# CHAPITRE I : HYDROSTATIQUE.

## I.1 Introduction:

L'hydrostatique est une branche de l'hydraulique qui étudie les fluides en état d'équilibre (en repos) c à d, $\vec{v} = 0$, et son interaction avec les corps solides, dans le souci d'établir les équations permettant de déterminer la valeur de la pression en n'importe quel point du liquide sous l'action des forces extérieures (pesanteur).

## I.2 Pression :

Le terme de pression s'applique aux efforts d'une force agissant sur l'ensemble d'une surface. La force peut être exercée par un solide, un liquide ou un gaz, nous supposons tout d'abord le liquide de fluidité parfaite. C à d (absences de viscosité).

### I.2.1 *Première propriété de la pression:*

La pression agit sur la surface extérieure est toujours dirigée normalement à la surface et vers l'intérieur du volume du liquide considéré.

### I.2.2 *Propriétés de la pression en un point (fluidité parfaite):*

Par le point A, faisons passer trois axes rectangulaires $A_x$, $A_y$ et $A_z$ arbitrairement choisis (Fig. I.1) coupons ce tétraèdre par un plan B.C.D infiniment voisin de A.

Posons: Aire BCD = dw

Aire ACD = $dw_x$

Aire ABD = $dw_y$

Aire ABC = $dw_z$

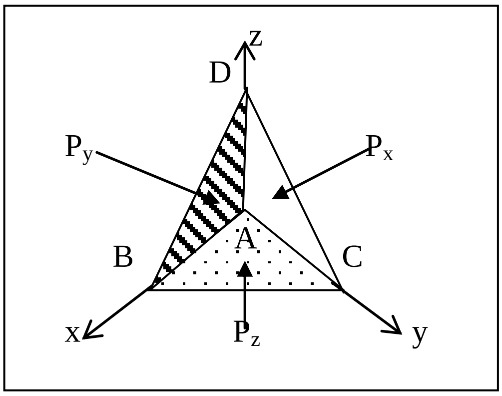



Fig. I. 1

Soit $\alpha, \beta$ et $\delta$ les angles que fait la normale à BCD respectivement avec les trois axes $A_x$, $A_y$ et $A_z$

La pression totale sur dw sera dP= pdw.

Soit $P_x$, $P_y$, $P_z$, $dP_x$, $dP_y$, et $dP_z$ les éléments homogènes sur les autres faces du tétraèdre élémentaire ABCD.

On a
$$\begin{cases} dP_x = P_x\, dw_x \\ dP_y = P_y\, dw_y \\ dP_z = P_z\, dw_z \end{cases}$$

dP, $dP_x$, $dP_y$, et $dP_z$ sont normales aux forces du tétraèdre sur lesquelles elles s'appliquent

Le tétraèdre élémentaire ABCD est équilibré sous l'action des forces suivantes :

1 $\longrightarrow$ les forces de pression que nous avons définie ($P$, $P_x$, $P_y$, $P_z$)

2 $\longrightarrow$ son poids.

3 $\longrightarrow$ Les forces d'inertie, s'il y a mouvement.

Les pressions sont des infiniment petites de l'ordre des surfaces, le poids (mg) et les forces d'inertie ($-m\gamma$) sont des infiniment petits de l'ordre des volumes, on peut donc les négliger devant la pression, ce qui revient à écrire que la pression sur quatre faces du tétraèdre se font équilibre.

La projection de ces forces de pression sur l'axe $A_x$ est :

$-dP \cos\alpha + dP_x = 0$ ou $P dw \cos\alpha = P_x\, dw_x = P_x\, dw \cos\alpha \quad \Rightarrow\ P = P_x$

En projetant sur les autres axes $A_y$ et $A_z$ on obtient: $P = P_y$ et $P = P_z$

Rapprochons indéfiniment le plan BCD du point A, on le maintient parallèle à lui même, à la limite lorsque le plan ABC contient A, les pressions $P_x$, $P_y$, $P_z$ et P toujours égaux entre elles, deviennent la pression au point A dans les quatre directions normales aux faces du tétraèdre:

$$P_x = P_y = P_z = P \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots I.1$$

On peut donc annoncer le théorème fondamental de Pascal : *Dans un liquide de fluidité parfaite, en équilibre ou en mouvement la pression en un point est la même dans toutes les directions autours de ce point.*

La pression donc une grandeur scalaire; elle ne dépend que de la position du point et non de l'orientation (x, y, z).

### I.3 Equation fondamentale de la statique des fluides:

Soit OX, OY, OZ, trois axes de coordonnées rectangulaires auxquels nous reporterons les points de la masse fluide (Fig. I.2)

Considérons dans cette masse fluide un parallélépipède rectangle infiniment petit, dont les arêtes $d_x$, $d_y$, $d_z$, sont parallèles aux axes.

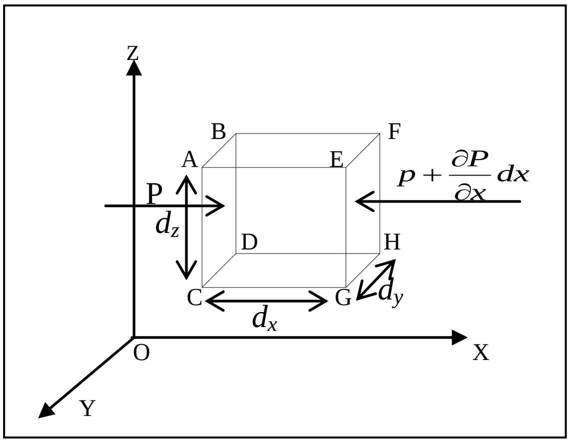



Fig. I.2

Si ρ est la masse volumique du fluide considéré, la masse du parallélépipède est $\rho d_x d_y d_z$

Les forces qui équilibrent ce parallélépipède sont:

**I.3.1** ***Forces extérieures:***

Nous appellerons X, Y, Z les sommes respectives des composantes suivantes OX, OY, et OZ, des forces extérieures agissant sur la masse fluide et rapportées à l'unité de masse, soit $\vec{F}$. Remarquons que ce fait, X, Y, Z sont les dimensions $L.T^{-2}$ ($m/s^2$) c à d celle d'une accélération.

