Université de Mila
Institut des sciences et techniques
Département de sciences et techniques
Master 1- Électromécanique

Module : Méthodes numériques appliquées

TP 1 : Intégration numérique

But du TP :

Dans ce TP, nous allons calculer une valeur approximative de l'intégrale d'une fonction f(x) sur un intervalle [a, b], en utilisant quelques méthodes usuelles dédiées à l'intégration numérique.

Rappel théorique :

- La méthode du trapèze : basée sur l'interpolation de f(x) pour 2 points d'appui, par extension à l'ensemble des points, on obtient la formule généralisée suivante :

$$\int_a^b f(x) = \frac{h}{2}(f(x_0) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) = \frac{h}{2}(f_0 + \sum_{i=1}^{n-1} f_i + f_n)$$

- La méthode de Simpson : basée sur l'interpolation de f(x) pour 3 points d'appui équidistants, par extension à l'ensemble des points, on obtient la formule généralisée :

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + 2f(x_4) + \cdots + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

Travail demandé :

Nous cherchons à calculer les approximations de l'intégrale,$I = \int_0^1 \sin(x) \,.\, e^x dx$ en utilisant les deux méthodes suscitées.

1) Ecrire un programme qui calculerait cette intégrale en utilisant la méthode du trapèze pour n = 10 sous-intervalles

2) Refaire l'exécution pour n=100.

3) La fonction TRAPZ de Matlab, donne la valeur calculée par la méthode du trapèze pour un vecteur Y avec un pas d'intégration unitaire. Calculer l'intégrale I en utilisant cette fonction.

4) Ecrire un programme pour le calcul de cette intégrale en utilisant la méthode de Simpson avec les mêmes conditions que dans (1) puis avec celle de (2).

5) Refaire l'exécution pour n=100.

6) la fonction QUAD de Matlab implémente l'algorithme de Simpson adaptatif.

La syntaxe de cette fonction est : I = QUAD(nom_fonction, a, b) où nom_fonction est le nom de la fonction à intégrer, et a et b sont les bornes d'intégration. La fonction doit impérativement accepter des variables de type vecteur. Utiliser cette fonction et comparer avec le résultat obtenu en (3).

7) Comparer les résultats obtenus sachant que la valeur exacte de l'intégrale I est 0,909330673631479.