

Introduction :

Pendant les vingt dernières années les systèmes d'inférences flous (SIF) sont devenus très populaires.

Les applications dans le traitement du signal, la modélisation, la commande, la supervision des procédés et la prise de décision montrent la capacité des SIF dans le traitement des problèmes complexes.

1. Historique :

1965 : naissance du concept flou avec le professeur Zadeh Lotfi (université de Berkeley en Californie) il déclara que « un contrôleur électromécanique doté d'un raisonnement humain serait plus performant qu'un contrôleur classique » [9], et il introduit la théorie des « sous-ensembles flous ».

1973 : Zadeh propose d'appliquer la logique floue aux problèmes de réglage.

En 1974 : le docteur Mamdani (université de Londres) réalise un contrôleur flou expérimental sur un moteur à vapeur.

En 1980 : F.L. Smith (au Danemark) met en application la théorie de la logique floue dans le contrôle du four à ciment. C'est la première mise en œuvre pratique de cette nouvelle théorie.

Dans les années 80, plusieurs applications commencent à immerger (notamment au Japon).

En 1987, explosion du flou au Japon (avec le contrôle du métro de Sendai) qui atteint son apogée en 1990.

2 - Principe fondamental de la logique floue :

Pour bien mettre en évidence le principe fondamental de la logique floue, on présente un simple exemple : Comment classer des personnes en trois ensembles : "Jeunes", "entre 2 âges" et "âgé".

fonction d'appartenance

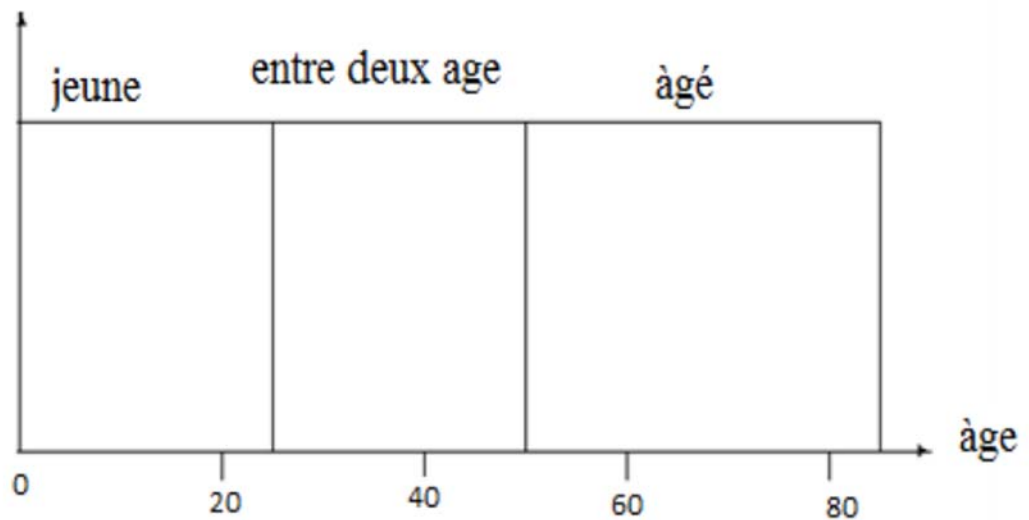


Figure 1.1 : Classification des personnes en trois ensembles selon la logique classique

fonction d'appartenance

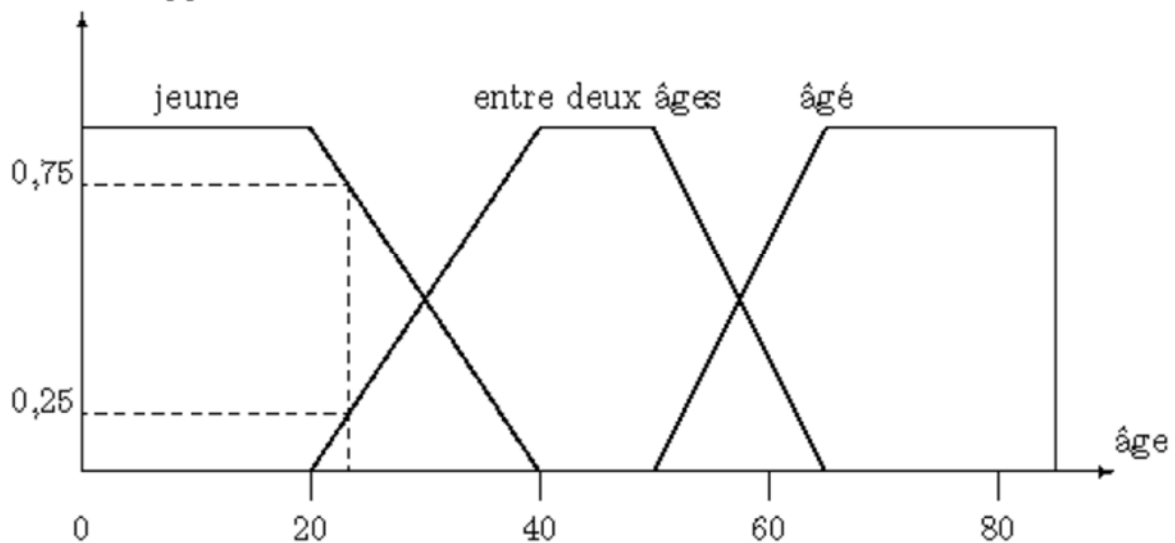


Figure 1.2 : Classification des personnes en trois ensembles selon la logique floue

