

6

Traitement morphologique de l'image

6.1 Introduction

Le langage de la morphologie mathématique est la théorie des ensembles. En tant que tel, la morphologie offre une approche unifiée et puissante à de nombreux problèmes de traitement d'images. Les ensembles de morphologie mathématique représentent des objets dans une image. Par exemple, l'ensemble de tous les pixels blancs dans une image binaire est une description morphologique complète de l'image. Dans les images binaires, les ensembles en question appartiennent à l'espace 2-D des nombres entiers Z^2 , où chaque élément d'un ensemble est un tuple (vecteur 2-D) dont les éléments sont (x, y) les coordonnées d'un pixel blanc (ou noir, selon la convention) dans l'image.

6.2 Notions de base

Les concepts de réflexion et de translation sont largement utilisés en morphologie. La *réflexion* d'un ensemble B , noté \hat{B} , est défini par

$$\hat{B} = \{w \mid w = -b, \text{ pour } b \in B\} \quad (6.1)$$

Autrement dit, si B est l'ensemble des pixels représentant un objet dans une image, alors \hat{B} est simplement l'ensemble des pixels dans B dont les coordonnées (x, y) ont été remplacées par $(-x, -y)$. Les Figs. 6.1(a) et (b) montrent un ensemble simple et sa réflexion, respectivement.

La *translation* de B par un vecteur $z = (z_1, z_2)$, dénotée $(B)_z$ est définie par:

$$(B)_z = \{c \mid c = b + z, \text{ pour } b \in B\} \quad (6.2)$$

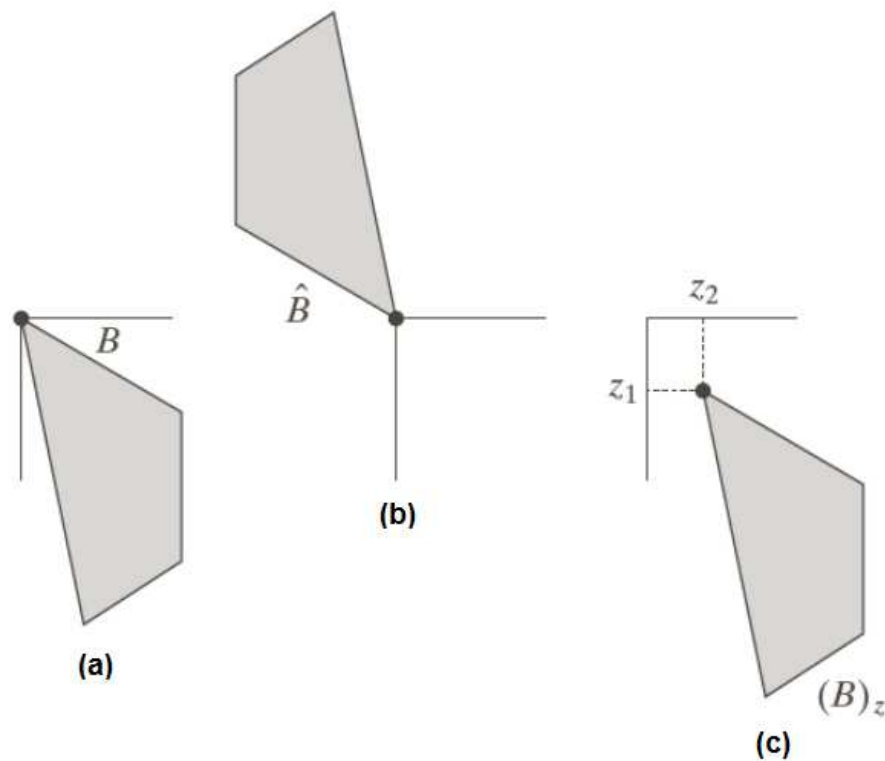


FIG. 6.1: Exemples de réflexion et de translation.

Si B est l'ensemble de pixels représentant un objet dans une image, alors $(B)_z$ est l'ensemble des points dans B dont les coordonnées (x, y) ont été remplacées par $(x+z_1, y+z_2)$. La Fig. 6.1(c) illustre ce concept en utilisant l'ensemble B de la Fig. 6.1(a).

6.3 L'érosion et la dilation

Nous étudions deux opérations morphologiques: *l'érosion* et *la dilation*. Ces opérations sont fondamentales pour le traitement morphologique. En effet, plusieurs algorithmes morphologiques discutés dans ce chapitre sont basés sur ces deux opérations primitives.

6.3.1 L'érosion

Soient deux ensembles A et B , *l'érosion* de A par B , dénotée $A \ominus B$, est définie par

$$A \ominus B = \{z | (B)_z \subseteq A\} \quad (6.3)$$

En d'autres mots, cette équation indique que l'érosion de A par B est l'ensemble de tous les points z tels que B , translaté par z , est contenu dans A . Dans ce qui suit, l'ensemble B est supposé être un *élément structurant (ES)*.