Pour le parallélépipède considéré, les sommes des composantes de ces forces extérieures sont donc respectivement:

$$\rho\vec{F}\begin{cases}\rho X\ dxdydz\\ \rho Y\ dxdydz\\ \rho Z\ dxdydz\end{cases}$$

**I.3.2** ***Les pressions sur les six faces:***

Elles sont parallèles aux axes, on peut donc en faire immédiatement les sommes suivant les directions OX, OY, OZ.

La somme suivant OX est égale à la somme des pressions s'exerçant sur les faces ABCD et EFGH.

Soit P la pression dans le point A. Comme de A en E seul x varie, la pression en E est égale à :

$$p+\frac{\partial P}{\partial x}dx$$

La somme des pressions prises suivant l'axe OX est donc: $P-(P+\frac{\partial P}{\partial x}dx)=-\frac{\partial P}{\partial x}dx$

La somme des pressions s'exerçant sur les deux faces considérées perpendiculaires à :

$$\begin{matrix}OX\\ \\ OY\\ \\ OZ\end{matrix}\begin{cases}-\dfrac{\partial P}{\partial x}\ d_x\,d_y\,d_z\\ \\ -\dfrac{\partial P}{\partial y}\ d_y\,d_z\,d_x\\ \\ -\dfrac{\partial P}{\partial z}\ d_z\,d_x\,d_y\end{cases}$$

La condition d'équilibre, en projetant sur les axes, on écrit:

$$\begin{matrix}OX\\ \\ OY\\ \\ OZ\end{matrix}\left.\begin{cases}\rho X\ d_x\,d_y\,d_z-\dfrac{\partial P}{\partial x}\,d_x\,d_y\,d_z=0\Rightarrow\rho X=\dfrac{\partial P}{\partial x}\\ \\ \rho Y\ d_x\,d_y\,d_z-\dfrac{\partial P}{\partial y}\,d_y\,d_z\,d_x=0\Rightarrow\rho Y=\dfrac{\partial P}{\partial y}\\ \\ \rho Z\ d_x\,d_y\,d_z-\dfrac{\partial P}{\partial Z}\,d_z\,d_x\,d_y=0\Rightarrow\rho Z=\dfrac{\partial P}{\partial z}\end{cases}\right\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X = \dfrac{1}{\rho} \times \dfrac{\partial P}{\partial x} \\ Y = \dfrac{1}{\rho} \times \dfrac{\partial P}{\partial y} \\ Z = \dfrac{1}{\rho} \times \dfrac{\partial P}{\partial z} \end{cases} \Rightarrow \vec{F} = \frac{1}{\rho}\overrightarrow{gradP} \text{.........I.2}$$

Le système (I.2) c'est le système d'équation différentielle d'équilibre des liquides, ce système peut s'écrire:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\rho} \times \dfrac{\partial P}{\partial x}\ dx = X\ d_x \\ \dfrac{1}{\rho} \times \dfrac{\partial P}{\partial y}\ dy = Y\ d_y \\ \dfrac{1}{\rho} \times \dfrac{\partial P}{\partial z}\ dz = Z\ d_z \end{cases}$$

Nous obtenons: $\frac{1}{\rho}\underbrace{\left(\frac{\partial P}{\partial x}\ dx + \frac{\partial P}{\partial y}\ dy + \frac{\partial P}{\partial z}\ dz\right)}_{dP} = X\ d_x + Y\ d_y + Z\ d_z$

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho}\ dP = X\ d_x + Y\ d_y + Z\ d_z \text{ ......................I.3}$$

La formule (I.3) c'est l'équation fondamentale de la statique des fluides.

## I.4 Application de l'équation fondamentale au cas d'un fluide soumis à la seule action de la pesanteur:

D'après la formule (I.3), et on a X= 0, Y= 0 et Z –g

L'équation (I.3) devient $\frac{1}{\rho} dP = -gdz$ ou $dP + \rho gdz = 0$

$P_2 \Rightarrow \int_{P_1}^{P_0} dP = -\rho g \int_{z_1}^{z_0} dz \quad \Rightarrow \quad P_1 - P_0 = -\ \rho g\ (z_1 - z_0) = \rho g\ (z_0 - z_1)$

$$P_1 - P_0 = \rho g\ (z_0 - z_1) \text{.........I.4}$$

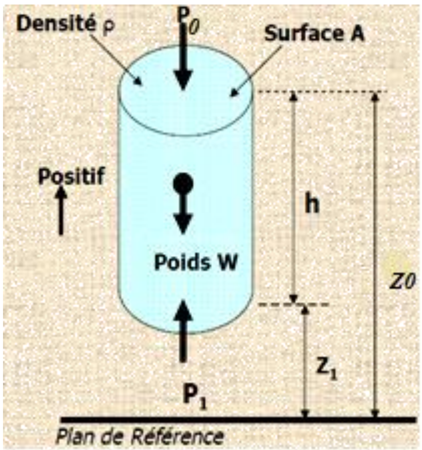



Fig. I.3

La différence de pression entre deux points d'une masse liquide est égale au poids d'une colonne du liquide ayant pour base d'unité de section et pour hauteur la différence du niveau des deux points considérés.

D'après (I.4) pour deux particule d'égale volume du liquide de coordonnées $z_2$ et $z_1$.

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} = z + \frac{P}{\rho g} = H = Cte\ (m) \ldots\ldots\ldots\ldots I.5$$

Avec :

$\frac{P}{\rho g}$ : Hauteur représentatif de la pression considérée, on l'appelle *hauteur piézométrique* (m).

Z: hauteur de position par rapport au plan de référence (m)

H: la charge piézométrique (m).

**I.5 Pression absolue et manométrique vide (dépression):**

En appliquant l'équation fondamentale de l'hydrostatique, pour deux points, l'un est situé à la surface libre (Fig. I.3).