A partir ces deux figures, la classification des personnes en trois ensembles est bien claire mais très différentes, en effet :

Selon la logique classique (logique de Boole), toutes personnes âgées de moins de 25 ans sont considérées comme "jeune" et celles âgées de 50 ans

appartiennent l'ensemble âgé or, en vérité le passage du jeune au vieux ce fait progressivement et individuellement. La logique floue permet de tenir compte de cette réalité. Les limites ne varient pas soudainement, mais progressivement, ce qui nous amène à dire qu'une telle classification n'est pas logique.

Cependant, la logique floue, dont les variables peuvent prendre n'importe quelle valeur. On parlera de fonction d'appartenance μ , permet de tenir compte du fait que une personne de 25 ans est considéré comme jeune avec un certain pourcentage ($\mu = 0,75\%$), et comme étant entre les 2 âges avec un autre %

($\mu = 0,25\%$).

Par contre une personne âgée de 65 ans appartient avec une valeur $\mu = 1$ de la fonction d'appartenance à l'ensemble "âgé".

3- Bases générales de la logique floue

3.1. Ensembles flous : [1]

Si la fonction caractéristique d'un ensemble classique ne peut prendre que deux valeurs soit 1 ou bien 0, la fonction d'un ensemble flou peut prendre toutes les valeurs comprises entre 0 et 1.

On définit alors un sous ensemble A de U comme suit

$$A = \{x/\mu_A(x), \forall x \in U\}.$$

$\mu_A(x)$: degré d'appartenance de l'élément x au sous-ensemble flou A.

μ_A : est la fonction d'appartenance définie dans l'intervalle [0,1].

$\mu_A : \text{=====} \rightarrow U [0,1]$.

$X : \text{=====} \rightarrow \mu_A(x)$.

Concept de la logique floue

La pensée humaine est un mélange de la logique et de l'imagination. C'est-à-dire une superposition de rigueur et d'intuition agissant ensemble ou séparément. La logique humaine est un enchaînement d'idées et de concepts aboutissant à des conclusions qui entraînent des décisions.

Le caractère flou de la pensée humaine est illustré par sa capacité de résumer les informations pour extraire à partir des collections de données une conclusion en rapport avec la tâche considérée. En termes plus formels, la logique floue vise à modéliser les aspects qualificatifs imprécis et incertains.

3.2 - Variables linguistiques :

Pour déduire une certaine situation, un phénomène ou un procédé, on utilise souvent des expressions floues comme : quelque - souvent - beaucoup - grand - chaud - lent ..., Ces expressions permettent les valeurs des variables linguistiques.

Une variable linguistique est une variable dont les valeurs sont des mots ou des phrases dans un langage naturel ou systématique.

Exemple :

X est appelée la variable linguistique (température) et les divers termes la caractérisant sont appelés valeurs linguistiques (chaud, tiède, froid).

3.3 - Univers du discours :

La définition de l'ensemble de référence ou univers de discours pour chaque variable linguistique, c'est l'une des étapes principales pour la conception d'une application floue

L'univers de discours est l'ensemble de référentiel qui contient tous les éléments qui sont en relation avec le contexte de donné.

Pour décrire un paramètre (exemple température), plusieurs mots ou prédicats peuvent être utilisés : chaud, froid, tiède ou très chaud, assez chaud, tiède, assez froid, très froid. Pour chacun de ces prédicats, on pourra donner une fonction d'appartenance. L'univers de discours d'une variable sera considéré comme le domaine de fonctionnement du processus il couvre l'ensemble des valeurs prises par cette variable.

3.4 - Fonction d'appartenance :

La fonction d'appartenance permet de décrire l'évolution du degré de vérité de la variable linguistique dans l'univers de discours U . Une fonction d'appartenance est notée :

$\mu_E(x)$ où: x est la variable linguistique et E l'ensemble flou concerné.

