المحاضرة الثانية:

1-اختبار الفرضيات البسيطة:

لاختبار الفرضيات الخاصة بمعالم النموذج المقدر نتحصل أولا على تباين المقدرات والذي يساوي:

$$V(\hat{\beta}_1) = \sigma^2 \frac{\sum x_2^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$V(\hat{\beta}_2) = \sigma^2 \frac{\sum x_1^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2}$$

تباين البواقي يساوي $\sigma^2 = \frac{\sum u_i^2}{n-k}$

$$V(\hat{\beta}_1) = \frac{\sum u^2}{n-k} \frac{\sum x_2^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$V(\hat{\beta}_2) = \frac{\sum u^2}{n-k} \frac{\sum x_1^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2}$$

بأخذ معطيات المثال السابق (مختلف الحسابات في الجدول 2 أدناه):

$$V(\hat{\beta}_1) = \frac{\sum u^2}{n-k} \frac{\sum x_2^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2} = \frac{13.67}{10-3} \frac{504}{(576)(504)-(524)^2} = 0.06$$

$$V(\hat{\beta}_2) = \frac{\sum u^2}{n-k} \frac{\sum x_1^2}{\sum x_1^2 \sum x_2^2 - (\sum x_1 x_2)^2} = \frac{13.67}{10-3} \frac{576}{(576)(504)-(524)^2} = 0.07$$

ويكون الانحراف المعياري كما يلي:

$$Se(\hat{\beta}_1) = \sqrt{V(\hat{\beta}_1) =} \sqrt{0.06} = 0.24$$

$$Se(\hat{\beta}_2) = \sqrt{V(\hat{\beta}_2) =} \sqrt{0.07} = 0.27$$

وباستخدام اختبار t لاختبار فرضية العدم والتي تفترض أنه لا توجد علاقة أي أن

$$H_0:\beta_1 = 0$$
$$H_A:\beta_1 \neq 0$$

وكذلك

$$H_0:\beta_2 = 0$$
$$H_A:\beta_2 \neq 0$$

الاختبار الإحصائي

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - 0}{Se(\hat{\beta}_1)} = \frac{0.65}{0.24} = 2.70$$

$$t = \frac{\hat{\beta}_2 - 0}{Se(\hat{\beta}_2)} = \frac{1.11}{0.27} = 4.27$$

وبمقارنة قيمة t المحسوبة مع t الجدوليه مع 7 درجة حرية وعند 5% مستوى معنوية والتي تساوي t=2.365 نرفض فرضية العدم ونستنتج وجود علاقة بين المتغير التابع والمتغيرات المستقلة.

جدول رقم (2)

	Y	X_1	X_2	$\hat{Y}$	u	u^2 $(Y-Y)^2$	y^2 $(Y-Y)^2$
1	40	6	4	40.32	-0.32	0.1024	289
2	44	10	4	42.92	1.08	1.1664	169
3	46	12	5	45.33	0.67	0.4489	121
4	48	14	7	48.85	-0.85	0.7225	81
5	52	16	9	52.37	-0.37	0.1369	25
6	58	18	12	57.00	+1.00	1.0000	1
7	60	22	14	61.82	-1.82	3.3124	9
8	68	24	20	69.78	-1.78	3.1684	121
9	74	26	21	72.19	+1.81	3.2761	289
10	80	32	24	79.42	+0.58	0.3364	529
					$\Sigma u=0$	$\Sigma u^2=13.67$	$\Sigma y^2=1634$

2-**اختبار الفرضيات المركبة:**

هي الفرضية التي تتكون من عدد من الافتراضات على سبيل المثال:

فرضية العدم: $Ho : \beta_1 = \beta_2 = ...\beta_k$

الفرضية البديلة: فرضية العدم غير صحيحه.

أي أننا نختبر النموذج كله أي إن الانحدار كله غير صالح.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 ... \beta_k X_k + u$$

أي أن النموذج قد يكون جيد وتفلح هذه المتغيرات في تفسير التغيرات التي تحدث في المتغير التابع ونرفض فرضية العدم او ان النموذج غير جيد و المتغيرات المفسرة لا تفلح في تفسير التغيرات التي تحدث في المتغير التابع. يمكن استخدام اختبار المركب وهو إذا كان النموذج يضم متغيرين مفسرين أي نموذج من ثلاث متغيرات.

