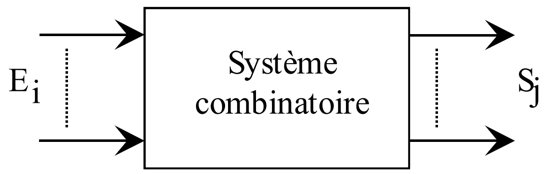
Chapitre 2 : LOGIQUE SÉQUENTIELLE

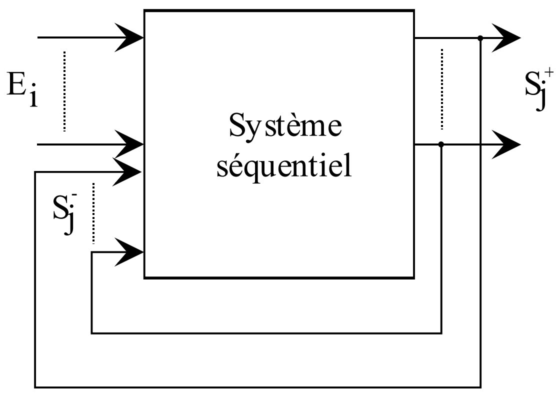
INTRODUCTION

Dans le chapitre précédent, nous avons considéré des systèmes dont le comportement est qualifié de combinatoire dans la mesure où les évolutions des sorties ne sont fonction, à tout instant, que de la valeur des entrées à cet instant. En d'autres termes, à chaque combinaison de valeurs d'entrées est associée une et une seule combinaison de valeurs des sorties. Ceci peut se représenter par le schéma ci-dessous :



Ainsi, à tout instant **t** le comportement du système peut être caractérisé uniquement par les relations définies par : $\mathbf{S_t = f(E_t)}$. Dorénavant, nous allons considérer des systèmes pour lesquels il n'est plus possible de décrire leur comportement uniquement par des relations du type précédent.

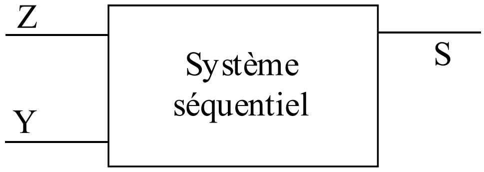
Cette fois-ci, les sorties du système sont fonctions des entrées E_i mais aussi des sorties S_j donc le schéma de base devient :



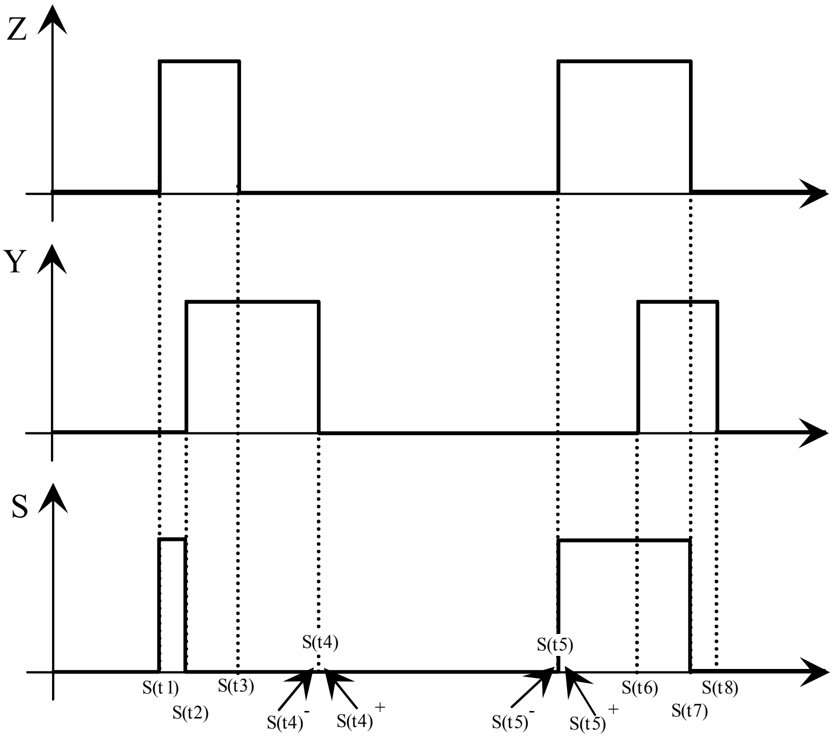
Nous voyons apparaître sur le schéma ci-dessus les symboles S_j^+ et S_j^-. Le symbole S_j^- correspond à l'état des sorties avant l'évolution des entrées E_i et le symbole S_j^+ correspond à l'état des sorties après l'évolution des entrées E_i.

Exemple : Supposons un système composé de deux entrées Z et Y et d'une sortie S. Le chronogramme de sortie est de la forme suivante :

Schéma :



Chronogrammes :

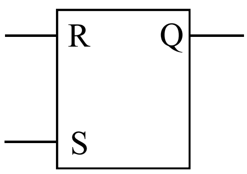


Après cette breve introduction nous allons passer au descriptif des bascules.

II.1) LES BASCULES

La mémorisation d'un état dit "antérieur" est un concept important en logique séquentielle, d'où l'utilisation de bascules afin de permettre cette mémorisation.

II.1.1) Les bascules RS



L'entrée R est appelée RESET
L'entrée S est appelée SET

R	S	$Q(t)^+$
0	0	$Q(t)^-$
0	1	1
1	0	0
1	1	Interdit

<u>Principe de fonctionnement</u> : Une action sur l'entrée S (mise à 1 de l'entrée S, commande SET) met à 1 la sortie $Q(t)^+$ (ou elle reste à 1 si $Q(t)^-$ est déjà à la valeur 1). Une action sur l'entrée R (mise à 1 de l'entrée R, commande RESET) met à 0 la sortie Q (ou elle reste à 0 si $Q(t)^-$ est déjà à la valeur 0).

L'état R = S = 0 maintient la sortie $Q(t)^+$ à la dernière valeur que lui a attribuée la dernière action sur R ou S. L'état R = S = 1 pose un problème puisque $Q(t)^+$ est positionnée à la fois à 1 et à 0. Cet état est appelé l'état interdit.

Pour résoudre le problème de l'état interdit nous attribuons des priorités :

- à la commande SET : priorité au 1.
- à la commande RESET : priorité au 0.

De cette façon nous obtenons les 2 tables de vérité suivantes :

- **<u>Bascule RS à priorité au 1</u>**

<u>Table de vérité</u> :

S	R	$Q(t)^+$
0	0	$Q(t)^-$
0	1	0
1	0	1
1	1	1

<u>Table de vérité complète</u> :

S	R	$Q(t)^-$	$Q(t)^+$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

<u>Tableau de Karnaugh de $Q(t)^+$</u> :

$Q(t)^-$ \ SR	0 0	0 1	1 1	1 0
0	0	0	1	1
1	1	0	1	1

<u>Équation</u> :

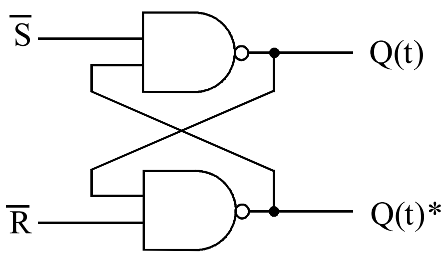
Dans le tableau de Karnaugh, il y a deux regroupements qui nous donnent l'équation suivante :

$$Q(t)^+ = S + Q(t)^-.\overline{R}$$

<u>Propriété</u> : 1ère forme technologique associée

$$Q(t)^+ = S + Q(t)^-.\overline{R} = \overline{\overline{S}.\overline{Q(t)^-.\overline{R}}}$$

Schéma :



d'où : $Q(t)^+ = \overline{\overline{S}.Q(t)*}$ et $Q(t)^* = \overline{\overline{R}.Q(t)}$

Table de vérité avec les deux sorties :

S	R	Q(t)	$Q(t)^*$
0	0	$\overline{Q}(t)^*$	$\overline{Q}(t)$
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	1	1

♦ **Bascule R S à priorité au 0**

Table de vérité :

S	R	$Q(t)^+$
0	0	$Q(t)^-$
0	1	0
1	0	1
1	1	0

Table de vérité complète :

S	R	$Q(t)^-$	$Q(t)^+$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Tableau de Karnaugh de $Q(t)^+$ **:**

$Q(t)^-$ \ SR	0 0	0 1	1 1	1 0
0	0	0	0	1
1	1	0	0	1

Équation :