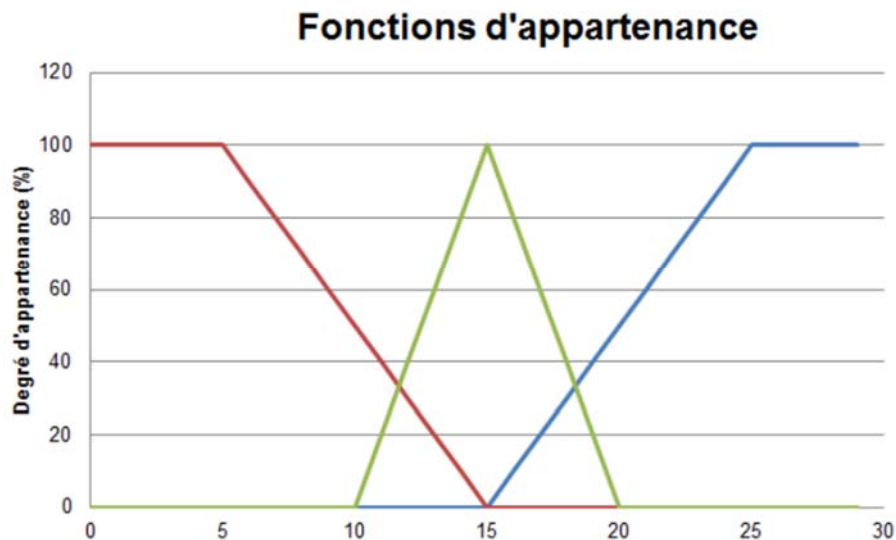


Figure :fonction d'appartenance

Le degré d'appartenance à un ensemble flou est matérialisé par un nombre compris entre **0** et **1**, Une valeur précise de la fonction d'appartenance liée à une valeur de la variable est notée μ et appelée « facteur d'appartenance », La fonction d'appartenance décrivant un sous-ensemble flou est caractérisée par quatre propriétés [3]

- **Le type** : La forme du nombre flou qui peut être triangulaire, trapézoïdale, gaussienne ou sigmoïdale.
- **La hauteur** : $(H(x) = \text{Sup}_{x \in U} (\mu_A(x)))$ de la fonction d'appartenance, un sous -ensemble flou est dit normalisé s'il est de hauteur 1.
- **Le noyau** : $N(x) = \{x | \mu_A(x) = 1\}$ est l'ensemble des éléments qui appartiennent totalement à A, pour les fonctions de type triangulaire, le noyau est un singleton qui est appelé aussi valeur modale
- **Le support** : $S(A) = \{x | \mu_A(x) \neq 1\}$, cet ensemble décrit l'ensemble des éléments qui sont partiellement dans A.

➤ Types(Formes) des fonctions d'appartenance :

Chapitre 2 : Différentes méthodes de diagnostic- systèmes d'inférences flous

La fonction d'appartenance peut prendre plusieurs formes, les plus utilisées sont :

- Fonction triangulaire :

$$\mu(x) = \max \left(\min \left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b} \right), 0 \right)$$

- Fonction trapézoïdale :

$$\mu(x) = \max \left(\min \left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{c-x}{c-b} \right), 0 \right)$$

- Fonction Gaussienne :

$$\mu(x) = \exp \left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma} \right)$$

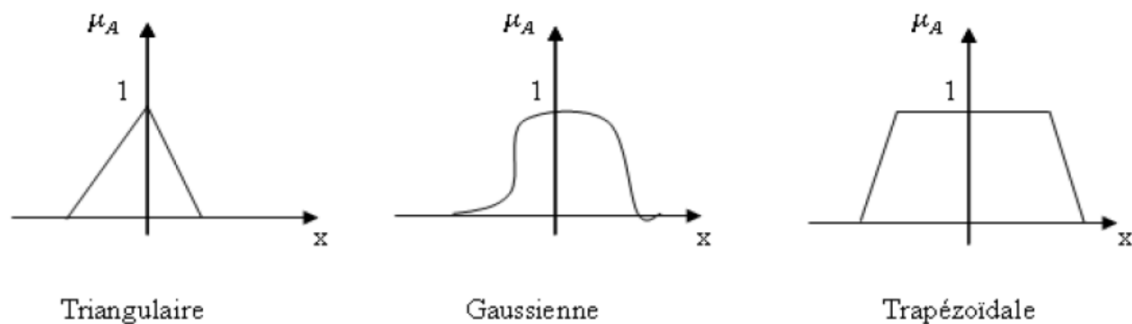


Figure 3 : Formes des fonctions d'appartenances.