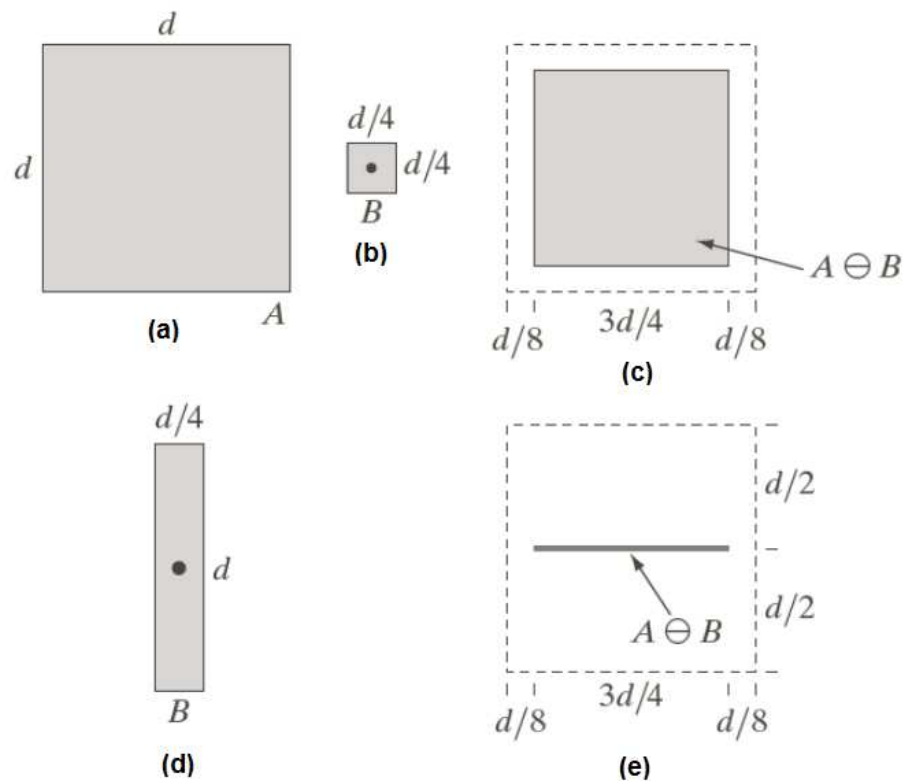


FIG. 6.2: (a) L'ensemble A . (b) Un élément structurant carré, B . (c) Erosion de A par B , illustré en gris. (d) Un élément structurant long. (e) Erosion de A en utilisant cet élément. La bordure pointillée dans (c) et (e) est la limite de l'ensemble A , affichée uniquement pour référence.

La Fig. 6.2 montre un exemple d'érosion. Les objets A et B sont en gris et le fond en blanc. La contour solide de la Fig. 6.2(c) est la limite au-delà de laquelle d'autres déplacements de l'origine de B va causer que l'élément structurant ne reste pas complètement dans A . Ainsi, les points dans cette limite, constitue l'érosion de A par B . La Fig. 6.2(c) montre le résultat de l'érosion en gris. Notez que cette érosion est simplement l'ensemble des valeurs de z qui satisfont l'Eq. (6.3). La limite de l'ensemble A est représentée en pointillé dans les Figs. 6.2(c) et (e) juste en tant que référence, donc il n'est pas inclus dans le résultat de l'opération d'érosion. La Fig. 6.2(d) montre un élément structurant long et la Fig. 6.2(e) montre l'érosion de A par cet élément. Notez que l'ensemble d'origine a été érodé en une ligne.

6.3.1.1 Exemple - Utilisation de l'érosion pour supprimer des composantes de l'image

Supposons que nous souhaitons supprimer les lignes qui relient la région centrale aux bordures de la Fig. 6.3(a). Éroder l'image avec un élément structurant carré de taille 11×11 va supprimer la plupart des lignes, comme le montre la Fig. 6.3(b). La raison pour laquelle les deux lignes verticales du centre ont été affinés mais non pas complètement supprimés, c'est

