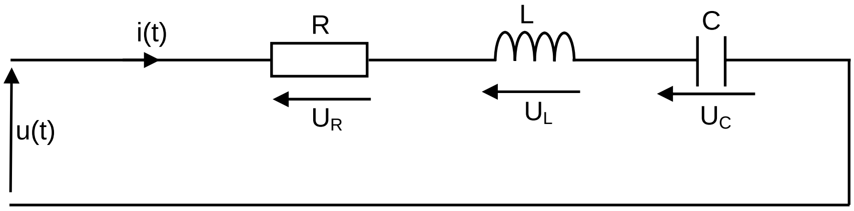
# ASSOCIATION DES IMPEDANCES

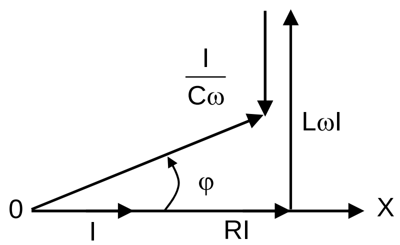
## 1 - Etude d'un circuit R, L et C série

### 1.1 - Montage

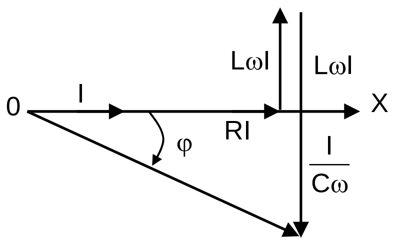



### 1.2 - Constitution de Fresnel (méthode graphique)

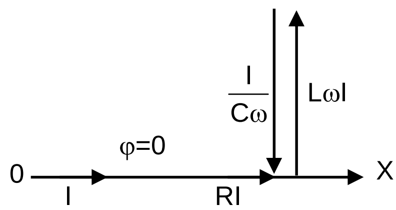
On considère le courant comme origine de phase : $i(t) = I\sqrt{2}\sin\omega t$




Circuit inductif




Circuit capacitif




Circuit résistif

### 1.3 - Méthode complexe

$$\overline{U} = \overline{U}_R + \overline{U}_L + \overline{U}_C = R\,\overline{I} + jL\omega\,\overline{I} - j\frac{\overline{I}}{C\omega} = \overline{I}\left[R + j(L\omega - \frac{1}{C\omega})\right]$$

$$\textit{On a}:\quad \overline{U} = \overline{Z}\ I \qquad \Rightarrow \qquad \overline{Z} = \left[R + j(L\omega - \frac{1}{C\omega})\right]$$

$$\bullet\ \textit{Module}:\quad Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

$$\bullet\ \textit{Phase}:\quad \varphi = \text{arctg}\,\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

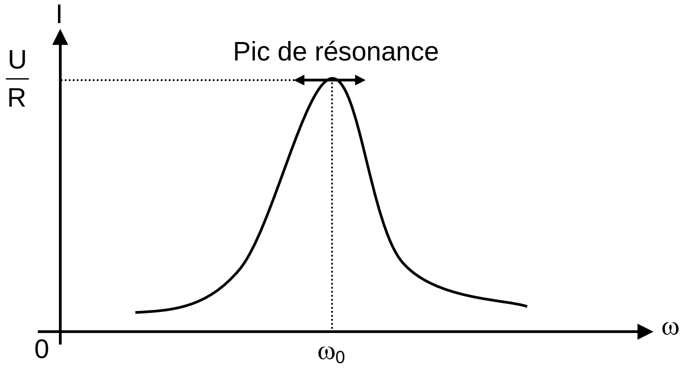
### 1.4 – Résonance

- En général pour un circuit RLC série, le phénomène de la résonance est due au passage du courant efficace par un maximum :

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

- Le courant I admet un maximum $I_{Res}$ lorsque $(L\omega_0 - \frac{1}{C\omega_0}) = 0 \Rightarrow LC\omega_0^2 = 1$
- On appelle $\omega_0$ pulsation propre avec : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

- Courbe I=f(ω)




### 1.5 - Facteur de surtension

- A la résonance si R est très faible devant $X_L$ et $X_C$, on aura $U_C = U_L >> U_R$,
- On dit qu'il y a une surtension aux bornes de l'inductance et de la capacité par rapport à la tension d'alimentation,
- Le coefficient de surtension (ou facteur de qualité) est :

$$Q = \frac{U_L}{U_R} = \frac{U_C}{U_R} = \frac{L\,\omega_0}{R} = \frac{1}{R\,C\,\omega_0}$$