➤ **La hauteur, Le noyau, Le support :**

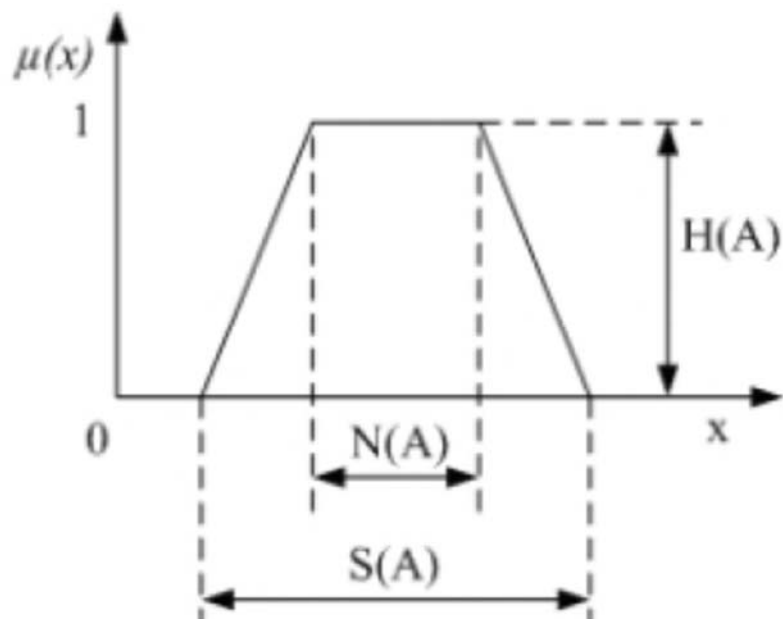


Figure : Représentations de La hauteur, Le noyau, Le support

3 - 4 Les opérateurs de la logique floue :

Comme dans la théorie des ensembles classiques, on définit l'intersection, l'union des ensembles flous ainsi que le complémentaire d'un ensemble flou, ces relations sont traduites par les opérateurs « et », « ou » et « non » est sont les plus utilisés.

Soit **a** et **b** des ensembles flous utilisant des fonctions d'appartenance triangulaires et $\mu_a(x)$, $\mu_b(x)$ les degrés d'appartenance de l'élément **x** dans l'univers de discours **U**. (Dénomné par $x \in U$)

❖ Opérateur NON (complément, négation, inverse) :

C'est l'ensemble complémentaire de la théorie des ensembles.

$$c = \bar{a}$$

Est défini par les éléments de **x** qui n'appartiennent pas à l'ensemble **a**. Dans le cas de la logique floue, cette définition peut être exprimée par les fonctions d'appartenances de la manière suivante :

$$\mu_c(x) = 1 - \mu_a(x)$$

Un objet peut donc appartenir à un ensemble et en même temps à son complément.

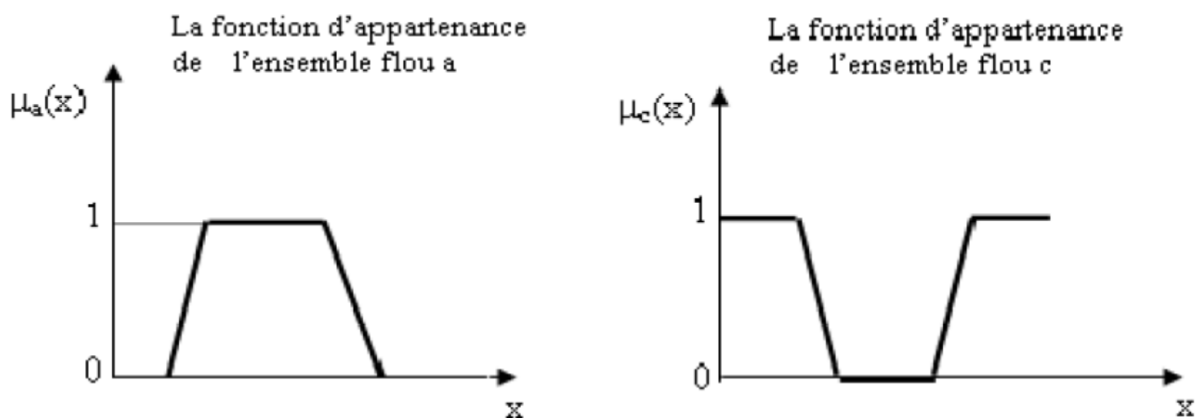


Figure: Opérateur NON

❖ Opérateur ET (minimum) :

L'opérateur « ET » correspond à l'intersection de deux ensembles **a** et **b** on écrit:

$$c = a \cap b = a \text{ ET } b$$

Dans la logique floue, l'opérateur « ET » est réalisé dans la plupart des cas par la formulation du minimum, appliqué aux fonctions d'appartenance $\mu_a(x)$ et $\mu_b(x)$ des deux ensembles **a** et **b**.

$$\mu_c(x) = \min [\mu_a(x), \mu_b(x)]$$

L'opérateur minimum est commutatif et associatif.

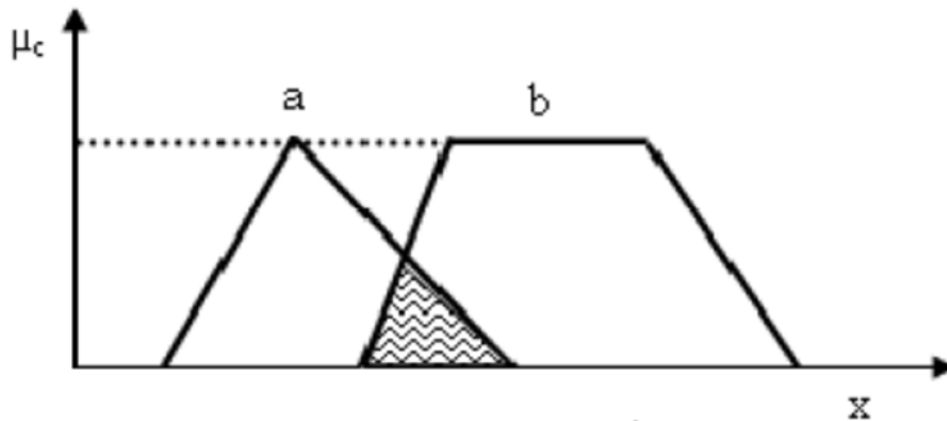


Figure: Operateur ET

❖ **Operateur OU (maximum) :**

L'opérateur « OU » correspond à l'union de deux ensembles **a** et **b**, on a donc :