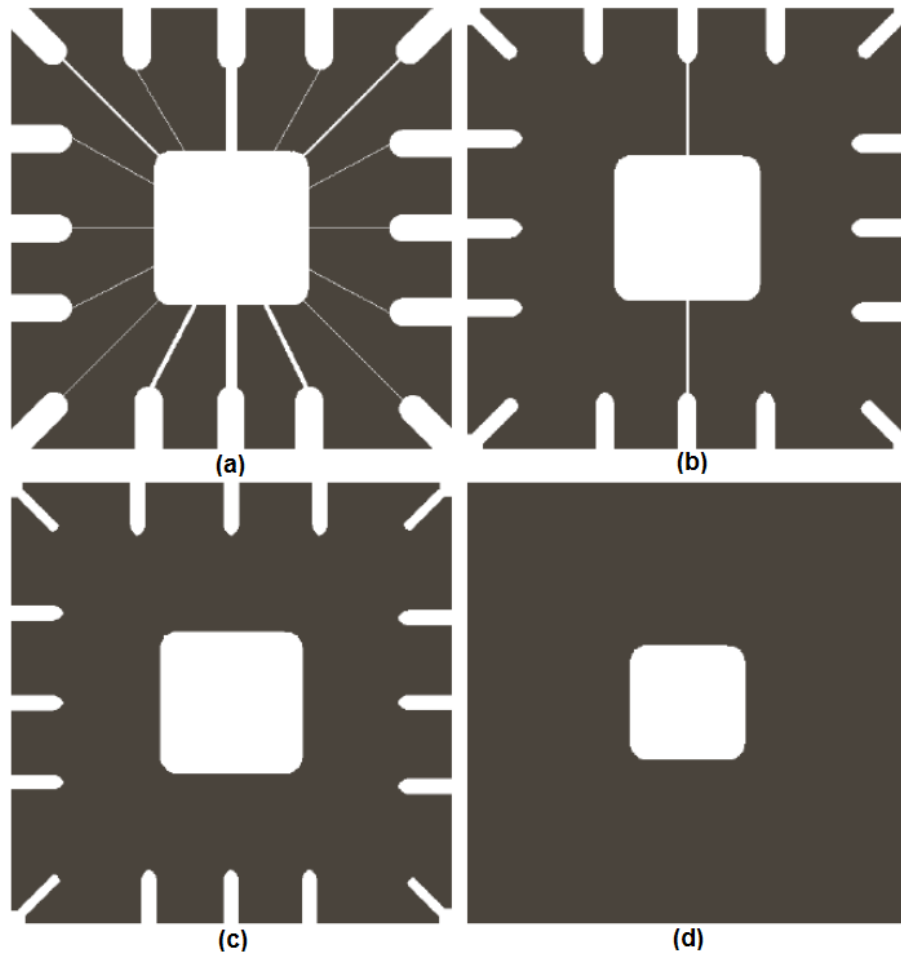


FIG. 6.3: Utilisation de l'érosion pour supprimer des composants de l'image. (a) Une image binaire 486×486 d'un masque à fil métallique. (b), (c) et (d) Image érodée en utilisant des éléments structuraux carrés de tailles 11×11 , 15×15 et 45×45 , respectivement.

que leur largeur est supérieure à 11 pixels. L'augmentation de la taille de l'ES à 15×15 et l'érosion de l'image originale permet de supprimer toutes les lignes, comme le montre la Fig. 6.3(c). Augmenter encore la taille de l'élément structurant va supprimer les plus grandes composantes. Par exemple, les éléments de la bordure peuvent être supprimés avec un élément structurant de taille 45×45 , comme le montre la Fig. 6.3(d).

Remarque 1 Nous voyons dans cet exemple que l'érosion rétrécit ou affine les objets dans une image binaire. En fait, nous pouvons considérer l'érosion comme une opération de **filtrage morphologique** dans laquelle les détails d'image qui sont plus petits que l'élément structurant sont filtrés (supprimés) de l'image. Dans la Fig. 6.3, l'érosion a effectué la fonction d'un "filtre de lignes".