يجب التخلص من هذه المجموعة من المتغيرات المستقلة واستعمال مجموعه أخرى أكثر ملائمة لتفسير المتغير التابع Y ، أما هذه المجموعة ككل فإنها لاتقوم بتفسير المتغير التابع Y . أما إذا رفضت فرضية العدم معناه أن النموذج صالح أي أن المتغيرات كمجموعه تلعب دور في تفسير المتغير التابع فيجب الاحتفاظ بهذه المجموعة.

تجدر الإشارة إلى أنه لا نعتمد فقط على الاختبارات المعنوية بل توجد اعتبارات أخرى مثل معامل التحديد واختبار F لتحليل التباين.

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - \beta_2}{\sqrt{V(\beta_1) + V(\beta_2) - 2(Cov\beta_1, \beta_2)}}$$

3-<u>معامل الارتباط الجزئي:</u>

إذا تم شرح التغير في Y بمتغيرين X_2, X_1 فإن معامل الارتباط r^2_{yx1} و r^2_{yx2} يقيس الجزء من التباين في Y الذي يمكن شرحه بالمتغير X_1 والمتغير X_2, أما R^2 فهي تشرح التغير في Y والذي يتم شرحه بالمتغيرات X_1, X_2 معا.

أما معاملات الارتباط الجزئي الارتباط بين المتغير التابع Y وأحد المتغيرات المستقلة, X_2, X_1 حيث أن r_{yx1} تمثل الارتباط بين Y المتغير التابع والمتغير X_1 بافتراض ابتعاد تأثير X_2, لقياس الارتباط الجزئي نستخدم المعادلات التالية:

$$r_{yx1} = \frac{\sum x_1 y}{\sqrt{\sum x_i^2}\sqrt{\sum y^2}} = \frac{956}{\sqrt{576}\sqrt{1634}} = 0.9854$$

$$r_{yx2} = \frac{\sum x_2 y}{\sqrt{\sum x_{2i}^2}\sqrt{\sum y^2}} = \frac{900}{\sqrt{504}\sqrt{1634}} = 0.9917$$

$$r_{x1\ x1} = \frac{\sum x_2 x_1}{\sqrt{\sum x_{2i}^2}\sqrt{\sum x_1^2}} = \frac{524}{\sqrt{504}\sqrt{576}} = 0.9725$$

4- **<u>معامل التحديد:</u>** حيث تستعمل الصيغة التالية:

$$R^2 = \frac{\sum \hat{y}_i^2}{\sum y_i^2} = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{\sum u_i^2}{\sum y_i^2}$$

ومن المثال السـابق تكون قيمة معامل التحديد كما يلي:

$R^2 = \frac{\sum \hat{y}_i^2}{\sum y_i^2} = \frac{SSR}{SSR} = 1 - \frac{\sum u_i^2}{\sum y_i^2} = 1 - \frac{13.67}{1634} = 1 - 0.0084 = 0.9916 = 99.16\%$ ولكن في الانحدار المتعدد عادة يفضل استخدام معامل التحديد المصحح وهو معطى بالقانون التالي

$$\overline{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-k}\left(1 - R^2\right)$$

ويفضل استعمال معامل التحديد المصحح للمقارنة بين نماذج الانحدار المختلفة ذات المتغير التابع. الواحد كما يلي:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u_1 \qquad \overline{R}_1^2$$

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 ... \beta_k X_k + u_2 \qquad \overline{R}_2^2$$

تحسـب معامل التحديد المصحح للنموذجين أيهما أكبر يكون هو النموذج الأفضل.

ويفضل استخدام معامل التحديد المصحح $\overline{R}^2$ وذلك لأن معامل R_1^2 يتزايد بتزايد عدد المتغيرات المفسرة أي انه في نموذج الانحدار البسيط تكون $R_1^2 = \overline{R}^2$ أما في نموذج الانحدار العام تكون $R_1^2 \leq \overline{R}^2$