$Z_2 - Z_1 = h$

$P_1 - P_2 = \rho g\ (Z_2 - Z_1) \Rightarrow P_1 = P_2 + \rho g\ (Z_2 - Z_1) = P_2 + \rho g\ h_1$

$P_2$: La pression de la surface libre (pression extérieure).

$Z_2 - Z_1$ : Profondeur d'immersion du point considéré en (m).

Il en découle que la pression dans le liquide augmente avec la profondeur d'immersion est la formule de la pression hydrostatique absolue dans un point du liquide en repos à la forme suivante:

$$P = P_2 + \rho g\ h \ldots\ldots I.6$$

On pratique la pression extérieure est suivant égale à *la pression atmosphérique* ($P_{atm}$)

- *La pression manométrique :* est définie comme la différence entre la pression absolue ($P_{abs}$) et la pression atmosphérique ($P_{atm}$ )

$$P_m = P_{abs} - P_{atm} \ldots\ldots\ldots\ldots I.7$$

$$P_m = (P_0 + \rho g\ h) - P_{atm} \ldots\ldots I.8$$

$$\text{Si} \quad P_0 = P_{atm} \Rightarrow P_m = \rho g\ h \ldots I.9$$

Autrement dit, la profondeur d'immersion h de tous les points détermine la pression manométrique en elle-même.

- *Le vide : "dépression" :*

La pression hydrostatique absolue peut être inférieure à celle atmosphérique

$$P_v = P_{atm} - P_{abs} \ldots\ldots\ldots I.10$$

Le manque de la pression absolue par rapport à celle de la pression atmosphérique est appelé ***le vide*** "dépression". Si $P_{abs} = 0 \Rightarrow P_v = P_{atm}$

## I.6 Principe de Pascal :

« *Dans un fluide incompressible en équilibre, les variations de pression en un point se transmettent intégralement en tous les points de ce fluide* »

De ce point de vue les fluides incompressibles sont donc des "transporteurs" de variation de pression.

Ce théorème est utile pour l'étude et la conception des **presses hydrauliques** et plus généralement dans le cadre de la transmission hydraulique.

- *Le sens d'utilisation :*

La presse hydraulique (Fig. I.4) est chargée de démultiplier une force appliquée pour en offrir une qui soit beaucoup plus importante. La démultiplication s'opère effectivement lorsque l'on applique la force sur le petit piston et que l'on utilise la force offerte par le grand piston.

$$\frac{f}{s} = \frac{F}{S} \qquad \text{I.11}$$

Avec : F : Force au droit du grand piston ;

f : Force au droit du petit piston ;

S : Surface du grand piston ;

s : Surface du petit piston.

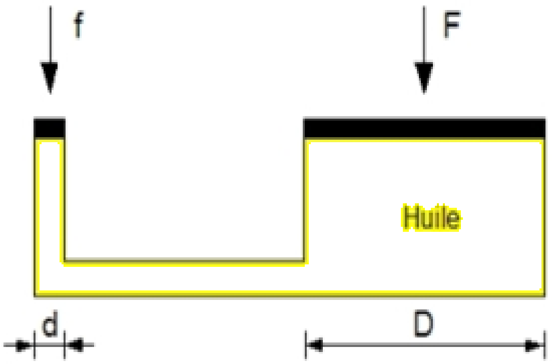



Fig. I.4 : Principe de pascal

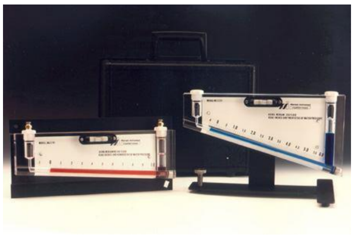
## I.7. Mesure de pression :

Le dispositif utilisé dépend de l'importance des pressions à mesurer. Il existe 2 types de dispositifs de mesure des pressions (Fig. I.5):

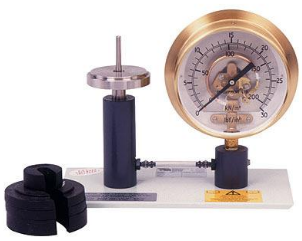
- *Les manomètres mécaniques :* utilisés pour la mesure de pressions relativement plus élevées ( 1 à 2 $Kg/cm^2$ ).
- *Les tubes manométriques* : utilisés pour la mesure de pressions relativement faibles (en laboratoires).

Tube Vertical

Tube en U



Tube Incliné



Manomètre type bourdon.

Fig. I.5 : Différents dispositifs de mesures de pression

### I.7.1 *Les tubes manométriques en forme U* (*Fig. I.6*) :

D'après la loi de l'hydrostatique, on peut écrire que :

$P_B = P_C$

$P_B = P_A + \rho g h_1$

$P_C = P_{atm} + \rho_m g h_2$ . Si on ne contient pas de la pression atmosphérique, $P_C = \rho_m g h_2$

Donc :

$P_B = P_C = P_A + \rho g h_1 - \rho_m g h_2 \Rightarrow P_A = \rho_m g h_2 - \rho g h_1$

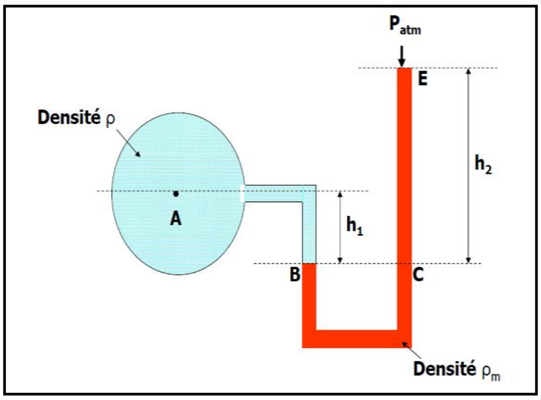



*Fig. I.6 : Tube manométriques en forme U*

### I.7.2 *Manomètre différentiel* (*Fig. I.7*) :

C'est un tube raccordé entre deux point où en veut déterminé la différence de pression ou hauteurs piézométriques.