### 1.6 - Application :

On considère un circuit comportant une inductance L, une résistance R et un condensateur C montés en série, le tout alimenté par une tension sinusoïdale : $u(t) = 200\sqrt{2}\sin 100\pi t$. On donne C = 31,8 μF, R = 100 Ω et L = 637 mH,

<u>*On demande :*</u>

1. Le courant fournie par le générateur et son déphasage par rapport à la tension du générateur,
2. Les tensions aux bornes de la bobine et de la capacité ainsi que leurs déphasages par rapport au courant,
3. La fréquence de résonance, le coefficient de surtension et le courant efficace de résonance,

N.B : Il est recommandé d'arrondir les résultats des calculs des réactances à fin d'obtenir des calculs simples,

<u>*Solution :*</u>

*1) Calcul de $\bar{I}$ :*

On a : $\bar{U} = \bar{Z}.\bar{I}$ et $\bar{Z} = R + j(L\,\omega - \frac{1}{C\omega})$ $\Rightarrow$ $\bar{I} = \dfrac{\bar{U}}{R + j(L\,\omega - \frac{1}{C\omega})}$

$$I = \frac{200}{100 + j(0{,}637 \times 314 - \frac{1}{31{,}8 \times 10 - 6 \times 314})} = \frac{200}{100 + j100} = 1 - j$$

- Module de $\bar{I}$ : $I = \sqrt{2}$
- Phase de $\bar{I}$ : $\varphi = -\frac{\pi}{4}$

$\Rightarrow$ $i(t) = 2\sin(100\pi t = \frac{\pi}{4})$

*2.1) Calcul de $\overline{U}_L$*

On a : $\overline{U}_L = \overline{Z}_L.\overline{I}$ et $\overline{Z}_L = jL\omega$ $\Rightarrow$ $\overline{U}_L = jL\omega(1-j) = L\omega(1+j) = 200(1+j)$

$\Rightarrow$ $u_L(t) = 400\sin(100\pi t + \frac{\pi}{4})$ par rapport à u(t)

$\Rightarrow$ $u_L(t) = 400\sin(100\pi t + \frac{\pi}{2})$ par rapport à i(t)

*2.2) Calcul de $\overline{U}_C$*

On a : $\overline{U}_C = \overline{Z}_C.\overline{I}$ et $\overline{Z}_C = \frac{-j}{C\omega}$ $\Rightarrow$ $\overline{U}_C = \frac{-j}{C\omega}(1-j) = \frac{-1}{C\omega}(1+j) = -100(1+j)$

$\Rightarrow$ $u_C(t) = 200\sin(100\pi t - \frac{3\pi}{4})$ par rapport à u(t)

$\Rightarrow$ $u_C(t) = 200\sin(100\pi t - \frac{\pi}{2})$ par rapport à i(t)

*3.1) Calcul de $f_0$*

$$f_0 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 35{,}36\ \text{Hz}$$

*3.2) Calcul de Q*

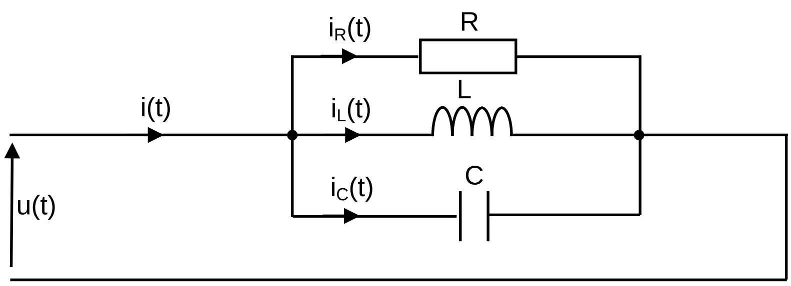
$$Q = \frac{U_C}{U} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{\sqrt{LC}}{RC} = 1{,}415$$