$$c = a \cup b = a \text{ OU } b$$

En général la réalisation de l'opérateur ou au niveau de la logique floue se fait par la formulation du maximum, appliquée aux fonctions d'appartenance $\mu_a(x)$ et $\mu_b(x)$ des deux ensembles **a** et **b**.

$$\mu_c(x) = \max [\mu_a(x), \mu_b(x)]$$

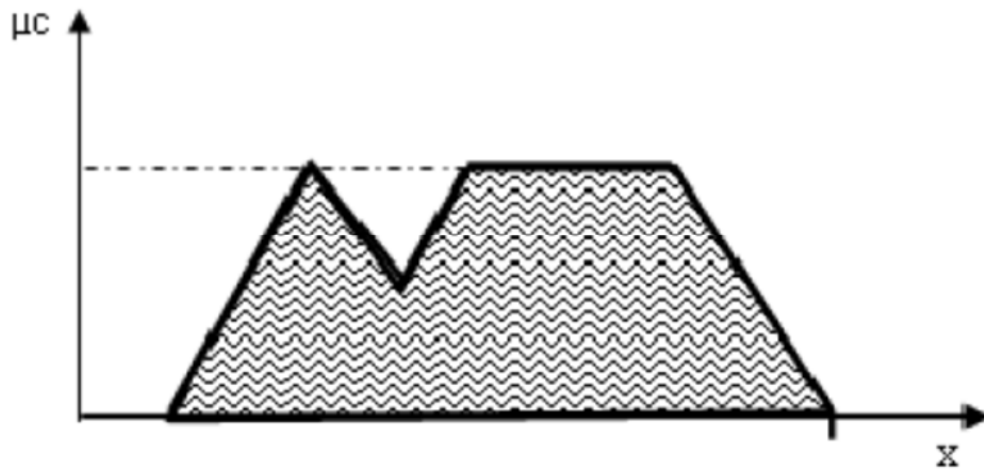


Figure: Operateur OU

5- Structure d'un système flou :

Le schéma synoptique général d'un contrôleur flou est représenté dans la figure suivante :