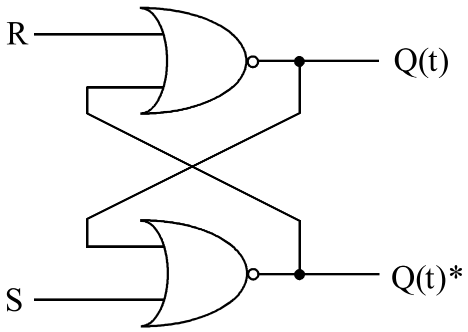
Dans le tableau de Karnaugh il y a deux regroupements qui nous donnent l'équation suivante :

$$Q(t)^{+} = S.\overline{R} + Q(t)^{-}.\overline{R} = \overline{R}.\left(S + Q(t)^{-}\right)$$

Propriété : 2ème forme technologique associée

$$Q(t)^{+} = \overline{R}.\left(S + Q(t)^{-}\right) = \overline{R + \left(\overline{S + Q(t)^{-}}\right)}$$

Schéma :

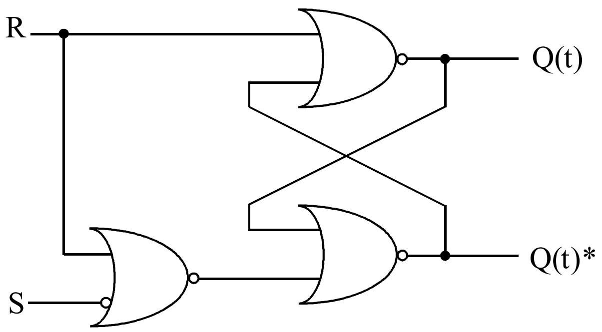


d'où : $Q(t)^{+} = \overline{R + Q(t)*}$ et $Q(t)^{*} = \overline{S + Q(t)}$

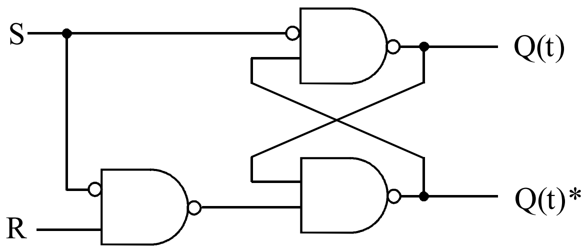
Table de vérité avec les deux sorties :

S	R	Q(t)	Q(t)*
0	0	$\overline{Q}(t)^*$	$\overline{Q}(t)$
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0

Remarques :
- Si nous interdisons le cas où **R = S = 1** nous constatons que $\mathbf{Q = \overline{Q}^{*}}$, $\mathbf{Q^{*}}$ est alors appelée la sortie complémentaire.
- Nous pouvons introduire des portes supplémentaires pour faire disparaître les états interdits. Le but est ici de remplacer ces états par des cas autorisés (R=0 et S=1 ou R=1 et S=0). Nous obtenons ainsi les schémas suivants :



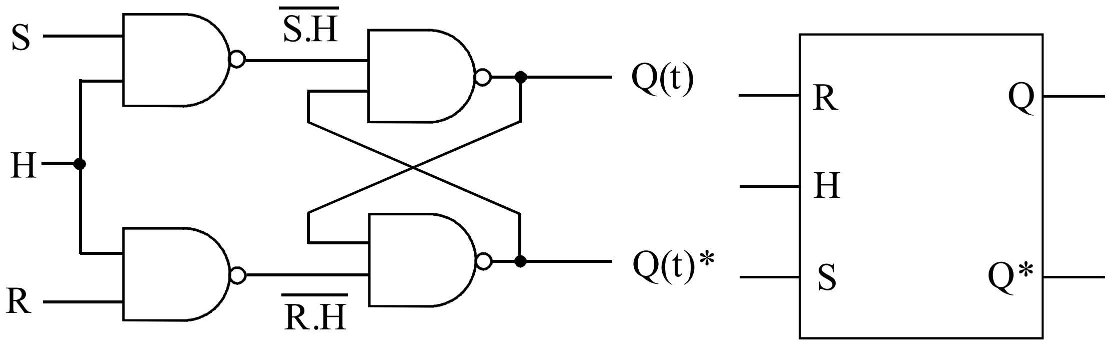
Le cas R=S=1 est ramené au cas R=1 et S=0



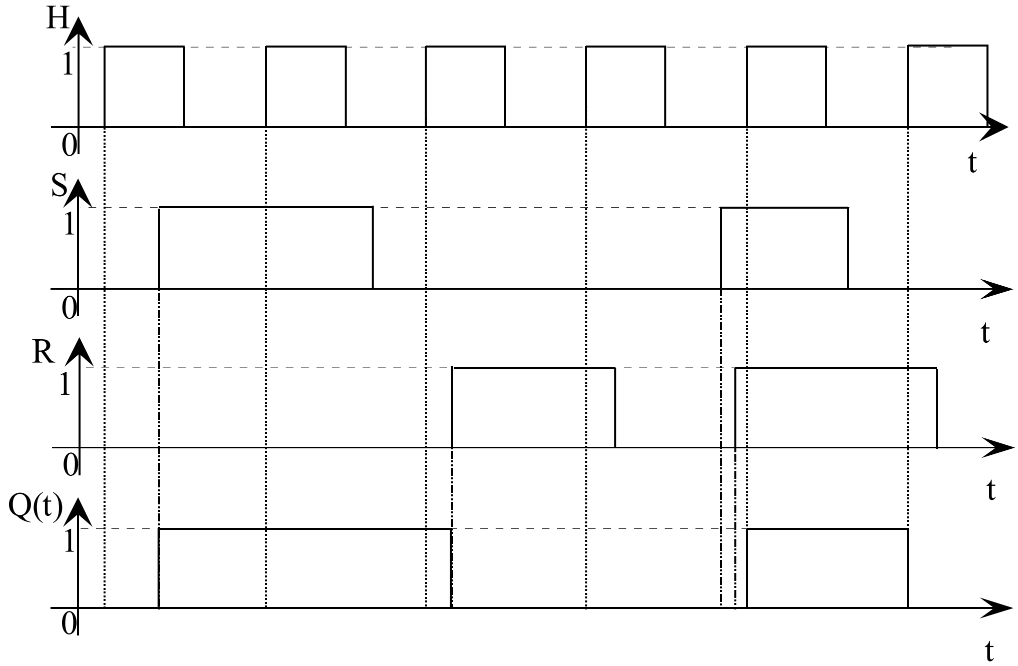
Le cas R=S=1 est ramené au cas R=0 et S=1

- Nous pouvons améliorer le fonctionnement de la mémoire en utilisant une bascule RS cadencée par une horloge H. Dans le cas d'une bascule RS à priorité au 1 nous obtenons le schéma et le chronogramme suivant :

Schéma :

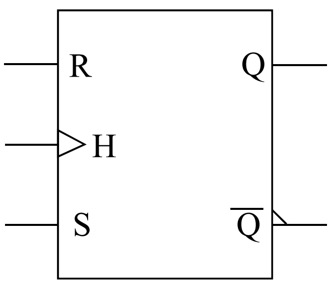


Chronogrammes :



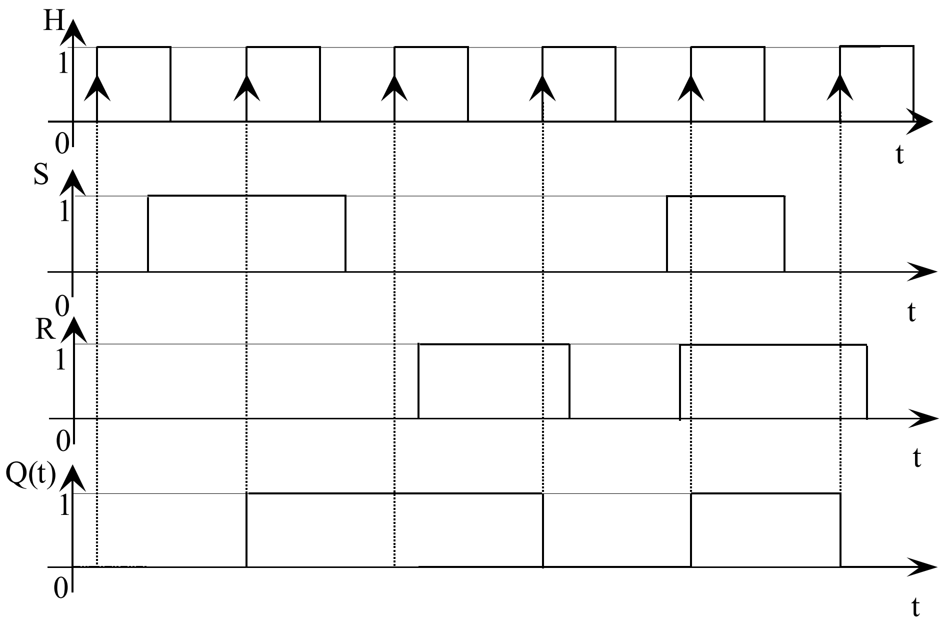
Il existe deux types de bascules : des bascules recopiant l'état de R et de S sur niveau de l'entrée d'horloge H (ci-dessus) et des bascules recopiant l'état de R et de S sur le front montant ou descendant de l'entrée d'horloge H (ci-dessous).