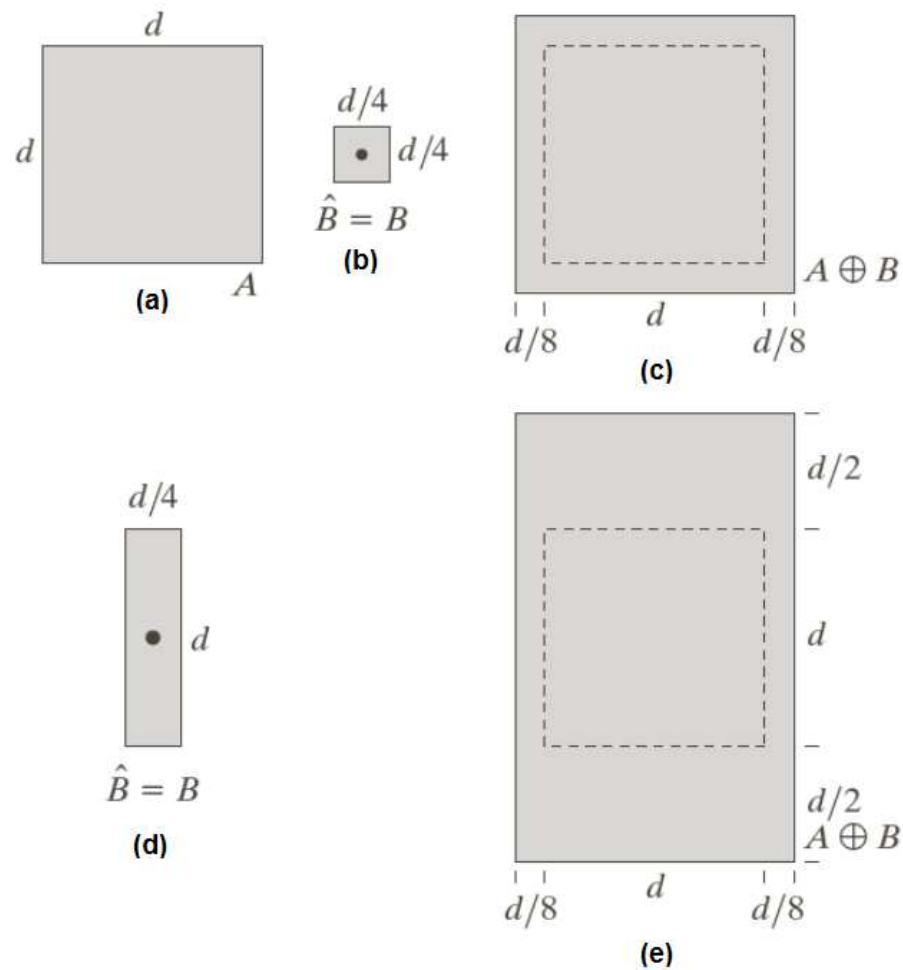


FIG. 6.4: (a) L'ensemble A . (b) Un élément structurant carré, B . (c) Dilation de A par B , illustré en gris. (d) Un élément structurant long. (e) Dilation de A en utilisant cet élément. La bordure pointillée dans (c) et (e) est la limite de l'ensemble A , affichée uniquement pour référence.

6.3.2 La dilation

Soient deux ensembles A et B , la *dilatation* de A par B , dénotée $A \oplus B$, est définie par

$$A \oplus B = \{z | (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset\} \quad (6.4)$$

Cette équation est basée sur la réflexion de B sur son origine et le déplacement de cette réflexion par z (voir la Fig. 6.1). La dilation de A par B est alors l'ensemble de tous les déplacements, z , de telle sorte que B et A se chevauchent par au moins un élément.

Contrairement à l'érosion, qui est une opération de rétrécissement, la dilation "augmente" ou "agrandit" les objets dans une image binaire. La manière spécifique de cet augmentation est contrôlée par la forme de l'élément structurant utilisé. La Fig. 6.4(a) montre

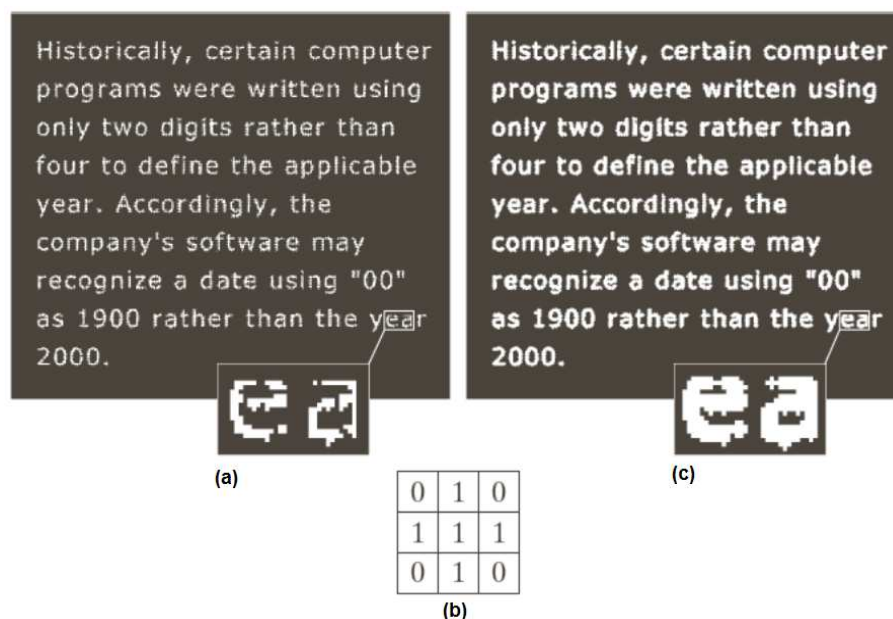


FIG. 6.5: (a) Exemple d'un texte de mauvaise qualité avec des caractères défectueux (voir la zone zommée). (b) Élément structurant utilisé pour réparer les caractères. (c) Dilatation de (a) par (b). Les parties défectueuses ont été jointes.

le même ensemble utilisé dans la Fig. 6.2 et la Fig. 6.4(b) montre un élément structurant (dans ce cas $\hat{B} = B$ parce que l'ES est symétrique par rapport à son origine). La ligne pointillée de la Fig. 6.4(c) montre l'ensemble d'origine pour référence, et la ligne solide montre la limite au-delà de laquelle tout autre déplacement de l'origine de B par z entraînerait l'intersection vide de B et A . Par conséquent, tous les points sur et à l'intérieur de cette limite constituent la dilatation de A par B . La Fig. 6.4(d) montre un élément structurant conçu pour obtenir plus de dilatation verticalement que horizontalement, et la Fig. 6.4(e) montre le résultat de la dilatation obtenu avec cet élément.

6.3.2.1 Exemple - Utilisation de la dilatation pour préparer des caractères

L'une des applications les plus simples de la dilatation consiste à remplir des trous dans des images binaires. La Fig. 6.5(a) montre une image avec des caractères défectueux. La longueur maximale des défauts est de deux pixels. La Fig. 6.5(b) montre un élément structurant qui peut être utilisé pour réparer les défauts (notez que, au lieu de l'ombrage, nous avons utilisé les 1s pour désigner les éléments de l'ES et les 0s pour désigner l'arrière-plan, car l'ES est maintenant traité comme une sous-image et non pas comme un graphique). La Fig. 6.5(c) montre le résultat de la dilatation de l'image originale avec cet élément structurant.