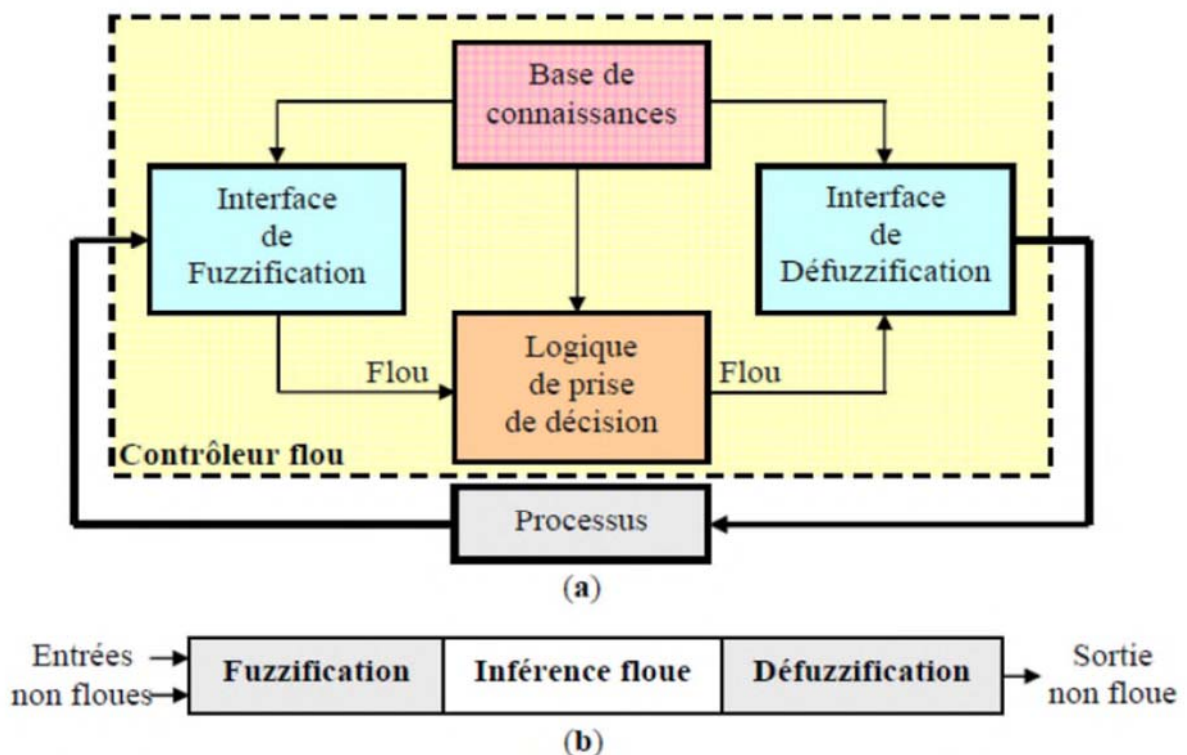


Figure: (a): Schéma synoptique d'un contrôleur, (b): configuration d'un contrôleur flou.

Un contrôleur par logique floue est constitué de quatre parties suivantes :

- Une interface de fuzzification à l'entrée.
- Une base de connaissance.
- Une logique de prise de décision.
- Une interface de défuzzification à la sortie.

✓ **Fuzzification** :

Pendant la fuzzification, les valeurs numériques des entrées/sorties sont transformées en ensembles flous. Par conséquent, ils sont exprimés en variables linguistiques caractérisées par une adhésion appelée sous-ensemble, qui représente chaque point d'espace d'entrée, appelé l'univers du discours. Pour une fonction d'adhésion, l'estimation est généralement donnée plus en degré plutôt qu'en valeur. En comparant avec la logique booléenne, dans laquelle la réponse est soit 0 ou 1, le degré de fonction d'adhésion prend de nombreuses valeurs entre 0 et 1. [4]

A cet effet, deux méthodes de fuzzification existent :

- Définition des classes d'appartenances de toutes les variables d'entrée.
- Passage de la grandeur physique (température, pression, âge,...) à une variable linguistique.

Choix de l'opérateur de fuzzification :

- L'opérateur de fuzzification associe à une mesure de la variable X_0 une fonction d'appartenance $\mu_{x_0}(x)$
- Si la mesure de X_0 est exacte , la fonction d'appartenance utilisée est le **singleton**
- Si la mesure est incertaine , la fonction d'appartenance généralement utilisée est de forme **triangulaire ou trapézoïdale**.

✓ **Base de connaissance** :

Elle comprend toutes les connaissances concernant le domaine d'application et les buts de commande prévus, elle est composée de [10][14] : [1]

a) Une base de données fournit les définitions nécessaires utilisées par les règles floues. Ceci se résume en :

- une normalisation des univers de discours.

Chapitre 2 : Différentes méthodes de diagnostic- systèmes d'inférences flous

Une partition floue des espaces entrées-sorties.

Un choix des fonctions d'appartenances.

b) Une base de règles floues caractérisant la stratégie de la commande au moyen d'un ensemble de citations conditionnelles. Elle se résume en :

choix de variables d'entrées

source de règles floues de contrôle

✓ Mécanisme d'inférence floue :

Les méthodes d'inférences permettent la réalisation des différents opérateurs ET, OU, ALORS,... intervenant dans les règles d'inférences et s'appliquant aux fonctions d'appartenances.

Les trois méthodes d'inférence les plus usuelles sont:

- Méthode d'inférence Max - Min de MAMDANI ;

- Méthode d'inférence Max - Prod de LARSEN ;

- Méthode d'inférence Somme - Prod de ZADAH.

Dans le but d'éclairer le principe de chaque méthode, on propose un tableau récapitulatif basé sur la règle suivante :

Si condition Alors conclusion

Méthodes	Au niveau de la condition	Au niveau de la conclusion	Entre deux règles
Méthode Max - Min	ET : est réalisé par la formation du Min OU : est réalisé par la formation du Max	Alors : est réalisé par la formation du Min	OU : est réalisé par la formation du Max
Méthode Max - Prod	ET : est réalisé par la formation du Min. OU : est réalisé par la formation du Max.	Alors : est réalisé par le produit	OU : est réalisé par la formation du Max
Méthode Somme - Prod	ET : est réalisé par le produit. OU : est réalisé par la somme.	Alors : est réalisé par le produit	OU : est réalisé par la somme.

TAB Synthèse des différentes méthodes d'inférences

Exemple d'un mécanisme d'inférence Somme - Prod de ZADAH :

Soient 2 entrées x_1 et x_2 et une sortie x_r définies par les 5 sous ensembles :

- NG Négatif Grand
- NP Négatif Petit
- NM Négatif Moyen
- EZ Environ zéro
- PP Positif Petit
- PM Positif Moyen
- PG Positif Grand