Schéma :



Bascule RS sur front montant

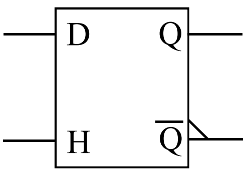
<u>Chronogrammes</u> :



II.1.2) Les bascules D

Le fonctionnement de la bascule D est tout ce qui a de plus simple : Q prend la même valeur que celle présente sur l'entrée D quand le signal d'horloge est à l'état 1 pour une bascule D à commande par niveau haut ou quand le signal d'horloge effectue une transition de 0 à 1 pour une bascule D à commande par front montant.

- **<u>Bascules D à commande par niveau</u>**



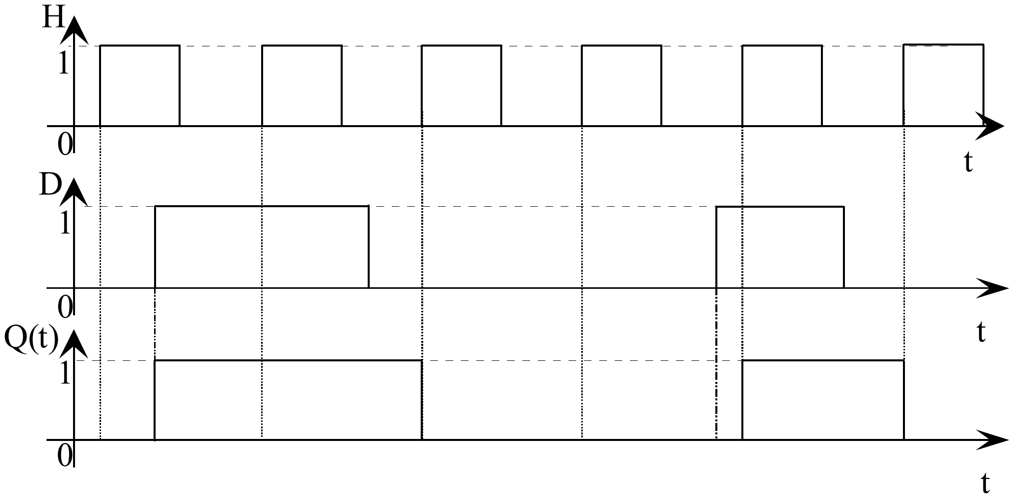
- H entrée horloge
- D entrée donnée
- Q sortie
- $\overline{Q}$ sortie complémentaire

<u>Table de vérité d'une bascule D à commande par niveau</u> :

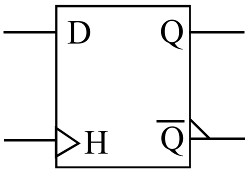
H	D	Q^+	$\overline{Q}^+$
0	0	Q^-	$\overline{Q}^-$
0	1	Q^-	$\overline{Q}^-$
1	0	0	1
1	1	1	0

Si H=1 alors Q recopie D (D est appelée la donnée).

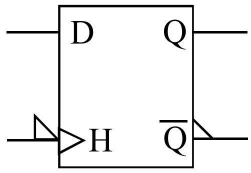
Chronogrammes :



♦ **Bascules D à commande par front**



Bascule D à commande par front montant

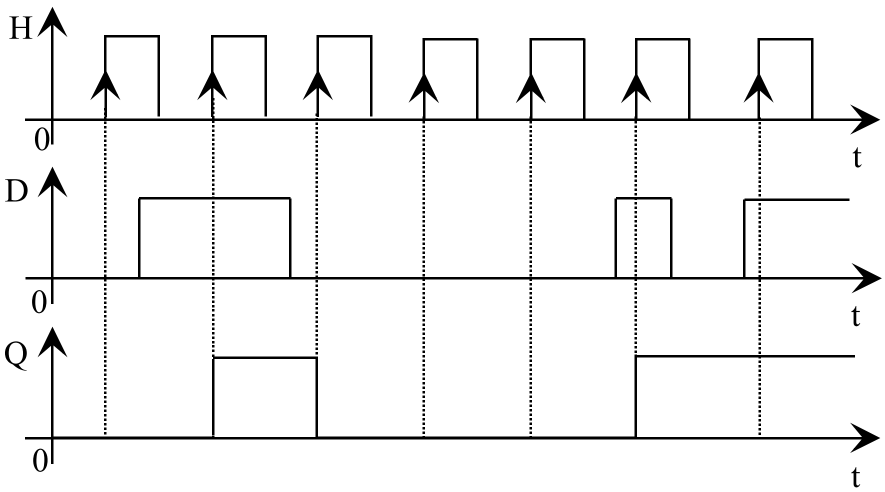


Bascule D à commande par front descendant

Table de vérité :

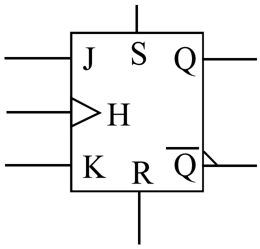
H	D	Q
↑	0	0
↑	1	1

Chronogrammes :

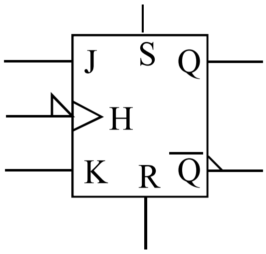


Dans le cas d'une bascule D à commande par front montant, nous pouvons dire que Q recopie D lorsque H devient égale à 1 (et lorsque H devient égale à 0 pour une bascule D à commande par front descendant).

II.1.3) Les bascules JK (Jack King)



Bascule JK sur Front Montant



Bascule JK sur Front Descendant

Les entrées J et K commandent l'état de la bascule (de façon similaire aux entrées R et S de la bascule RS synchrone) mais le cas J=K=1 ne donne pas lieu à une situation ambiguë puisque dans ce cas nous inversons l'état de la bascule.

Les bascules JK sont toujours synchronisées soit sur un front montant, soit sur un front descendant, d'un signal d'horloge.

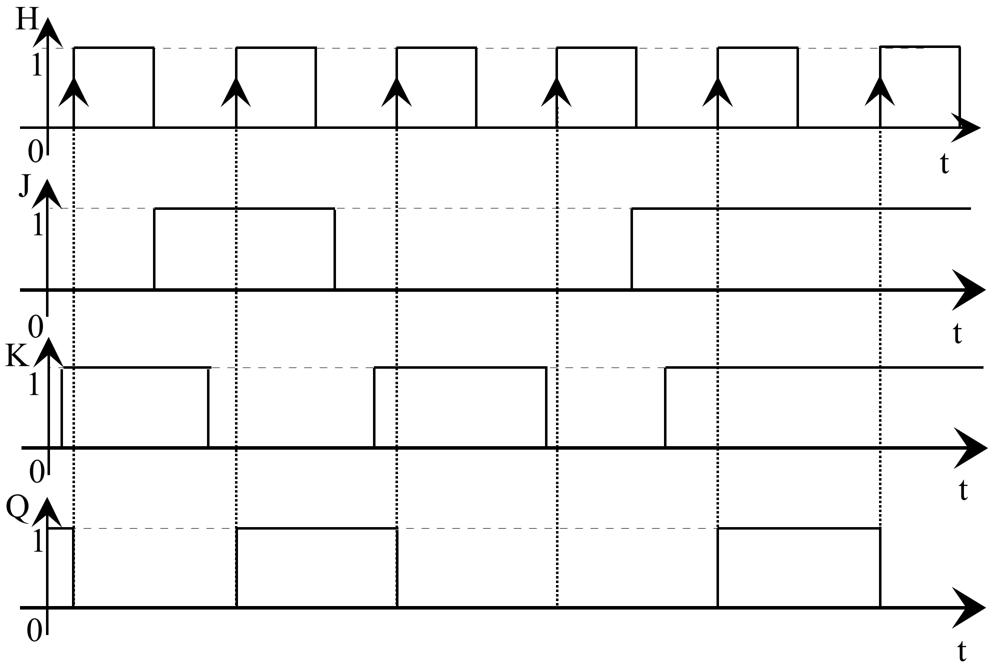
Les entrées R et S (ou PRESET et CLEAR) sont des entrées asynchrones commandent l'état de la bascule de façon prioritaire. Si **R=0 et S=0** fonctionnement en **bascule JK,** Si **R=1 et S=0** alors **Q=0 (reset de la bascule JK)**, Si **R=0 et S=1** alors **Q=1 (set de la bascule JK)** et Si **R=1 et S=1** situation **ambiguë**.