*3.3) Calcul de $I_{Res}$*

$$I_{Res} = \frac{U}{R} = 2\ \text{A}$$

## 2 - Etude d'un circuit R, L et C parallèle

### 2.1 - Montage

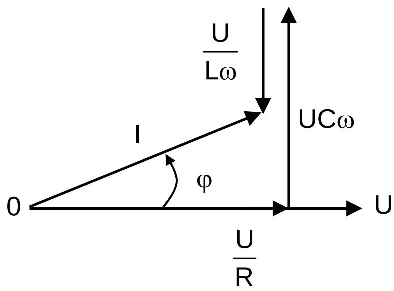



On a :
$$i(t) = i_R(t) + i_L(t) + i_C(t)$$
$$u(t) = U\sqrt{2}\sin\omega t$$

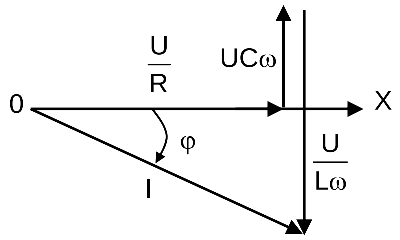
Avec :
$$i_R(t) = \frac{U}{R}\sqrt{2}\sin\omega t$$
$$i_L(t) = \frac{U}{L\omega}\sqrt{2}\sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$
$$i_C(t) = C\omega U\sqrt{2}\sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

### 2.2 - Constitution de Fresnel (méthode graphique)

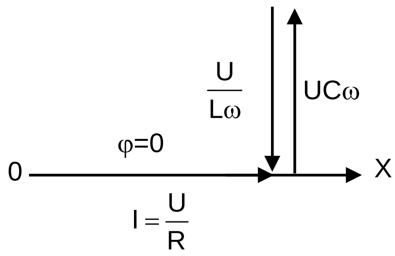
On considère la tension comme origine de phase : $u(t) = U\sqrt{2}\sin\omega t$




Circuit capacitif




Circuit capacitif




Circuit résistif

## 2.3 - Méthode complexe

$$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_L + \bar{I}_C = G\,\bar{U} + jC\omega\,\bar{U} - j\frac{\hat{U}}{L\omega} = \bar{U}\left[G + j(C\omega - \frac{1}{L\omega})\right]$$

$$\text{On a :}\quad \bar{I} = \hat{Y}\ \bar{U} \qquad \Rightarrow \qquad \bar{Y} = \left[GR + j(C\omega - \frac{1}{L\omega})\right]$$

$$\bullet \text{Module :}\quad Y = \sqrt{G^2 + (C\omega - \frac{1}{L\omega})^2}$$

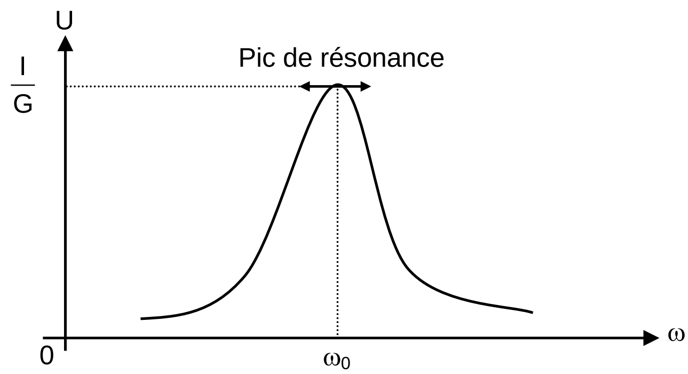
$$\bullet \text{Phase :}\quad \varphi = \text{arctg}\,\frac{C\omega - \frac{1}{L\omega}}{G}$$

## 2.4 – Résonance

- En général pour un circuit RLC parallèle, le phénomène de la résonance est due au passage de la tension efficace par un maximum :

$$U = \frac{I}{Y} = \frac{U}{\sqrt{G^2 + (C\omega - \frac{1}{L\omega})^2}}$$

- La tension admet un maximum $U_{Res}$ lorsque $(C\omega_0 - \frac{1}{L\omega_0}) = 0 \Rightarrow LC\omega_0^2 = 1$
- On appelle $\omega_0$ pulsation propre avec : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
- Courbe U=f(ω)




## 2.5 - Facteur de surintensité

- A la résonance si R est très grande devant $X_L$ et $X_C$, on aura $I_C = I_L >> I_R$,
- On dit qu'il y a une surintensité aux bornes de l'inductance et de la capacité par rapport au courant total,

- Le coefficient de surintensité (ou facteur de qualité) est :

$$Q = \frac{I_L}{I_R} = \frac{I_C}{I_R} = \frac{R}{L\omega_0} = RC\omega_0$$

## 3 - Méthode de calcul des circuits sinusoïdaux

- Pour résoudre les circuits à courant sinusoïdal nous pouvons appliquer toutes les méthodes considérées dans les circuits à courant continu,
- Toujours au lieu des résistances il faut mettre l'impédance de chaque branche, on peut faire la transformation étoile triangle et vis versa,