$P_C = P_E$

$P_A + \rho g h_1 = P_B + \rho g(h_2 - h) + \rho_m g h$

$P_A - P_B = \rho g(h_2 - h) + \rho_m g h - \rho g h_1$

$P_A - P_B = \rho g(h_2 - h_1) + hg(\rho_m - \rho)$

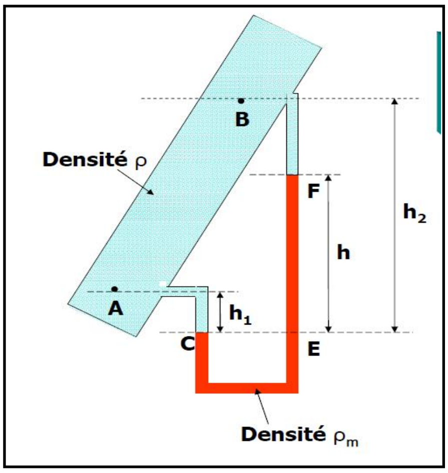



*Fig. I.7 : Manomètre différentiel*

### I.8. Représentation graphique de la pression:

La représentation graphique de la variation de la pression le long d'une paroi est une fonction de la profondeur s'appelle: Diagramme de pression ou épure de pression *(Fig. I.8)*.

La pression le long d'une paroi verticale varie suivant une loi linéaire limitée. Comme les pressions du liquide sont toujours dirigées suivant la normale et vers l'intérieure du palier d'action.

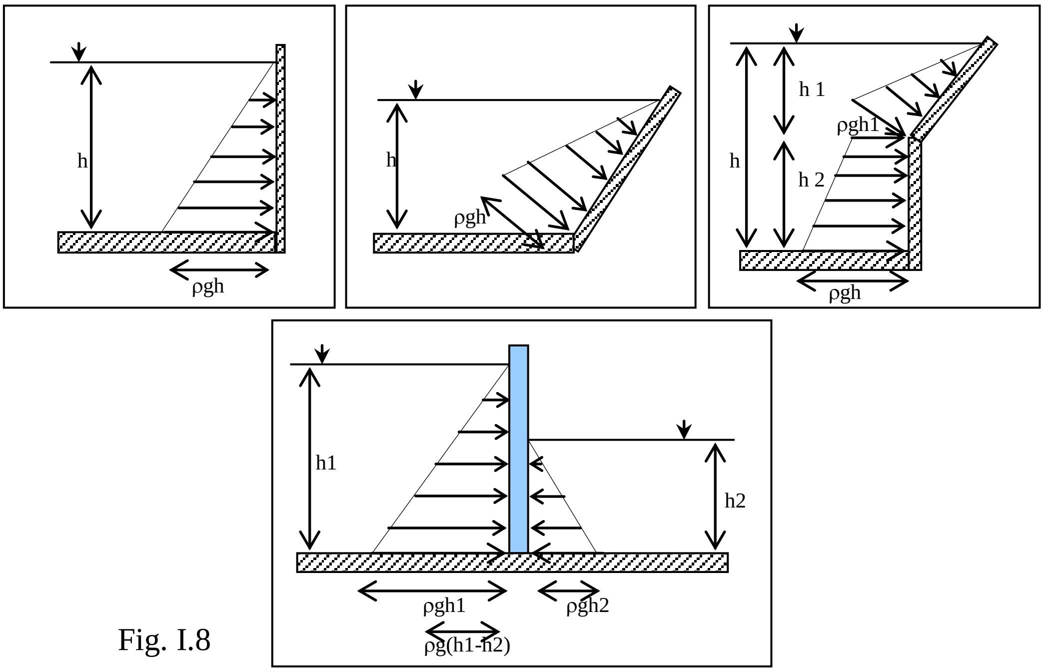



Fig. I.8

**I.9 Pression exercée par un liquide au repos sur une surface solide :**

**I.9.1 *Forces de pressions du liquide exerçant sur surface plane (horizontale) :***

Le plan horizontal dans un liquide en repos (Fig. I.9) est une surface à pression égale, tous les points de cette surface subite de la même pression.

$$P = (P_0 + \rho g\ h).S \text{…………I.12}$$

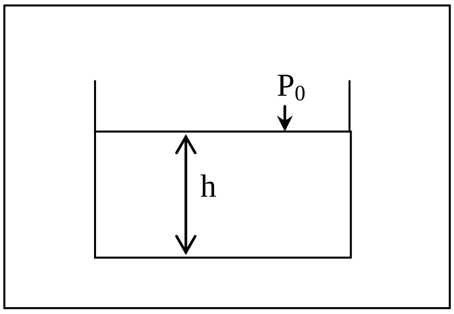



Fig. I.9

Dans l'hydrotechnique l'inertie pratique est porte à la face de pression manométrique du liquide sur la surface, qu'on appelle tout simplement force de pression P, si la pression extérieure est égale à la pression atmosphérique c à d $P_0 = P_{atm}$

$$P = \rho gh.S \text{…………I.13}$$

C'est à dire la force de pression P sur un palier horizontal correspond au poids de la colonne du liquide à hauteur h au dessous de lui, elle ne dépend pas de la force de vase.