ATTENTION : NE PAS CONFONDRE CES 2 ENTREES DE FORÇAGE AVEC LES ENTREES R ET S SYNCHRONES DE LA BASCULES RS !

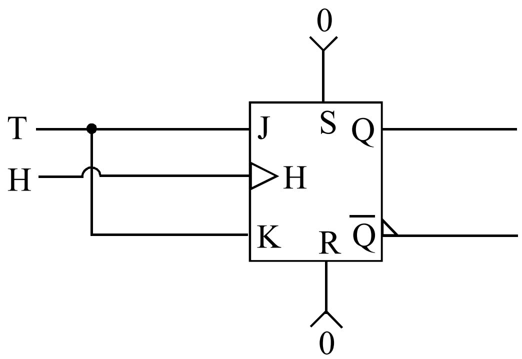
Table de vérité de la bascule JK :

J	**K**	**Q_{n+1}**
0	**0**	**Q_n**
0	**1**	**0**
1	**0**	**1**
1	**1**	**$\overline{Q}_n$**

<u>Les chronogrammes de la bascule JK sur front montant sont</u> :



II.1.4) Les bascules T

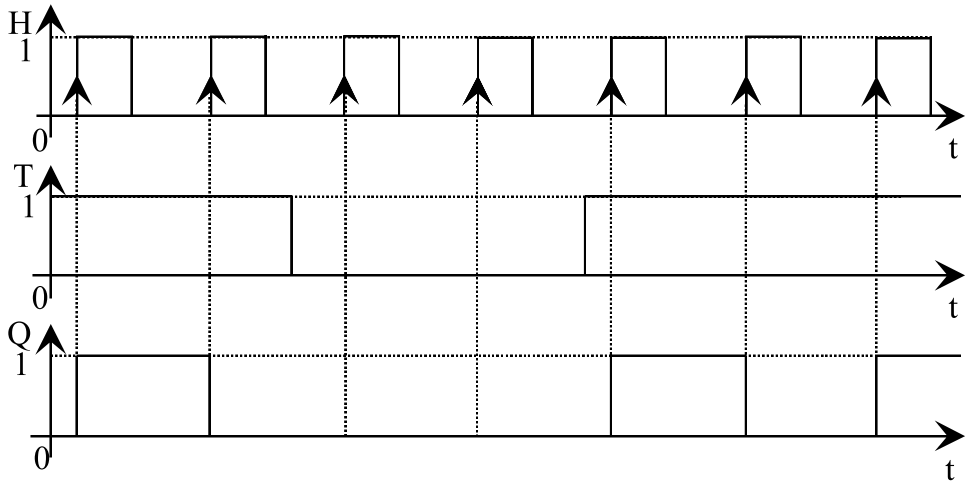


La bascule T est en fait un cas particulier de la bascule JK. Elle s'obtient en connectant ensemble J et K. Elle est utilisable uniquement en mode synchronisé. Lorsque T vaut 1 sur un front montant de H nous inversons l'état des sorties. Si nous bloquons T à 1 nous obtenons un diviseur de fréquence.

<u>Table de vérité</u> :

T	$Q(t)^+$
0	$Q(t)^-$
1	$\overline{Q(t)^-}$

Chronogrammes :



II.2) LES COMPTEURS

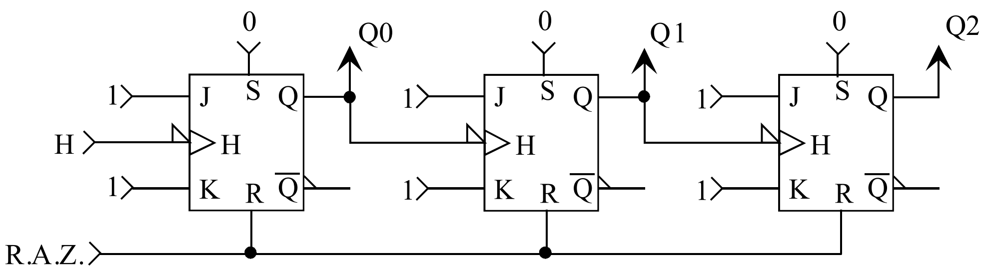
II.2.1) Définitions

Compteur :	**circuit logique constitué d'une association de plusieurs bascules.**
Compteur asynchrone :	**les états des bascules du compteur évoluent successivement (l'évolution de la première bascule fait évaluer la seconde etc...).**
Compteur synchrone :	**les états des bascules du compteur évoluent simultanément au rythme de l'entrée de l'horloge.**
Compteur modulo M :	**compte M impulsions de 0 à M-1 et est remis à 0 par la $M^{ième}$ impulsion. Attention un compteur modulo 5 compte de 0 à 4.**
Compteur programmable :	**comptage et stockage de la valeur du compteur dans un registre.**

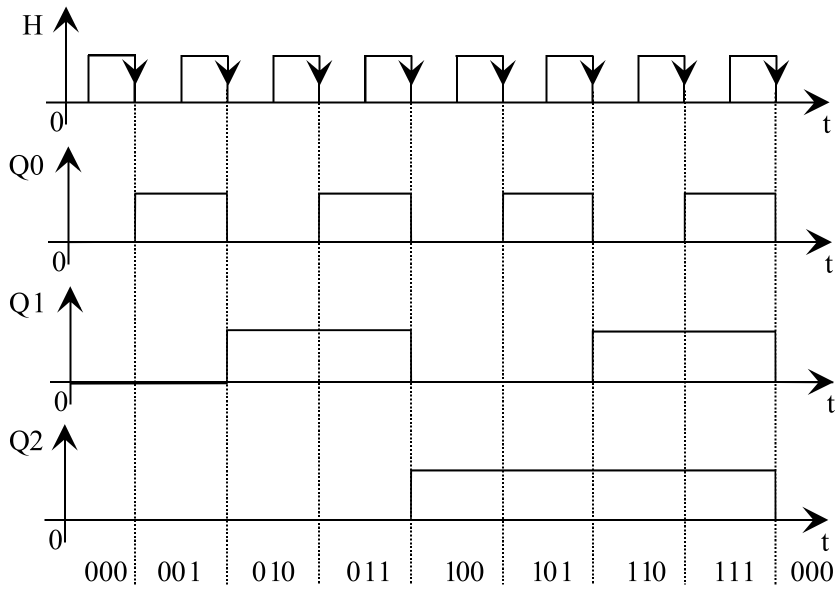
II.2.2) Compteurs asynchrones

- **Compteurs asynchrones modulo 2^n** (Exemple : compteur asynchrone modulo $2^3 = 8$).