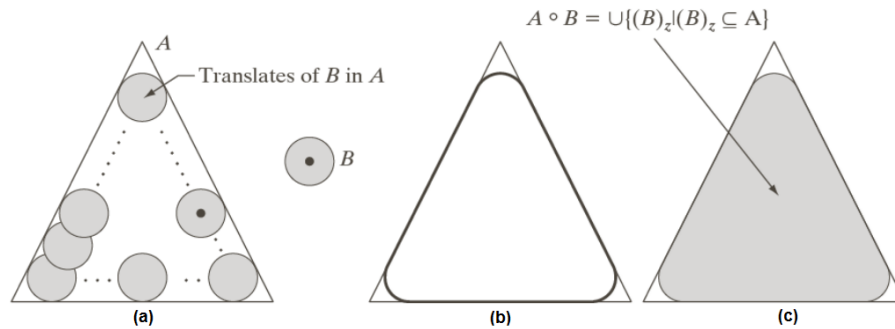


FIG. 6.6: (a) Élément structurant B "roulant" le long de la limite intérieure de A (le point indique l'origine de B). (b) Élément structurant. (c) La ligne en gras est la limite extérieure de l'ouverture. (d) L'ouverture complète.

6.4 L'ouverture et la fermeture

Comme nous avons déjà vu, la dilatation élargit les composantes d'une image et l'érosion les rétrécit. Dans cette section, nous discutons deux autres opérations morphologiques importantes: l'ouverture et la fermeture. *L'ouverture*, généralement, permet de lisser les contours d'un objet, isoler les surfaces présentes dans l'image, éliminer toutes les parties plus étroites que l'élément structurant et déformer les coins convexes. Dualement, *la fermeture* rebouche toutes les parties du fond plus étroites que l'élément structurant, et déforme les coins concaves de l'image. Notons que le résultat de l'ouverture ou de la fermeture ne dépend pas de la position de l'élément structurant par rapport au point de référence.

L'ouverture d'un ensemble A par un élément structurant B , noté $A \circ B$, est définie par

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B \quad (6.5)$$

Ainsi, l'ouverture de A par B est l'érosion de A par B , suivie de la dilatation du résultat par B .

On peut interpréter l'ouverture comme suit : supposons que B est un ballon qui se déplace. La frontière de $A \circ B$ est établie par les points de B qui arrivent au plus loin de la frontière de A quand B est roulée à l'intérieur de la frontière (voir la Fig. 6.6).

De même, la fermeture d'un ensemble A par un élément structurant B , noté $A \bullet B$, est définie par

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B \quad (6.6)$$

Cela veut dire que la fermeture de A par B est simplement la dilatation de A par B , suivie de l'érosion du résultat par B .

On peut interpréter la fermeture comme suit : supposons que B est un ballon qui se déplace. La frontière de $A \bullet B$ est établie par les points de B qui arrivent au plus loin de la frontière de A quand B est roulée à l'extérieur de la frontière (voir la Fig. 6.7).

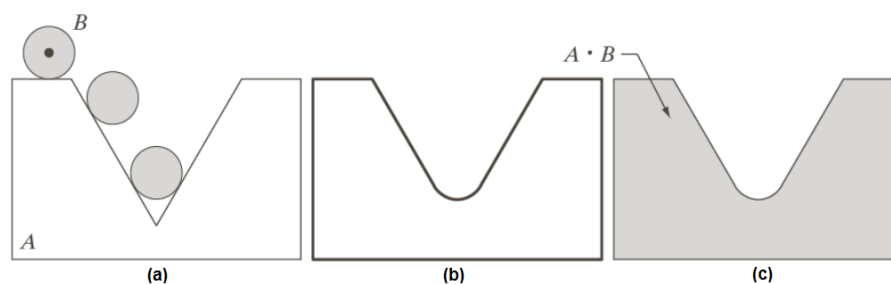


FIG. 6.7: (a) Élément structurant B "roulant" le long de la limite extérieure de A . (b) La ligne en gras est la limite extérieure de la fermeture. (c) La fermeture complète.

6.4.0.1 Exemple - Utilisation de l'ouverture et la fermeture pour le filtrage morphologique.

L'image binaire de la Fig. 6.8(a) montre une partie d'une empreinte digitale corrompue par un bruit. Dans ce cas, le bruit se manifeste comme des éléments clairs aléatoires sur un fond sombre et comme des éléments sombres sur les composants clairs de l'empreinte digitale. L'objectif est de supprimer le bruit et ses effets sur l'empreinte tout en gardant la forme de l'empreinte aussi que possible. Un filtre morphologique consiste en une ouverture suivie d'une fermeture peut être utilisé pour atteindre cet objectif.