Pour les vases de différentes formes et de sections égales, remplis d'un même liquide à hauteur égale, la force de pression sur le fond est la même, donc Pa=Pb=Pc=Pd=Pe (Fig. I0), c'est à dire *La pression dans un fluide ne dépend que de la profondeur et pas de la forme du récipient.*

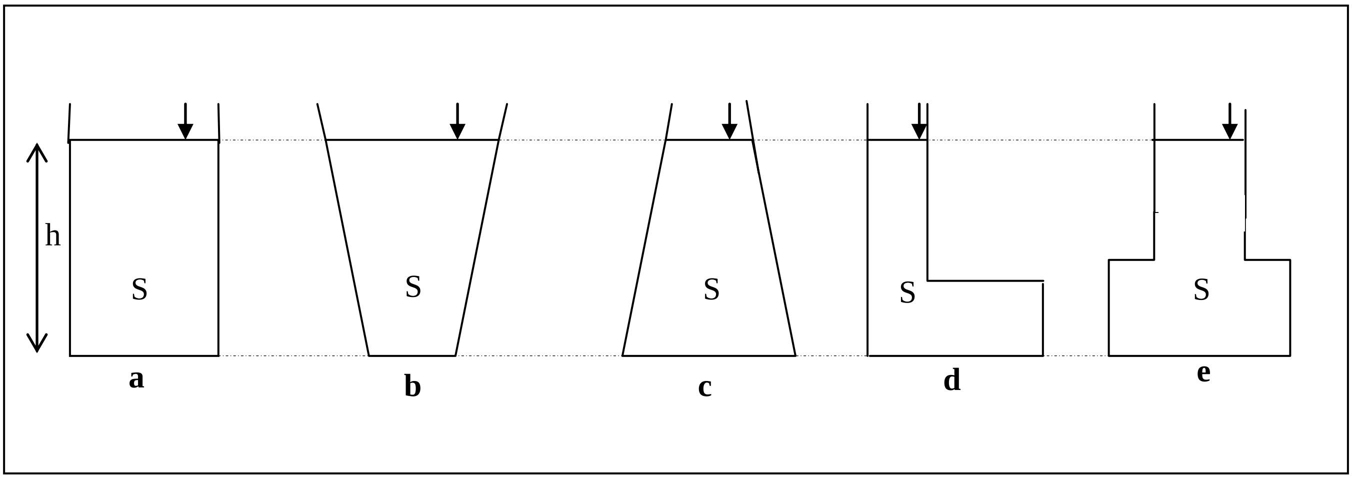



Fig. I.10

### I.9.2 *Forces de pression exercée sur une surface plane à orientation arbitraire (inclinée)*

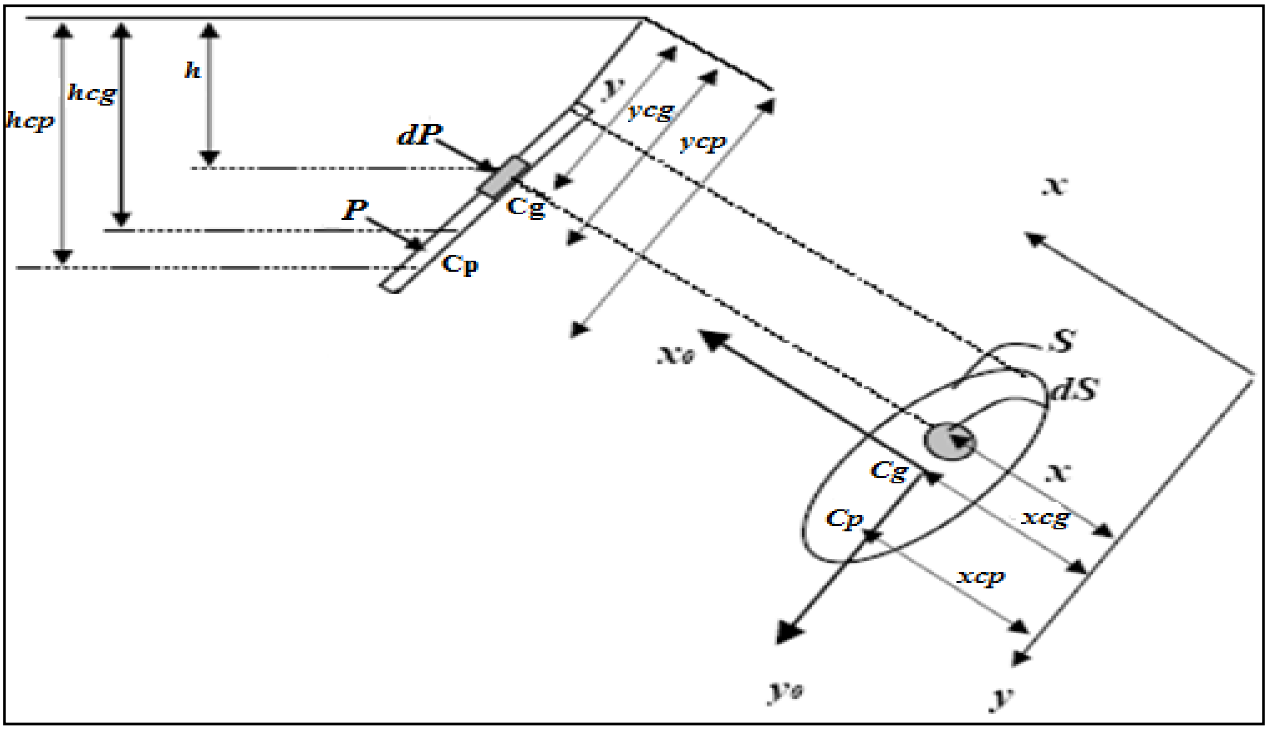



Fig. I.11

Examinons une certaine paroi plane inclinée par rapport à l'horizontale d'un angle α est soumis à la pression du liquide de chaque point de surface inclinée avec le liquide, est soumise à une pression différente en fonction de la profondeur d'immersion (*Fig. I.11*).

Calculons la force de pression totale P que le liquide exerce sur un contour de la paroi considérée délimitée par un contour quelconque (S).

- L'axe (Ox) suivant la ligne d'intersection du plan de la paroi et de la surface libre du liquide.
- L'axe (Oy) est perpendiculaire à (Ox).