Schéma de principe :



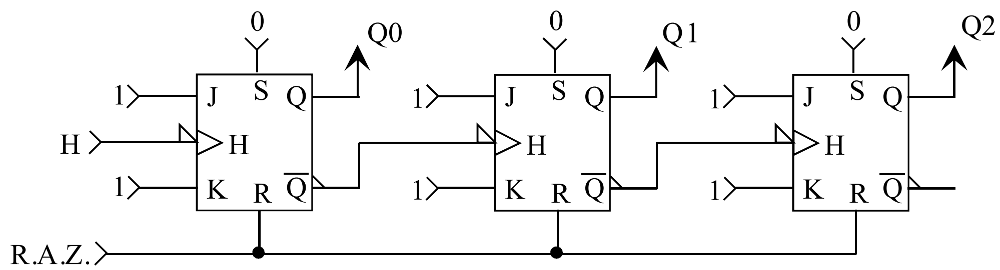
Chronogrammes :



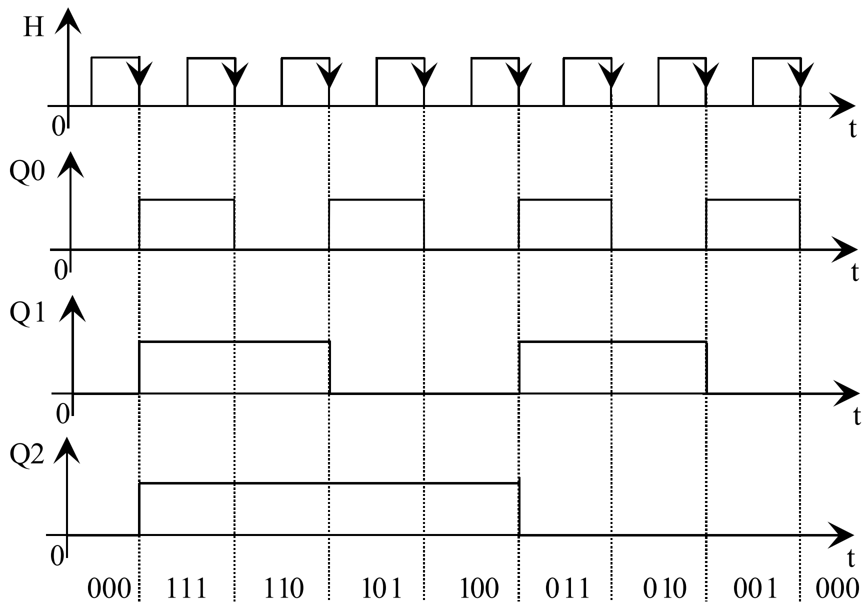
Remarque : L'ensemble des sorties $Q_2Q_1Q_0$ forme le mot binaire du compteur.

- **Décompteurs asynchrones modulo 2^n** (Exemple : décompteur asynchrone modulo $2^3 = 8$).

Schéma de principe :



Chronogrammes :

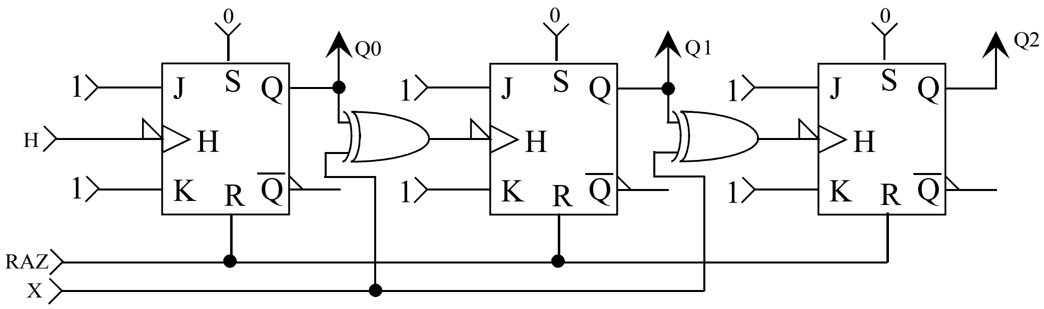


- **Compteurs / Décompteurs asynchrones modulo 2^n** (Exemple: compteur / décompteur asynchrone modulo $2^3 = 8$).

Nous utilisons une variable de sélection X de telle sorte que :

- X=0 nous avons un compteur (utilisation de **Q**) et $\mathbf{X \oplus Q = Q}$
- X=1 nous avons un décompteur (utilisation de $\overline{\mathbf{Q}}$) et $\mathbf{X \oplus Q = \overline{Q}}$

Schéma de principe :



- **Compteurs asynchrones à modulo < 2^n** (Exemple : compteur asynchrone modulo 6) Ce compteur compte de 0 à 5. ⇒ **solution** : forçage par les entrées **R (Reset)**

Principe de fonctionnement : Il faut provoquer une remise à zéro des bascules lorsque nous atteignions la valeur binaire 110 (soit 6) cela consiste à mettre la valeur 1 sur le fil de RAZ. Cette valeur est obtenue pendant un très court instant (temps de commutation des bascules).

Démarche : nous commençons par faire la table de vérité de l'entrée RAZ ou des entrées de forçage asynchrones. La valeur du départ est 0 puis le compteur compte jusqu'à 5 puis arrivé à 6, il effectue un RAZ pour revenir à la valeur 0. L'entrée RAZ doit rester à 0 pour que le compteur évolue et doit devenir égale à 1 pour faire le RESET de ce compteur.

Table de vérité :

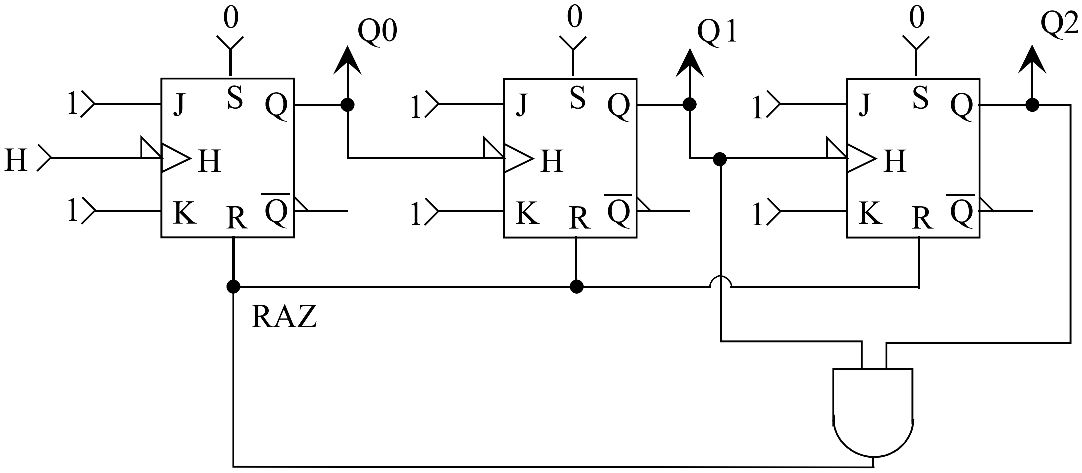
	Q2	Q1	Q0	RAZ	R2	S2	R1	S1	R0	S0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0
6	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0
7	1	1	1	*	*	*	*	*	*	*

Table de Karnaugh :

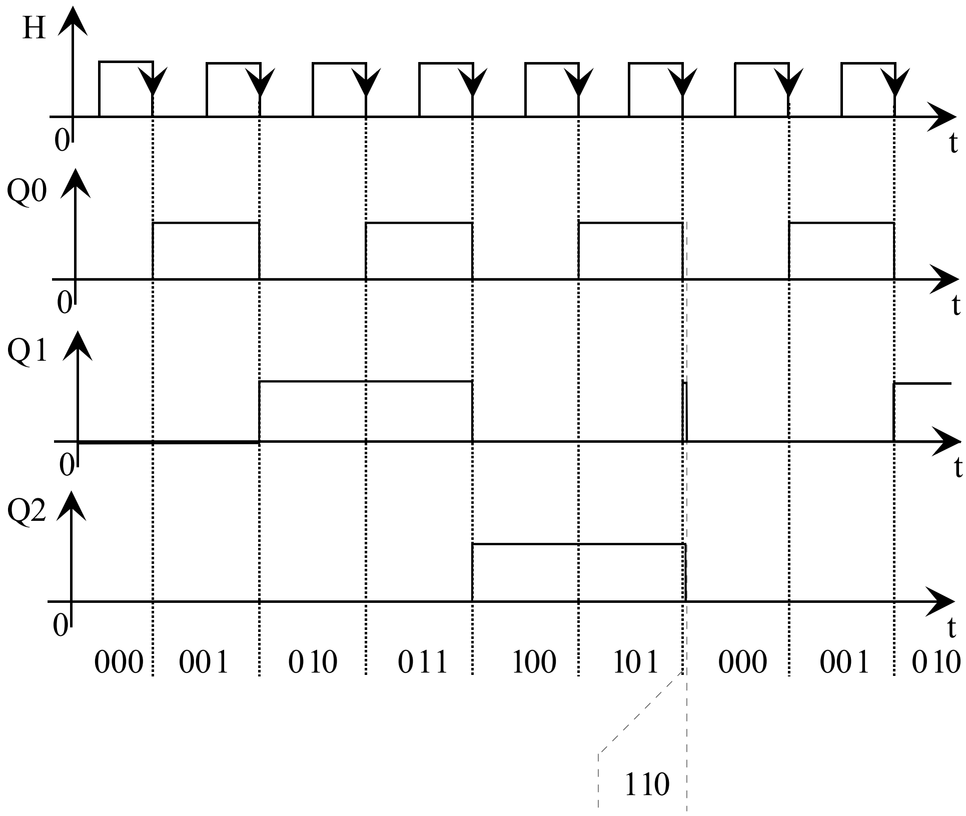
Q0 \ Q2 Q1	0 0	0 1	1 1	1 0
0	0	0	1	0
1	0	0	*	0

R2 = R1 = R0 = RAZ = Q2.Q1 et S2 = S1 = S0 = 0.