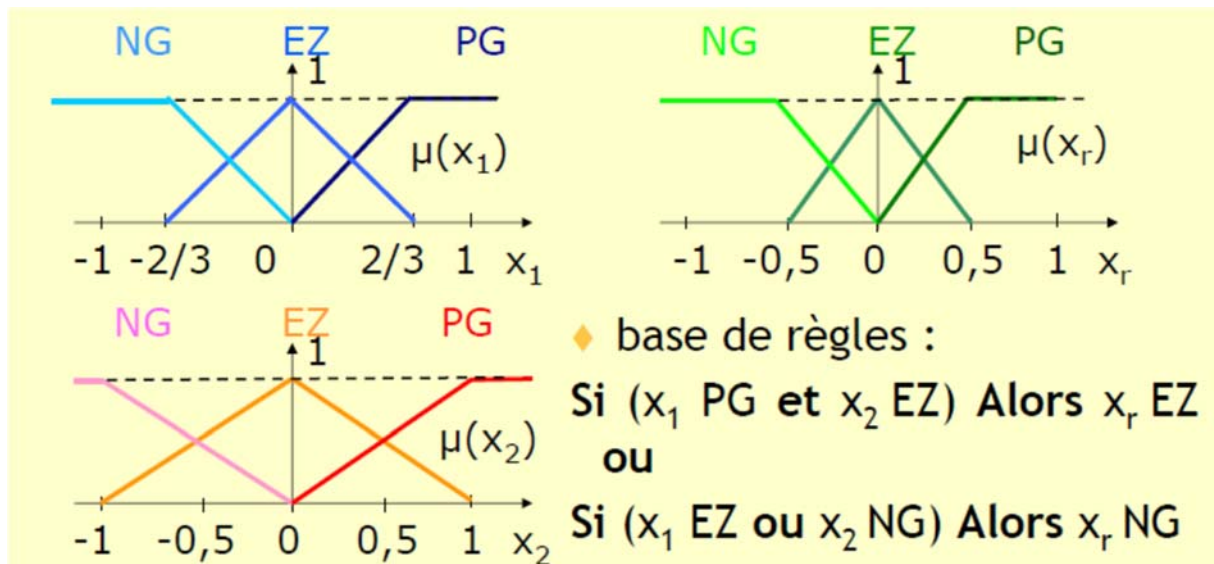


Figure : Représentation des ensembles flous

Les règles d'inférence s'écrivent de trois manières différentes :

• **La forme linguistique:**

Si (x est positif) et (y est zéro) alors (z est positive)

- **La forme symbolique :** est une simplification de la forme linguistique; aux cinq ensembles flous de la variable de sortie correspondent cinq déductions floues :

Si (x_1 NG et x_2 EZ) Alors x_r PG ou

Si (x_1 NG et x_2 PM) Alors x_r PM ou

Si (x_1 NM et x_2 EZ) Alors x_r PM ou

Si (x_1 NM et x_2 PM) Alors x_r EZ ou

Si (x_1 NM et x_2 PG) Alors x_r NM ou

.....

Si (x_1 PG et x_2 EZ) Alors x_r NG.

- **La matrice d'inférence:** qui est une autre simplification de la forme linguistique en utilisant une représentation graphique. La forme symbolique écrite précédemment se traduit par:

$x_2 \backslash x_1$		x_r				
		NG	NM	EZ	PM	PG
NG				PG	PM	
NM				PM	EZ	NM
EZ	PG	PM	EZ	NM	NG	
PM	PM	EZ	NM			
PG		NM	NG			

Tab : Matrice d'inférence.

En générale, le nombre de règle est inférieur à r_{max} et le tableau n'est pas forcément complet.

La méthode somme-Prod :

La méthode d'inférence **somme-Prod** réalise, au niveau de la condition, l'opérateur **OU** par la formation de la somme, plus précisément par la valeur moyenne, tandis que l'opérateur **ET** est réalisé par la formation du produit. La conclusion de chaque règle, précédée par **ALORS**, liant le facteur d'appartenance de la condition avec la fonction d'appartenance de la variable de sortie par l'opérateur **ET**, est réalisé par la formation du produit. L'opérateur **OU** qui lie les différentes règles est réalisé par la formation de la somme, donc de la valeur moyenne.

Dans ce cas, le **OU** liant les règles est réalisé par la formation de la somme et le **ALORS** est réalisé par la formation du produit, ainsi s'explique la désignation par **somme-Prod** de cette méthode d'inférence.

La méthode d'inférence **somme-Prod** est représentée graphiquement à la (Fig ??).