La force de pression élémentaire qui agit sur une surface élémentaire (ds) est :

$$dP = Pds \Rightarrow P = (P_0 + \rho gh)ds$$

$$P = \int dP = \int (P_0 + \rho gh)ds = \int P_0 ds + \int \rho ghds \quad /h = y\sin\alpha$$

$$= P_0 S + \rho g \int hds = P_0 S + \rho g \int y\sin\alpha ds$$

$$= P_0 S + \rho g\sin\alpha \int yds$$

$\int yds$: Moment statique de la surface (S) par rapport à l'axe Ox qui est égale au produit de cette surface (S) par l'ordonnée ($y_{cg}$) centre de gravité ($ptc_g$)

$$\int yds = y_{cg}\, S \quad \text{.......I.14}$$

$P = P_0\, S + \rho g \sin\alpha\, y_{cg}.\, S \quad / y_{cg} \sin\alpha = h_{cg}$

$= P_0\, S + \rho g\, h_{cg}\, S$

$$P = (P_0 + \rho g\, hcg)\, S \quad \text{.........I.15}$$

$h_{cg}$: Est la profondeur à laquelle se trouve le centre de gravité de la surface (S).

- La force de pression totale d'un liquide sur une paroi inclinée est égale au produit de la surface de la paroi par la pression au centre de gravité de cette surface.
- La force de pression propre au volume du liquide sans prendre en considération la pression extérieure $P_0$, dans le cas ou $P_0 = P_{atm}$; alors la pression effective sera égale à :

$$P_{eff} = \rho g\ h_{cg}\ S \ldots\ldots \text{I.16}$$

Si on considère que $h_{cg}.S = W$; c à d le produit de la profondeur au C.D.G par la surface de la paroi à la base est égale au volume W donc on peut considérer que la force de pression sur une paroi inclinée égale au poids du volume de cylindre de base (S) et de hauteur égale à la profondeur au C.D.G de cette surface (S).

$$P_{eff} = \rho\, g\, W \ldots\ldots\text{I.17}$$

La force de pression qui s'exerce sur une surface plane horizontale n'est qu'un cas particulier de la force de pression qui l'exerce sur une paroi inclinée

$$P_{eff} = \rho\, g\, h_{cg}\, S \ldots\text{I.18}$$

- **Centre de pression:**

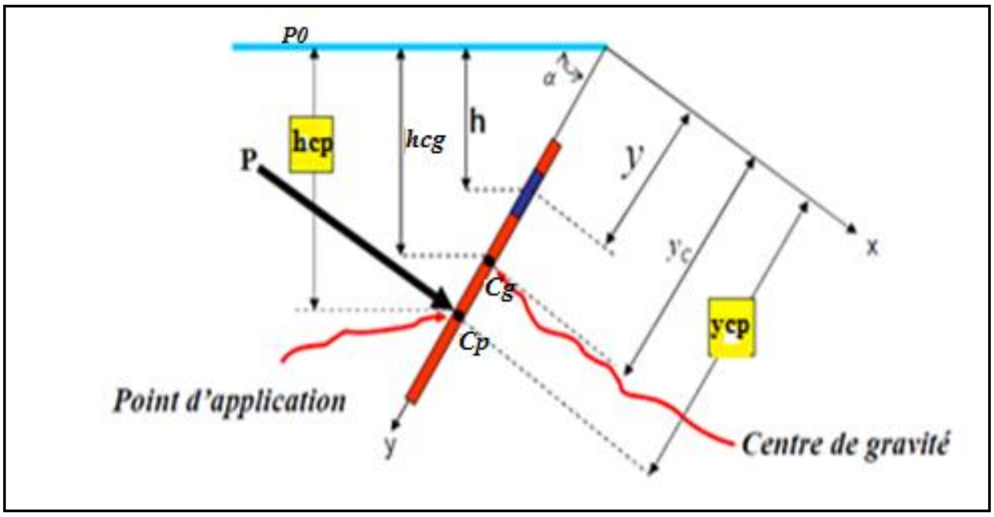



Fig. I.12

La détermination de la position au centre de pression c à d les coordonnées du point d'application de cette force résultante.

La pression extérieure $P_0$ se répartie de la même façon à tous les points de la surface (S). La résultante de cette pression doit être appliquée au centre de pression de la surface (S). (Fig. I.12)

Souvent nous appliquons l'une des équations de la mécanique, selon laquelle le moment résultant $(M_0.P)$ doit être égale à la somme des moments élémentaires de toutes les forces par rapport au même axe $(\sum_S M_i)$.

$$M_0.P = \sum_S M_i$$

$M_0.P = P\, y_{cp} = (\rho g h_{cg} S) y_{cp}$   $/h_{cg} = y_{cg} sin\alpha$

$= (\rho\, g\, y_{cg}\, sin\,\alpha\, .S)\, y_{cp}$

$\sum_S M_i = \int dP.y = \int \rho\, g\, yhds$

$= \int \rho\, g\, y(ysin\alpha)ds$

$= \rho g sin\alpha \int y^2 ds$

$M_0.P = \sum_S M_i \Rightarrow (\rho g y_{cg}\, sin\alpha S) y_{cp} = \rho g sin\alpha \int y^2 ds$

$$\Rightarrow y_{cp} = \frac{\int y^2 ds}{y_{cg}.S}$$

$\int y^2 ds$: représente le moment d'inertie de la surface S par rapport a l'axe Ox $=I_{ox}$, donc :

$$y_{cp} = \frac{I_{ox}}{y_{cg}.S} \text{............I.19}$$

$y_{cp}$ : coordonnées du point par lequel doit passer la force de pression P

$I_{ox}$: moment d'inertie de la surface par rapport a l'axe Ox

$$I_{ox} = I_{cc} + S\, y_{cg}^2 \text{..............I.20 (Théorème de Huygens)}$$

$I_{cc}$ : moment d'inertie de la surface S par rapport a un axe passant par son centre de gravité C.

$$y_{cp} = \frac{I_{cc} + S y_{cg}^2}{y_{cg} S} = y_{cg} + \frac{I_{cc}}{y_{cg} S} \text{................I.21}$$

Si on désigne $k = \frac{I_{cc}}{y_{cg} S}$ , ce rapport représente la distance entre le point Cg et le point Cp (Fig. I.12) qu'on l'appelle par fois *l'excentricité.*

La valeur $k$ est toujours supérieur a 0, c'est pourquoi le centre de pression se situe toujours plus bas que le centre de gravité.

