Exercice 1 (Suite) | (Autre Méthode pour (b))

Évaluer $\int_C \bar{z}\,dz$ où C est la courbe formée des segments joignant 0 à $2i$ et $2i$ à $4+2i$

Soit $C_1 = \{(1-t)\times 0 + (2i)(t),\ 0\le t\le 1\} = \{2it \in \mathbb{C},\ 0\le t\le 1\}$

le segment joignant 0 à $2i$ et

$C_2 = \{(1-t)2i + (4+2i)t,\ 0\le t\le 1\} = \{2i+4t,\ 0\le t\le 1\}$

le segment joignant $2i$ à $4+2i$.

Sur le segment C_1 : on a :

$$\int_{C_1} \bar{z}\,dz = \int_0^1 (-2it)(2i)\,dt = \int_0^1 4t\,dt = \left.\frac{4t^2}{2}\right]_0^1 = \frac{4}{2} = 2.$$

Sur le segment C_2 : On a :

$$\int_{C_2} \bar{z}\,dz = \int_0^1 (4t-2i)4\,dt = \int_0^1 (16t-8i)\,dt = \left.\frac{16t^2}{2} - 8it\right]_0^1 = 8-8i$$

Donc $\int_C \bar{z}\,dz = \int_{C_1}\bar{z}\,dz + \int_{C_2}\bar{z}\,dz = 10-8i$