Schéma :



Chronogrammes :



♦ **Décompteur asynchrone à modulo < 2^n** (Exemple : décompteur asynchrone modulo 5) Ce compteur décompte de 4 à 0. ⇒ **solution** : forçage par les entrées **R (Reset)** et les entrées **S (Set).**

Principe de fonctionnement : Il faut provoquer une remise à la valeur de départ (ici 4 $100_{binaire}$) des bascules lorsque nous atteignions la valeur binaire 111 (soit 7). Cela consiste à mettre la valeur 1 sur le fil MAQ. Il faut mettre la valeur : 1 sur l'entrée Set de la bascule Q2 (cela provoque la mise à un de la sortie), 1 sur l'entrée Reset de la bascule Q1 (cela provoque la mise à zéro de la sortie) et 1 sur l'entrée Reset de la bascule Q0 (cela provoque la mise à zéro de la sortie). Nous obtenons Q2=1, Q1=0 et Q0=0 donc 4 en décimal. Cette valeur est obtenue pendant un très court instant (temps de commutation des bascules).

Démarche : nous commençons par faire la table de vérité de l'entrée MAQ ou des entrées de forçage asynchrones. La valeur du départ est 4 puis le compteur décompte jusqu'à 0 (après la valeur zéro comme nous utilisons un compteur constitué de 3 bascules nous obtenons la valeur 7) puis arrivée à 7 il effectue une MAQ (Mise A Quatre) pour revenir à la valeur 4. L'entrée MAQ doit restée à 0 pour que le compteur décompte et doit devenir égale à 1 pour faire la Mise à quatre de ce décompteur. Le fil MAQ relie la borne Set de la bascule Q2, la borne Reset de la bascule Q1 et la borne Reset de la bascule Q0.

Table de vérité :

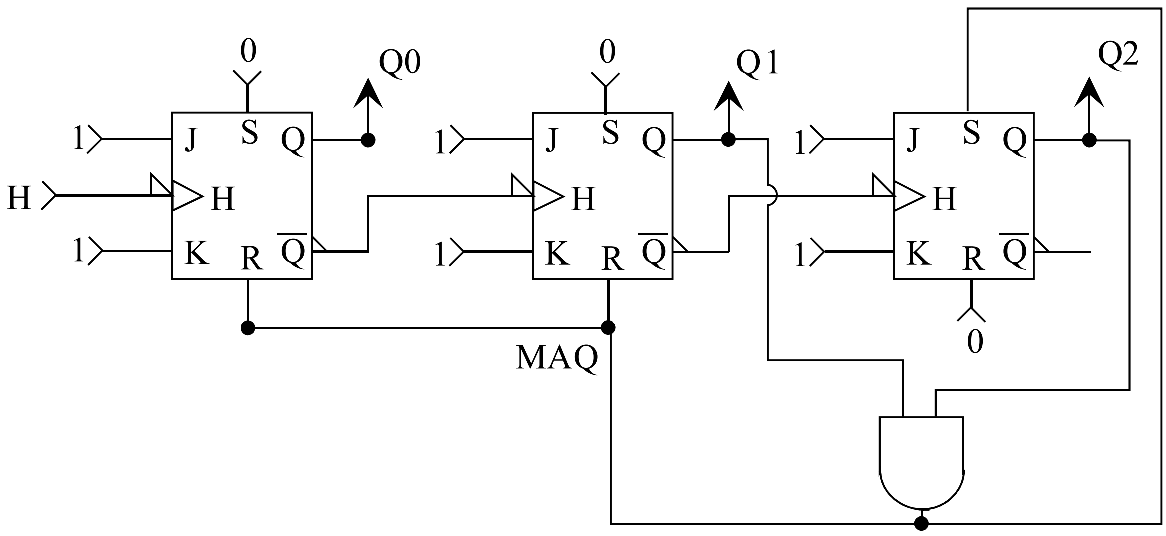
	Q2	Q1	Q0	MAQ	R2	S2	R1	S1	R0	S0
4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0
6	1	1	0	*	*	*	*	*	*	*
5	1	0	1	*	*	*	*	*	*	*

Table de Karnaugh :

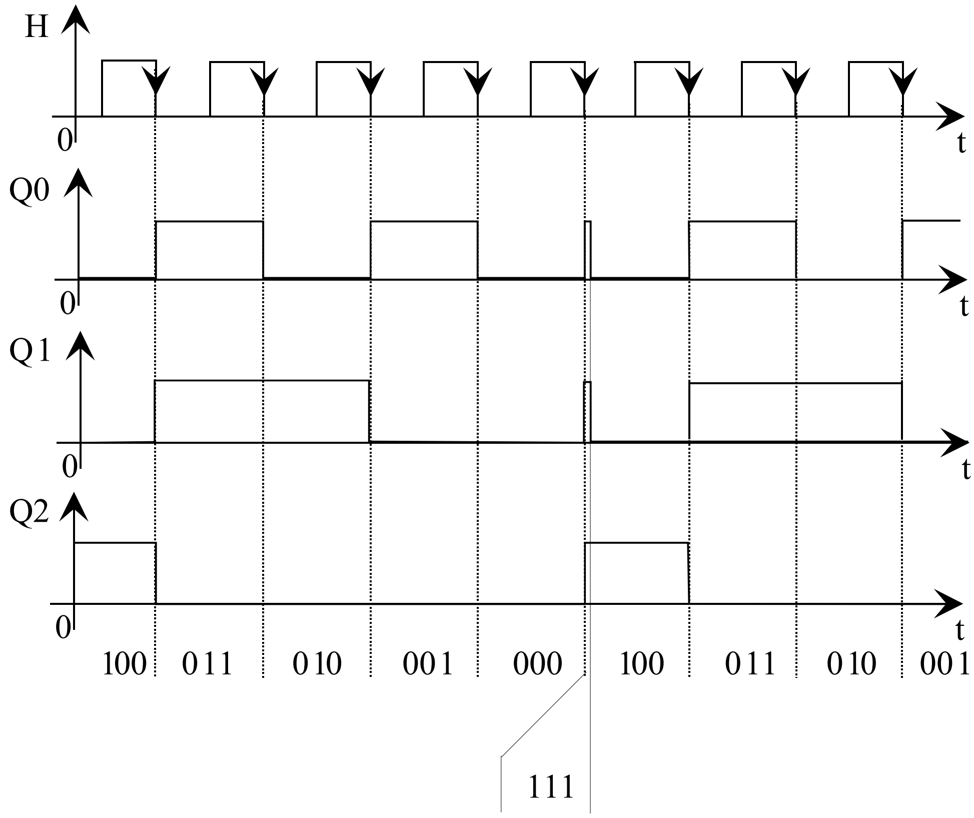
Q0 \ Q2 Q1	0 0	0 1	1 1	1 0
0	0	0	*	0
1	0	0	1	*

S2 = R1 = R0 = MAQ = Q2.Q1 et R2 = S1 = S0 = 0.

Schéma :



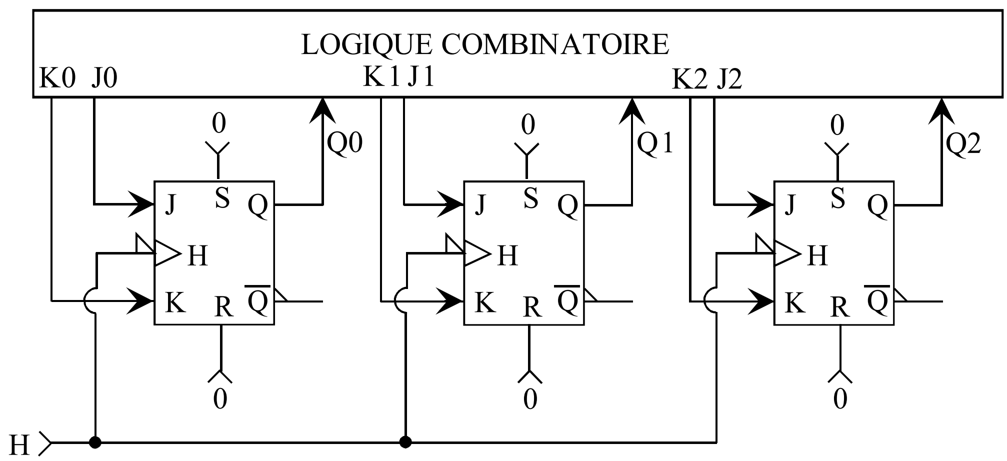
Chronogrammes :



II.2.3) Compteurs synchrones

Les problèmes causés par les compteurs asynchrones sont imputables aux retards de propagation des bascules montées en cascade : autrement dit, dans ces derniers compteurs les bascules ne changent pas d'état simultanément avec les impulsions d'entrée. Nous contournons cette limitation en utilisant des compteurs synchrones dans lesquels toutes les bascules sont déclenchées simultanément (en parallèle) par les impulsions d'horloge d'entrée. Étant donnée que les impulsions d'horloge sont appliquées à toutes les bascules, il doit y avoir un certain mécanisme qui indique quand une impulsion d'horloge doit faire commuter une bascule ou la laisser dans le même état. Nous réalisons un tel mécanisme en utilisant les entrées J et K des bascules. Nous pouvons voir un exemple de ceci à la suite pour un compteur synchrone modulo 8.