La Fig. 6.8(b) montre l'élément structurant utilisé. Le reste de la Fig. 6.8 montre une séquence, étape par étape, de l'opération de filtrage. La Fig. 6.8(c) est le résultat de l'érosion de A avec l'élément structurant. Le bruit de fond a été complètement supprimé avec l'érosion de l'ouverture car, dans ce cas, tous les composants du bruit sont plus petits que l'élément structurant. La taille des éléments de bruit contenues dans l'empreinte digitale a augmenté de taille. Cet augmentation est confrontée par une dilatation sur la Fig. 6.8(c). La Fig. 6.8(d) montre ce résultat. Le bruit contenu dans l'empreinte digitale a été réduit ou complètement supprimé.

Les deux opérations qui viennent d'être décrites constituent l'ouverture de A par B . Notez que l'effet principal de l'ouverture est d'éliminer pratiquement tous les composants du bruit. Cependant, de nouveaux trous entre les crêtes d'empreintes digitales ont été créées. Pour confronter cet effet indésirable, nous effectuons une dilatation sur l'ouverture, tel que montré sur la Fig. 6.8(e). La plupart des défauts ont été réparés, mais les crêtes ont été épaissies, un problème qui peut être résolu par l'érosion. Le résultat, illustré sur la Fig. 6.8(f), constitue la fermeture de l'ouverture de la Fig. 6.8(d). Notez que le résultat final est remarquablement nettoyé des tâches de bruit.

6.5 Quelques algorithmes

Après avoir introduire les fondements théoriques derrière les opérations morphologiques, nous allons présenter maintenant quelques applications pratiques tel que l'extraction des frontières et le remplissage de trous dans les images binaires.



FIG. 6.8: (a) Image bruitée (b) Élément structurant. (c) Image érodée. (d) Ouverture de A . (e) Dilatation de l'ouverture. (f) Fermeture de l'ouverture.

6.5.1 L'extraction des frontières

La frontière d'un ensemble A , notée $\beta(A)$, peut être obtenue en érodant d'abord A par B , puis en effectuant la différence entre A et son érosion. Cette opération peut être définie par

$$\beta(A) = A - (A \ominus B) \quad (6.7)$$

où B est un élément structurant approprié.

La Fig. 6.9 illustre la mécanique de l'extraction des frontières. Elle montre un objet binaire A , un élément structurant B ainsi que le résultat de l'utilisation de l'Eq. (6.7). Bien que l'élément structurant de la Fig. 6.9(b) est parmi les plus utilisés, il n'est pas unique. Par exemple, l'utilisation d'un élément structurant 5×5 des 1s produira une frontière entre 2 et 3 pixels d'épaisseur.

La Fig. 6.10 illustre l'utilisation de l'équation (6.7) avec un élément structurant de taille 3×3 . Grâce à cette taille de l'élément structurant, le contour de l'objet de la Fig. 6.10(b) est d'un pixel d'épaisseur.

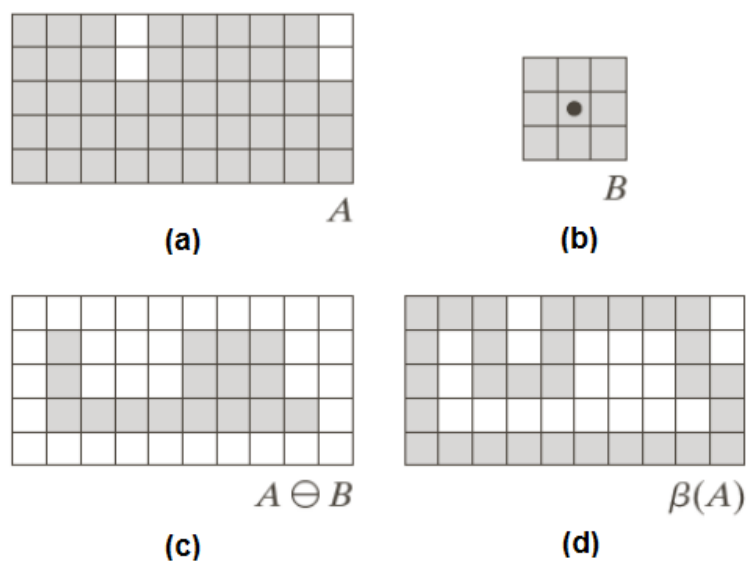


FIG. 6.9: (a) Ensemble A . (b) Élément structurant B . (c) A érodé par B . (d) Frontière, obtenue par la différence entre l'ensemble A et son érosion.

