراسة:



24

(ب) تحديد منطقة الحلول الممكنة: تركز الطريقة البيانية على النقط المتطرفة لمنطقة الحلول المثلى والمتمثلة في المضلع (OCGHF) من أجل تعظيم دالة الهدف Z.

حيث: $(H) \begin{cases} 0.05x_1 + 0.10x_2 = 1800 \\ 0.10x_1 + 0.05x_2 = 2000 \end{cases}$ و $(G) \begin{cases} 0.05x_1 + 0.05x_2 = 1100 \\ 0.05x_1 + 0.10x_2 = 1800 \end{cases}$

أي أن $H(18000,4000)$ و $G(8000,14000)$

النقطة المرشحة للحل الأمثل: هي النقطة التي تعظم دالة الربح: $\text{Max } z = 18.5x_1 + 20x_2$

1

النقط المتطرفة	دالة الهدف: $Z = 18.5x_1 + 20x_2$
O(0; 0)	$Z = 18.5(0) = 20(0) = 0$
C(0; 18000)	$Z = 360000$
G(8000; 14000)	$Z = 428000$
H(18000; 4000)	$Z = 413000$
F(20000; 0)	$Z = 370000$

4,5

إذن التوليفة (x_1^*, x_2^*) التي تعظم دالة الهدف Z هي: $(8000; 14000)$
 2- استخدام الطريقة الجبرية، لمعرفة أي الكميات المستنفذة والكميات غير المستنفذة في هذا البرنامج.
 بعد الحل البياني للبرنامج الخطي، نكمل الحل الجبري بتحويل البرنامج وإدخال المتغيرات المستنفذة، حيث يكون:

$$\begin{aligned} \text{Max } z &= 18.5x_1 + 20x_2 \\ (*) \begin{cases} 0.05x_1 + 0.05x_2 + S_1 = 1100 \dots (1) \\ 0.05x_1 + 0.10x_2 + S_2 + 1800 \dots (2) \\ 0.10x_1 + 0.05x_2 + S_3 + 2000 \dots (3) \end{cases} \\ x_1, x_2, S_1, S_2, S_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

2

لدينا من خلال الحل البياني أن: $(x_1, x_2) = (8000, 14000)$.
 عندئذ: بالتعويض في البرنامج المحول (*) نحصل على ما يلي: $S_1 = 0, S_2 = 0, S_3 = 500$
 إذن الكميات المستنفذة هما المدخلين S_1, S_2 وبقي من المدخل S_3 الكمية 500 وحدة

حل التعيين الثالث [7 علامات]

اختيار البديل الأفضل في كل حالة، وذلك باستخدام المعايير الخمسة التي درست.

العوائد الدنيا	البدائل
20	S_1
00	S_2
10	S_3

1- معيار التشاؤم

(أ) اختيار أدنى العوائد لكل بديل

(ب) نختار البديل الذي يحقق أعلى عائد: $S_1 = 20$

1

2- معيار التفاؤل

(أ) اختيار أعلى العوائد لكل بديل

(ب) نختار البديل الذي يحقق أعلى عائد: $S_3 = 120$

1

العوائد العليا	البدائل
20	S_1
60	S_2
120	S_3

3- المعيار التوفيق

التفاؤل (0.7)	التشاؤم (0.3)	البدائل
20	20	$S_1 = 20(0,3) + 20(0,7) = 20$
60	00	$S_2 = 0(0,3) + 60(0,7) = 42$
120	10	$S_3 = 10(0,3) + 120(0,7) = 87$

إذن أفضل بديل هو $S_3 = 87$

2,5

العوائد	البدائل
$\bar{X}_1 = (20 + 20 + 20 + 20)/4 = 20$	S_1
$\bar{X}_2 = (00 + 40 + 60 + 60)/4 = 40$	S_2
$\bar{X}_3 = (10 + 30 + 60 + 120)/4 = 55$	S_3

4- معيار لايلاس

أ) نحسب المتوسط الحسابي لكل بديل

ب) أفضل بديل هو الذي يحقق أعلى عائد $S_3 = 55$

1

N_4	N_3	N_2	N_1	حالات الطبيعة	البدائل
100	40	20	00		S_1
60	00	00	20		S_2
00	00	10	10		S_3

5- معيار الندم (سافاج)

أ) طرح قيم كل عمود من أكبر قيمة في العمود نفسه

ب) اختار أكبر ندم في كل بديل

ت) أفضل بديل هو أدناها: $S_3 = 10$

2

أقصى ندم	البدائل
100	S_1
60	S_2
10	S_3

انتهى

اعداد الدكتور: إبراهيم رحيم