- **Structure d'un compteur synchrone**



♦ Tables d'excitations

Il existe un deuxième type de table décrivant le fonctionnement d'une bascule : la table d'excitation :

La table d'excitation (table dite de transition) indique les valeurs des entrées de la bascule correspondante à lui appliquer pour obtenir en sortie les évolutions désirées.

Cette table se déduit de la table de vérité.

Table d'excitation de la bascule JK

Par exemple pour que la sortie évolue de 0 vers 0 il existe deux possibilités soit J=0 et K=0 donc maintient de l'état antérieur. Le deuxième cas est J=0 et K=1 dans ce cas nous forçons la sortie à la valeur 0. En conclusion pour faire passer la sortie Q de 0 vers 0, il faut que J soit obligatoirement à la valeur 0 et que K prenne la valeur 0 ou 1. K prend donc une valeur indifférente.

Q_n	$\Rightarrow$	Q_{n+1}	J	K
0	$\Rightarrow$	0	0	X
0	$\Rightarrow$	1	1	X
1	$\Rightarrow$	0	X	1
1	$\Rightarrow$	1	X	0

♦ Compteur synchrone modulo 8

Pour réaliser un compteur synchrone nous écrivons la table donnant J_0, K_0, J_1, K_1, J_2, K_2 en fonction de Q_0, Q_1, Q_2 à partir de la table des excitations d'une bascule JK.

N	Q_2^-	Q_1^-	Q_0^-	Q_2^+	Q_1^+	Q_0^+	J_2	K_2	J_1	K_1	J_0	K_0
0	0	0	0	0	0	1	0	X	0	X	1	X
1	0	0	1	0	1	0	0	X	1	X	X	1
2	0	1	0	0	1	1	0	X	X	0	1	X
3	0	1	1	1	0	0	1	X	X	1	X	1
4	1	0	0	1	0	1	X	0	0	X	1	X
5	1	0	1	1	1	0	X	0	1	X	X	1
6	1	1	0	1	1	1	X	0	X	0	1	X
7	1	1	1	0	0	0	X	1	X	1	X	1

A partir de cette table nous pouvons écrire les tables de Karnaugh de J_0, K_0, J_1, K_1, J_2, K_2 en fonction de Q_0, Q_1, Q_2 :

K_0=1

Q_2\Q_1Q_0	00	01	11	10
0	X	1	1	X
1	X	1	1	X

J_0=1

Q_2\Q_1Q_0	00	01	11	10
0	1	X	X	1
1	1	X	X	1

K_1=Q_0

Q_2\Q_1Q_0	00	01	11	10
0	X	X	1	0
1	X	X	1	0

J_1=Q_0

Q_2\Q_1Q_0	00	01	11	10
0	0	1	X	X
1	0	1	X	X

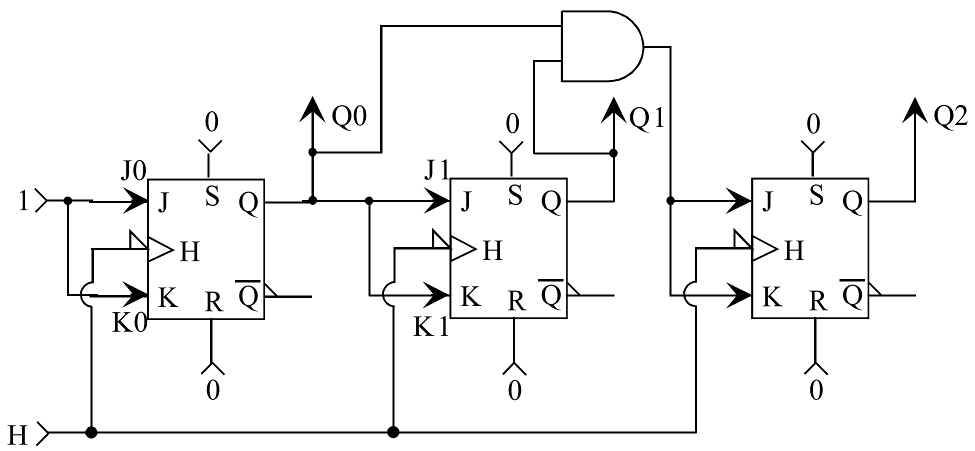
K_2=Q_0Q_1

Q_2\Q_1Q_0	00	01	11	10
0	X	X	X	X
1	0	0	1	0

J_2=Q_0Q_1

Q_2\Q_1Q_0	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	X	X	X	X

Nous obtenons ainsi le schéma suivant :



Attention : Pour les compteurs synchrones les entrées R et S des bascules JK ne sont JAMAIS utilisées.

♦ **<u>Décompteur synchrone modulo 8</u>**

N	Q2	Q1	Q0	J2	K2	J1	K1	J0	K0
7	1	1	1	X	0	X	0	X	1
6	1	1	0	X	0	X	1	1	X
5	1	0	1	X	0	0	X	X	1
4	1	0	0	X	1	1	X	1	X
3	0	1	1	0	X	X	0	X	1
2	0	1	0	0	X	X	1	1	X
1	0	0	1	0	X	0	X	X	1
0	0	0	0	1	X	1	X	1	X

A partir de cette table nous pouvons écrire les tables de Karnaugh de J0, K0, J1, K1, J2 et K2 en fonction de Q0, Q1 et Q2 :