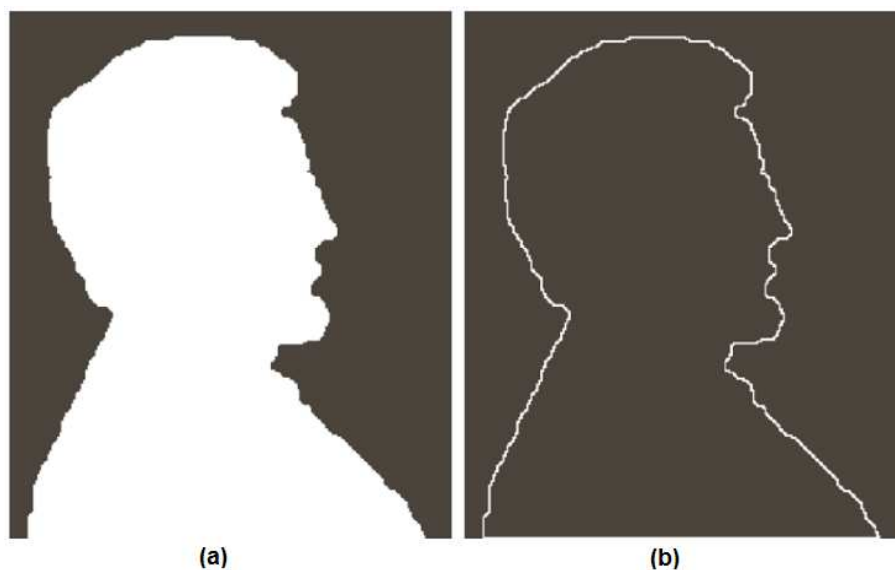


FIG. 6.10: (a) Une image binaire simple, avec les 1s représentés en blanc, (b) Résultat de l'utilisation de l'équation (6.7) avec l'élément structurant de la Fig. 6.9(b).

6.5.2 Le remplissage de trous

Un trou peut être défini comme une région de l'arrière-plan entourée par une région connexe de l'objet. Dans cette section, nous montrons un algorithme basé sur la dilatation, la complémentation et l'intersection pour remplir les trous d'une image. Soit A un ensemble dont les éléments sont des bordures 8-connectées, chaque bordure entourant une région de

fond (c'est-à-dire un trou). Soit un point dans chaque trou, l'objectif est de remplir tous les trous avec des 1s.

On commence par construire une matrice X_0 , composée des 0s (de la même taille que la région qui contient A), sauf sur des endroits de X_0 correspondants à des points de trou qui seront mis à 1.

$$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (6.8)$$

où B est l'élément structurant symétrique de la Fig. 6.11(c). L'algorithme se termine à l'itération k si $X_k = X_{k-1}$. L'ensemble X_k contient alors tous les trous remplis. L'union de X_k et A contient tous les trous remplis et leurs contours.

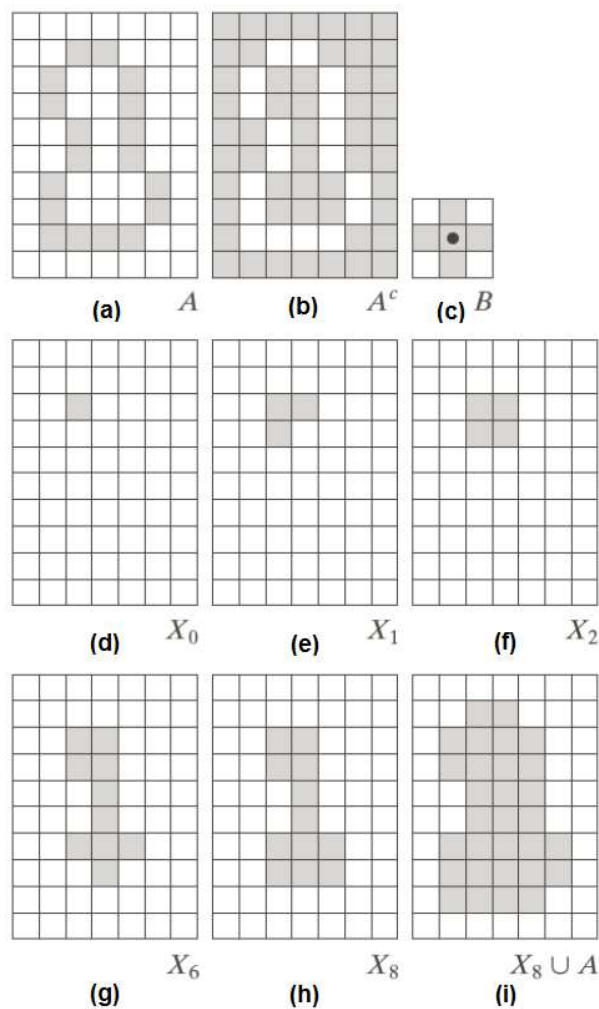


FIG. 6.11: Le remplissage des trous. (a) Ensemble A . (b) Complément de A . (c) Élément structurant B . (d) Point initial à l'intérieur de la frontière. (e)-(h) Différentes étapes de l'Eq. (6.8). (i) Résultat final [union de (a) et (h)].