Pour une section donnée, les valeurs de $I_{cc}$ et $S$ sont constantes, c'est pourquoi la valeur de $k$ diminue avec $y_{cg}$ augmente, c à d le centre de pression se rapproche du centre de gravité avec l'augmentation de la profondeur d'immersion de la surface (S).

Selon la verticale : $h_{cp} = h_{cg} + \frac{I'_{cc}}{\grave{S}}$ ou bien $h_{cp} = y_{cp}.sin\alpha$

Avec : $\grave{S}$ : Projection verticale de la surface AB.

$I'_{cc}$ : Moment d'inertie de la surface $\grave{S}$ par rapport à l'axe passant par son centre de gravité.

### I.9.3 *Force de pression des liquides sur les surfaces courbées:*

Soit AB une paroi cylindrique (Fig. I.13) dont la génératrice perpendiculaire au plan (Oxy), la détermination de la force résultante que le liquide exerce sur cette paroi AB consiste a déterminer les deux composantes de la pression selon Ox et Oy.

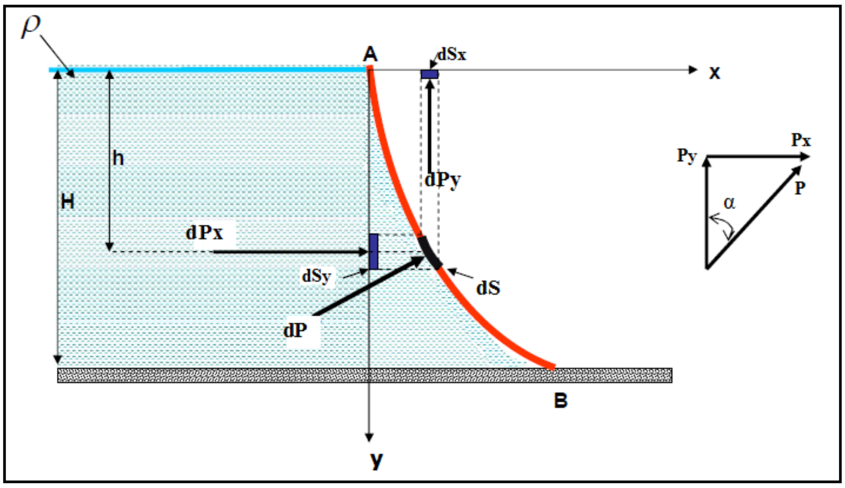



Fig. I.13

- **La composante horizontale:y gy.t(-0**

Soit un élément de surface élémentaire *dSy* sur laquelle agit une force élémentaire *dPx* qui fait un angle α par rapport Oy donc :

$\int dPx = \int dP \sin\alpha = \int PdS \sin\alpha = \rho g \int h\, dS \sin\alpha$

$\int dS \sin\alpha = dS_y$ : Est la projection de la surface sur un plan vertical

$$\int dPx = \rho g \int h dS_y = \rho g h_{cg} S_y$$

$$P_x = \rho g h_{cg} S_y \text{........I.22}$$

On peut généraliser que la composante horizontale de la force de pression résultante qui agit sur une paroi courbée est égale au produit de la pression au centre de gravité par la section $S_y$ dans le plan (Oyz) ou bien section qui est perpendiculaire à l'axe des Ox.

*Le calcul de la composante horizontale $P_x$ est ramené au calcul d'une force de pression sur une surface plane verticale.*

- **La composante verticale:**

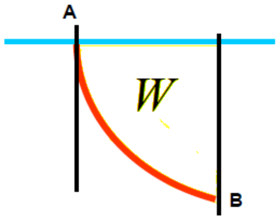
$\int dP_y = \int dP cos\alpha = \rho g \int h dS cos\alpha$

$\int dS cos\alpha = dS_x$ :Est la projection de la surface sur un plan horizontal.

$dP_y = P_y = \rho g \int h dS_x$

*$hdS_x$* : est le volume de liquide copris entre la surface courbée est le plan de la surface libre, de ce fait $P_y$ est le poids du volume de liquide compris entre la paroi et la surface libre.

$$P_y = \rho g \int dW = \rho g W \quad \text{………...I.23}$$




Avec W : Volume ou corps de pression, délimité par :

- ♦ La surface libre du fluide
- ♦ Les 2 verticales menées des 2 extrémités A et B de la surface.
- ♦ La surface courbe AB

- *Détermination du corps de pression pour les différèrent formes* (Fig. I.14)

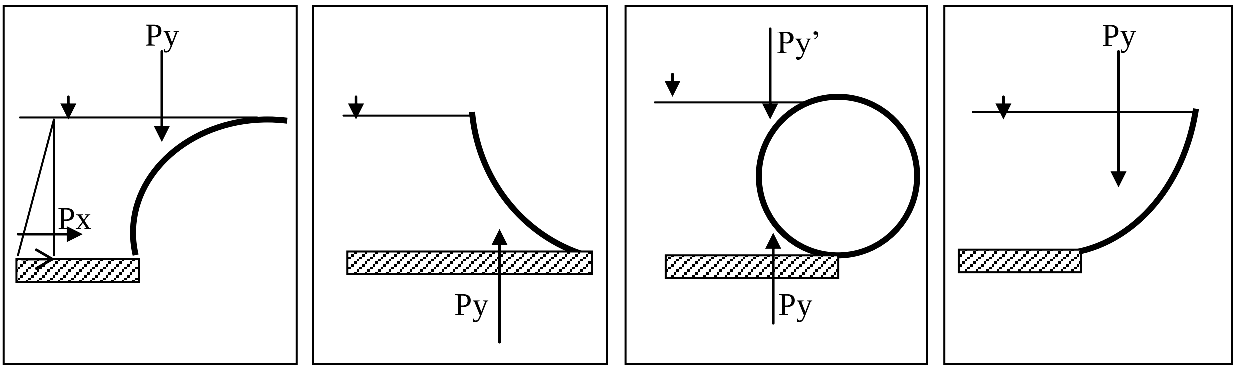



Fig I .14

➢ **La pression résultante :**

Le calcul des deux composantes $P_x$ et $P_y$ permet ensuite de déterminer la résultante $P$ par l'expression :

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \text{……………………….I.24}$$

➢ **Point d'application de la force de pression résultante:**

Le point de rencontre des composantes $P_x$ et $P_y$ Nous donne le point K , ce point est le point Par lequel doit passer la force de pression résultante qui agit sur la paroi courbée ,la force résultante doit passer par le centre de la courbe de la paroi (car les forces élémentaire composantes sont perpendiculaire à la paroi et dirigées vers le sens du rayon) (*Fig. I.15* ).