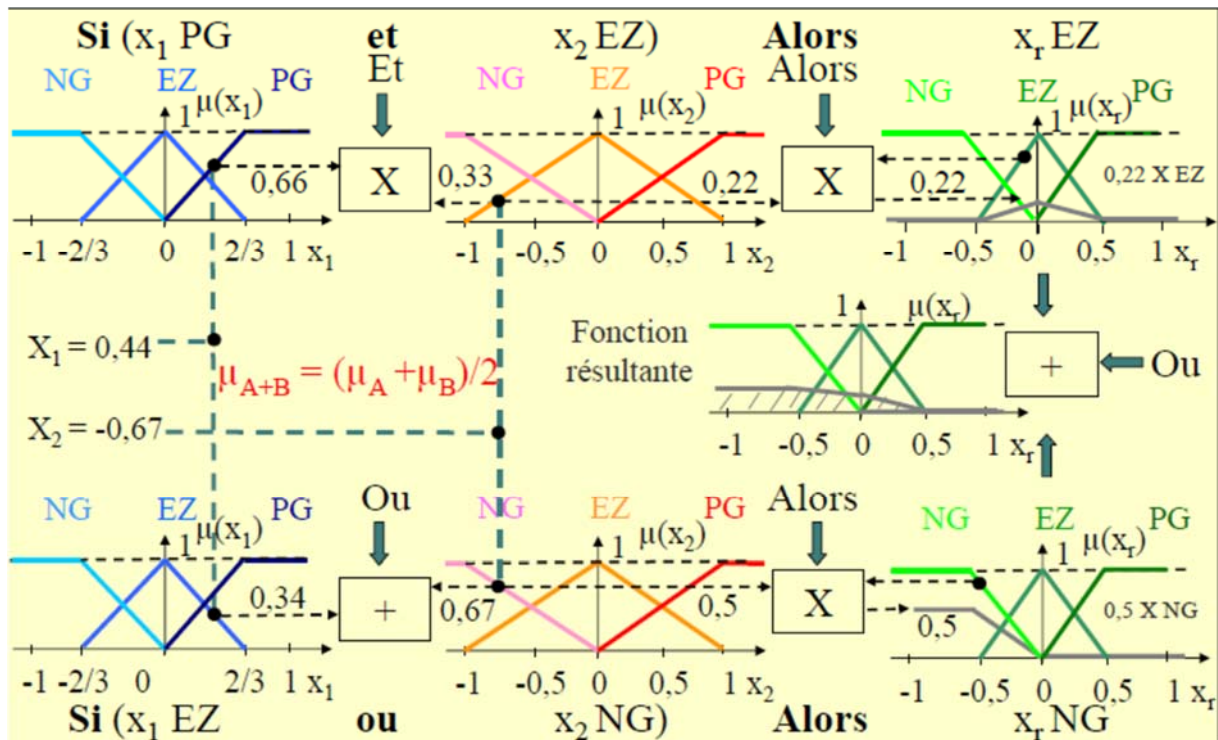


Figure : Méthode d'inférence somme-Prod

✓ **Défuzzification**

La défuzzification c'est la dernière étape de la logique floue, elle a pour objectif de transformer la courbe d'activation finale obtenue lors de l'étape d'agrégation en une valeur réelle.

Deux méthodes sont alors applicables pour obtenir la valeur retenue de la variable à prédire :

- La méthode de la moyenne des maxima(**MOM**) : correspond à la moyenne des valeurs de sortie les plus vraisemblables.
- La méthode des centres de gravité "centroïde"(**COG**) : abscisse du centre de gravité de la surface de la courbe de résultats.

▪ **Méthode de la moyenne des maxima (MOM):**

Cette méthode est utilisée dans le cas où plusieurs ensembles auraient la même hauteur maximale, on réalise leur moyenne, c.à.d. On prend la moyenne des abscisses du maximum comme présenter dans la figure suivant:

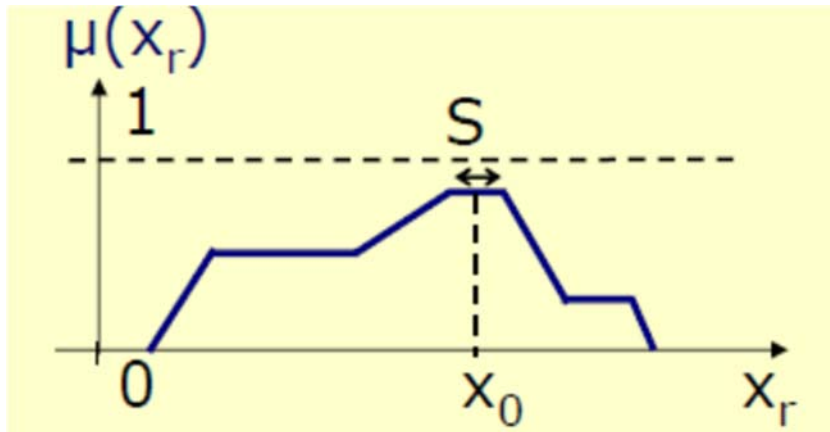


Figure: Méthode de la moyenne des maxima

▪ **La méthode des centres de gravité "centroïde"(COG) :**

La sortie correspond à l'abscisse du centre de gravité de la surface de la fonction d'appartenance résultante.

$$x_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} x_{ri} \mu(x_{ri})}{\sum_{i=1}^{n_i} \mu(x_{ri})}$$

Cette méthode est la plus coûteuse en temps de calcul mais la plus utilisée, et décomposée en deux méthodes :

- On prend l'union des sous-ensembles flous de sortie et on en tire le centroïde globale (calcul très lourd)
- On prend chaque sous-ensembles séparément et on calcule son centroïde, puis on réalise la moyenne de tous les centroïdes.