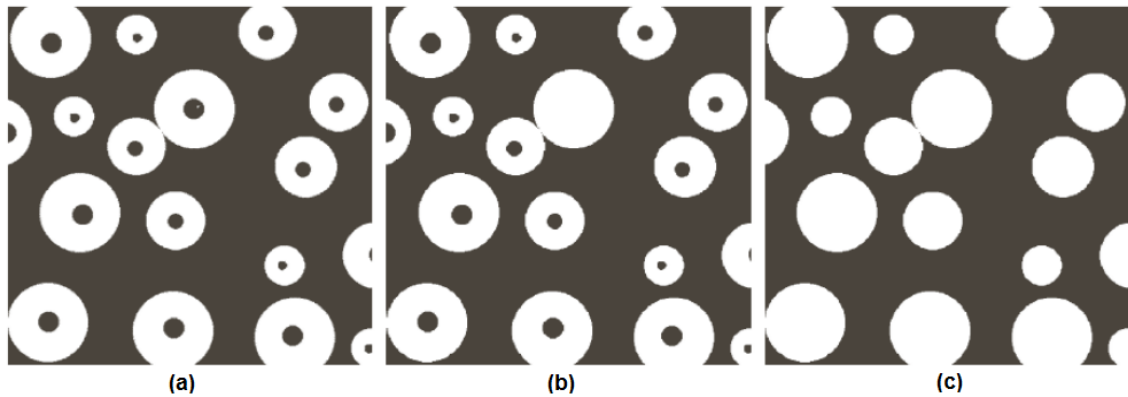


FIG. 6.12: (a) Image binaire (le point blanc à l'intérieur de l'une des régions est le point de départ de l'algorithme de filtrage des trous). (b) Résultat du remplissage de cette région. (c) Résultat final qui représente le remplissage de tous les trous.

La Fig. 6.12(a) montre une image composée de cercles blancs avec des trous intérieurs noirs. Une telle image peut résulter d'un seuillage d'une scène contenant des billes et sphères polies (par exemple, des roulements à billes). Les tâches sombres dans les sphères peuvent être le résultat des réflexions de la lumière. L'objectif est d'éliminer les réflexions par remplissage des trous. La Fig. 6.12(a) montre un point sélectionné dans l'une des sphères, et la Fig. 6.12(b) montre le résultat de remplissage de ce cercle. Enfin, la Fig. 6.12(c) montre le résultat de remplissage de toutes les sphères. L'automatisation complète de cette procédure nécessite l'intégration d'une "intelligence" supplémentaire dans l'algorithme.

6.6 Conclusion

Les concepts et techniques introduits dans ce chapitre constituent un outil puissant pour l'extraction des caractéristiques dans une image. Nous avons vu aussi que différents algorithmes de haut niveau pour l'analyse et le traitement d'image peuvent être employés en se basant sur les opérations morphologiques primitives tel que l'érosion et la délimitation. Dans le chapitre suivant, nous allons introduire la segmentation d'image qui est un concept parmi les plus étudié en traitement d'image.

6.7 Travaux pratiques N° 6

6.7.1 Objectifs

- Introduire les traitements morphologiques de l'image numérique.

6.7.2 Énoncé

Dans ce projet, nous allons introduire le traitement morphologique des images binaires en utilisant le Toolbox Image Processing de Matlab telle que les opérations de dilatation, érosion, ouverture, et fermeture. Les traitements morphologiques de base sont utilisés aussi pour développer d'autres applications de traitement d'image telle que la détection d'objets.

1) Traitements morphologiques de base

Soit une image binaire d'un texte contenant des caractères défectueux. Donner les commandes nécessaires pour effectuer une dilatation basée sur l'élément structurant:

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{matrix}$$

2) Combinaison de la dilatation et l'érosion

Implémenter la fonction Matlab qui permet de supprimer le bruit en utilisant une combinaison d'opérations morphologiques et ceci sans détruire les détails qui constituent la forme de l'empreinte (voir la Fig. 6.13).

3) Détection d'objets dans une image binaire

Soit f une image binaire contenant des objets (les 1s représentent les objets). Implémenter la fonction Matlab qui utilise les opérations morphologiques pour détecter et afficher le centre de gravité des objets dans l'image f .

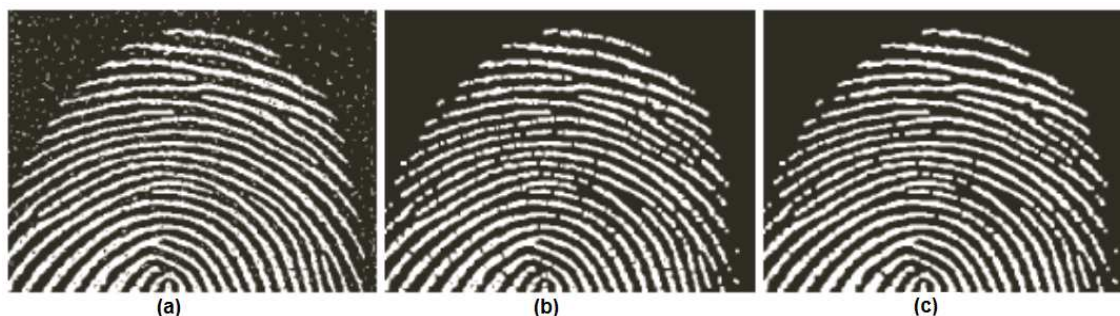


FIG. 6.13: (a) Image d'empreinte bruitée. (b) Ouverture de l'image. (c) Ouverture suivie d'une fermeture.