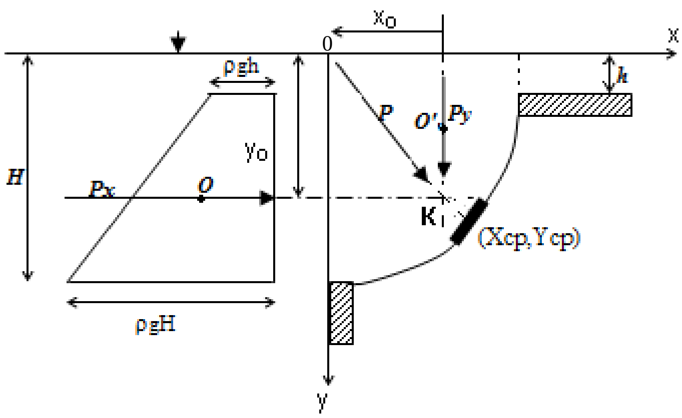



*Fig. I.15*

L'intersection des droites qui passent par le centre de gravité de la courbure (O'), et la deuxième qui passe par le centre de gravité de l'épure de pression (O), nous donne le point (K) . du point K, on prolonge une droite de la courbure jusqu'au le point 0 (point d'origine des axes (x,y)) on obtient le point d'application de la force de pression définie par les coordonnées ($X_{cp}$,$Y_{cp}$).

**I.10 Equilibre des corps flottants:**

Soit un corps quelconque du volume W plongé dans un liquide (Fig. I.16), le contour AnBm sépare le volume en deux partie, la partie supérieure ABC et la partie inférieure ABD. La composante verticale de la force hydrostatique du liquide sur la partie supérieure de la surface du corps est $P_{y'}$ dirigée vers le bas est égale au poids du liquide contenu dans le volume ( $AA'\ B'B\ CA$ ).

La partie inférieure de la surface du corps de pression, $P_{y''}$ dirigée vers le haut est égale au poids du liquide contenu dans le volume ( $AA'\ B'B\ DA$), par conséquence la résultante verticale de la force de pression qui agit sur le corps est dirigé vers le haut est égale au poids du liquide contenu dans le volume qui est égale à la différence des deux volumes:

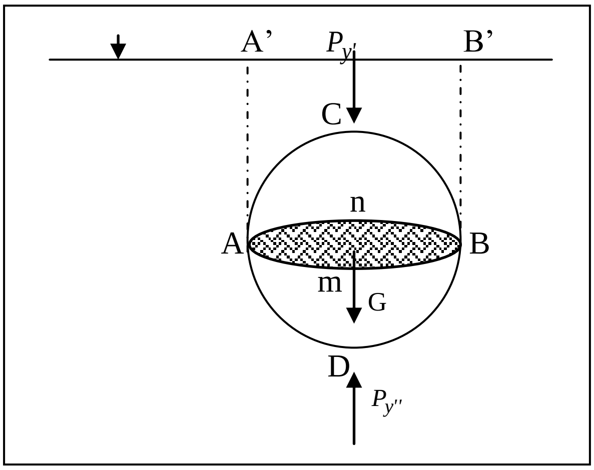



Fig. (I.16)

$$P = P_{y'} - P_{y''} = \rho g(V_2 - V_1) = \rho g(V_{AA'B'BCA} - V_{AA'B'BDA})$$

$$= -\rho g\ V_{ABCD} = -\rho g\ W = m_{ABCD}\ g = G_{ABCD}.$$

$$G_{ABCD} = -\rho g\ W \text{……………………I.25}$$

Le signe négatif désigne que $P_y$ dirigé vers le haut, ce ci constitue le principe d'Archimède qui est formulé de la façon suivante:

*Tout corps plongé dans un fluide subit de la partie de ce fluide une poussé verticale de bas en haut égale au poids de fluide déplacé, cette force connue sous le nom force d'ARCHIMED, ou bien poussé verticale et son point d'application est le centre de carène suivant la proportion existe entre le poids du corps et la force d'Archimède ($P_y$).*

- <u>3 cas sont possibles</u> *:*

1/ $G < P_y \Rightarrow$ le corps coule (Fig. I.17.a) *instable.*

2/ $G = P_y \Rightarrow$ le corps flotte. (Fig. I.17.b) *neutre*.

3/ $G > P_y \Rightarrow$ le corps émerge. (Fig. I.17.c) *stable.*

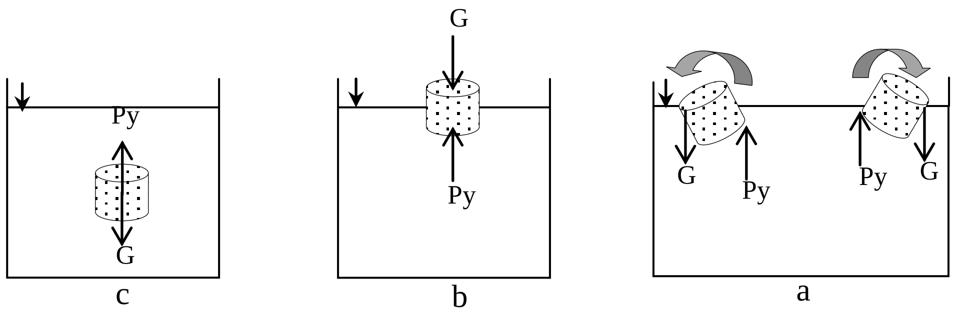



Fig. I. 17