LES PUISSANCES EN ALTERNATIF

1 - Puissance instantanée

- La puissance instantanée est par définition : p(t) = u(t) . i(t) en W,
  Pour : $u(t) = U\sqrt{2}\sin\omega t$ et $i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi)$ alors :
  $$p(t) = 2\,U\,I\sin\omega t\,\sin(\omega t+\varphi) = 2\,U\,I\,\frac{[\cos(\omega t - (\omega t+\varphi)] - [\cos(\omega t + (\omega t+\varphi)]}{2} = U\,I[\cos\varphi + \cos(2\omega t + \varphi + \pi)]$$
- p(t) : la puissance instantanée est une fonction sinusoïdale de pulsation 2ω,

2 - Puissance moyenne

La puissance moyenne P_{moy} est par définition la valeur moyenne de la puissance instantanée par période :

$$P_{moy} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T U\,I(\cos\varphi + \cos(2\varpi t + \varphi + \pi))dt = \frac{1}{T}\int_0^T U\,I\,\cos\varphi\,dt + \frac{1}{T}\int_0^T U\,I\cos(2\varpi t + \varphi + \pi)\,dt$$

$$P_{moy} = \frac{U\,I\cos\varphi}{T}\int_0^T 1\,dt = U\,I\cos\varphi$$

3 - Puissance apparente

- Le produit U.I est un facteur de dimensionnement de la ligne et des appareillages de distribution d'énergie,
- Cette grandeur distincte de la puissance P, est appelée puissance apparente, elle est notée S :
  $S = U.I$ en VA

4 - Facteur de puissance

- Pour caractériser le taux d'utilisation d'un réseau, d'un récepteur ou d'une source, on est amené à définir le facteur de puissance,
- Celui-ci est donné par : $K = \frac{P_{moy}}{S} = \frac{U.I.\cos\varphi}{U.I} = \cos\varphi$

5 - Puissance active

- La puissance active est la puissance dissipée dans les résistances,
- Sa valeur moyenne est : $P = R.I^2$
  On a : $R = Z\cos\varphi$ et $U = Z.I \Rightarrow P = Z.I^2.\cos\varphi = U.I.\cos\varphi$ en W

6 - Puissance réactive

La puissance réactive est la puissance échangée entre les éléments réactifs (C et L),
$Q = U.I.\sin\varphi$ en VAR

Remarques :

- La puissance apparente peut s'exprimer par la formule suivante : $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$
- Pour une inductance pure : $\varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow Q = S = L\omega I^2$ et $P = 0$

- Pour une capacité pure : $\varphi = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow Q = -S = \frac{-I^2}{C\omega}$ et $P = 0$
- Pour un circuit RLC série : $P = R.I^2$; $Q = \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)I^2$; $S = Z.I^2$

7 - Théorème de Boucherot

7.1 - Puissance complxe

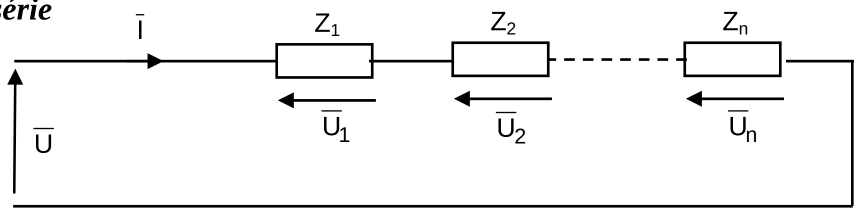
- On appelle puissance complexe d'un dipôle D particulier $S = P + jQ$. Dont la valeur peut être calculée par le produit : $\overline{S} = \overline{U}.\overline{I}^*$
- Soit un dipôle d'impédance $Z = R + jX$ soumis à la tension $\overline{U} = \overline{Z}.\hat{I}$:

$$\text{On a :}\quad \overline{S} = \overline{U}.\overline{I}^* \Rightarrow \overline{S} = \overline{Z}.\overline{I}.\overline{I}^* = RI^2 + jXI^2 = P + jQ$$

7.2 - Théorème de Boucherot

Dans un réseau à fréquence constante il y a conservation de la puissance active d'une part et de la puissance réactive d'autre part,

- ***Dipôles en série***

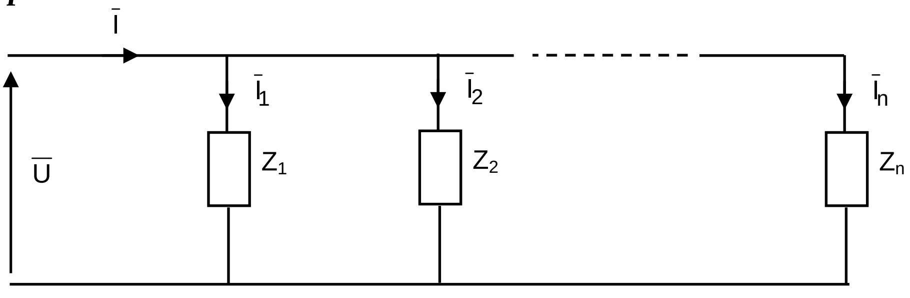


$$\text{On a :}\quad \overline{U} = \overline{U}_1 + \overline{U}_2 + \dots\dots\dots + \overline{U}_n \Rightarrow \overline{U}.\overline{I} = \overline{U}_1.\overline{I}^* + \overline{U}_2.\overline{I}^* + \dots\dots\dots + \overline{U}_n.\overline{I}^*$$

$$\text{Donc :}\quad \overline{S} = \overline{S}_1 + \overline{S}_2 + \dots\dots\dots + \overline{S}_n \Rightarrow \overline{S} = P_1 + jQ_1 + P_2 + jQ_2 + \dots\dots\dots + P_n + jQ_n$$

$$\overline{S} = \sum_{i=1}^{n} P_i + j\sum_{i=1}^{n} Q_i$$

- ***Dipôles en parallèle***



$$\text{On a :}\quad \overline{I} = \overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \dots\dots\dots + \overline{I}\,\overline{U}_n \Rightarrow \overline{I} = \overline{I}_1^* + \overline{I}_2^* + \dots\dots\dots + \overline{I}_n^* \Rightarrow \overline{U}.\overline{I} = \overline{U}.\overline{I}_1^* + \overline{U}.\overline{I}_2^* + \dots\dots\dots + \overline{U}.\overline{I}_n^*$$

$$\text{Donc :}\quad \overline{S} = \overline{S}_1 + \overline{S}_2 + \dots\dots\dots + \overline{S}_n \Rightarrow \overline{S} = P_1 + jQ_1 + P_2 + jQ_2 + \dots\dots\dots + P_n + jQ_n$$

$$\overline{S} = \sum_{i=1}^{n} P_i + j\sum_{i=1}^{n} Q_i$$

<u>Conclusion :</u>

- La puissance active fournie à un dipôle est égale à la somme des puissances actives consommées dans les différents éléments qui constituent le dipôle,
- La puissance réactive fournie à un dipôle est égale à la somme des puissances réactives dans les différents éléments qui constituent le dipôle,

$$\overline{S} = \sum_{i=1}^{n} P_i + j\sum_{i=1}^{n} Q_i$$