K0=1

Q2\Q1Q0	00	01	11	10
0	X	1	1	X
1	X	1	1	X

J0=1

Q2\Q1Q0	00	01	11	10
0	1	X	X	1
1	1	X	X	1

K1=$\overline{Q}0$

Q2\Q1Q0	00	01	11	10
0	X	X	0	1
1	X	X	0	1

J1=$\overline{Q}0$

Q2\Q1Q0	00	01	11	10
0	1	0	X	X
1	1	0	X	X

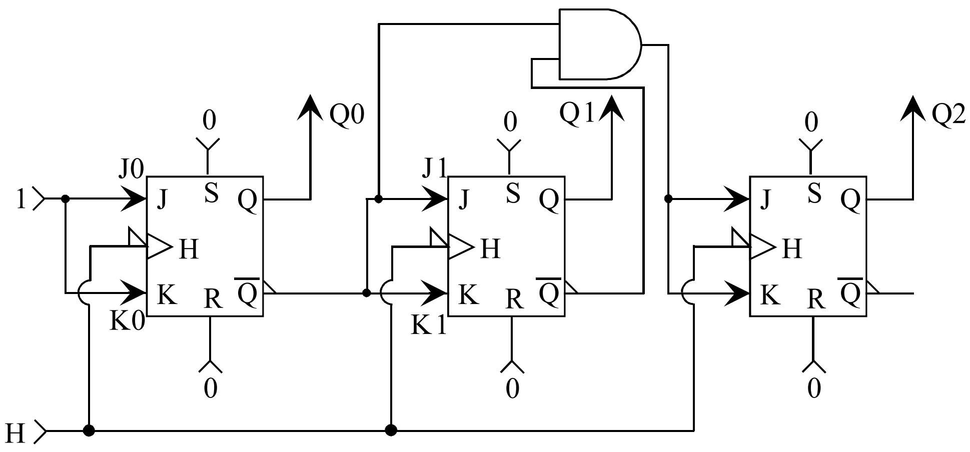
K2=$\overline{Q}0\overline{Q}1$

Q2\Q1Q0	00	01	11	10
0	X	X	X	X
1	1	0	0	0

J2=$\overline{Q}0\overline{Q}1$

Q2\Q1Q0	00	01	11	10
0	1	0	0	0
1	X	X	X	X

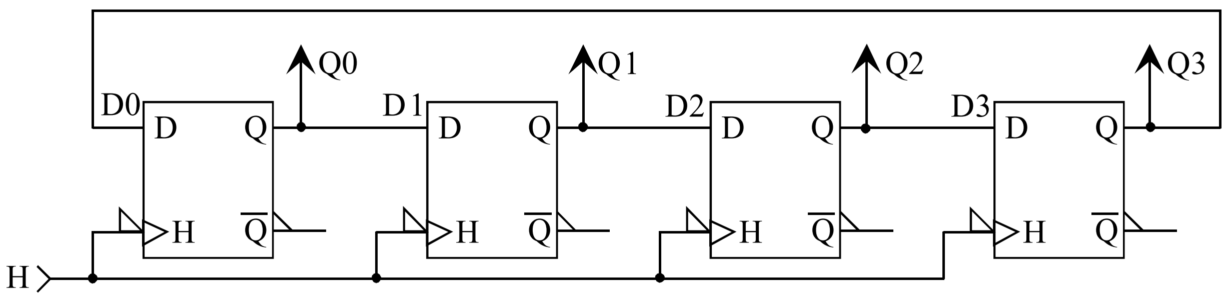
Nous obtenons ainsi le schéma suivant :



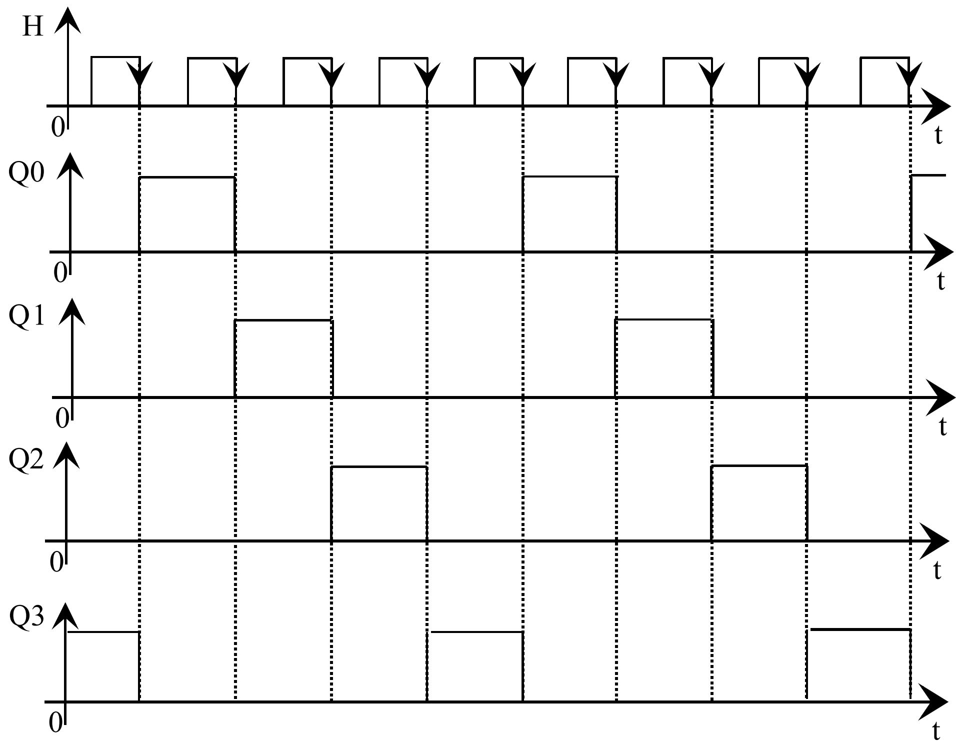
II.2.4) Compteurs circulaires

<u>Définition</u> : Un compteur est dit circulaire lorsque nous couplons la sortie de la dernière bascule sur l'entrée de la première bascule.

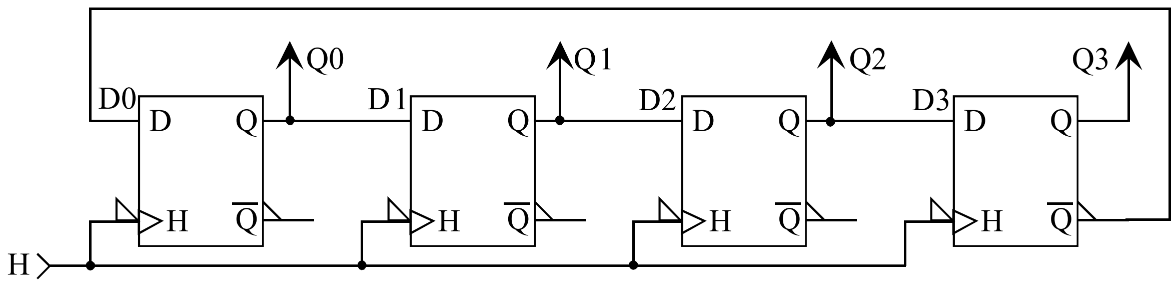
- ♦ **<u>Compteur en anneau sur 4 bits (bascules synchronisées sur front descendant)</u>**



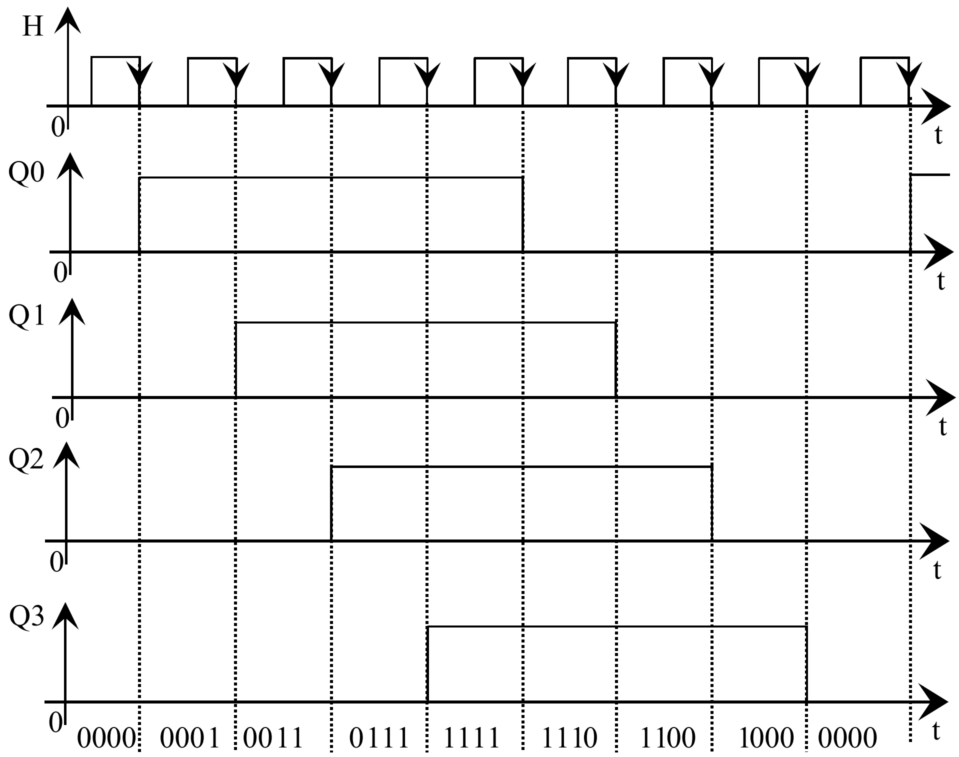
Chronogramme :



- **Compteur de Johnson modulo 8 (2x4) (bascules synchronisées sur front descendant)**



Chronogramme :



II.2.5) Remarques sur les compteurs synchrones

Remarque : nous avons étudié dans les chapitres précédents comment réaliser des compteurs synchrones à partir de bascules JK mais nous pouvons aussi les réaliser à l'aide de bascules D, de bascules RS synchrones ou de bascules T. L'utilisation de telles bascules est en général plus simple.

Tables des excitations pour une bascule D et une bascule RS synchrone :

Q_n	$\Rightarrow$	Q_{n+1}	D	H
0	$\Rightarrow$	0	0	$\uparrow$
0	$\Rightarrow$	1	1	$\uparrow$
1	$\Rightarrow$	0	0	$\uparrow$
1	$\Rightarrow$	1	1	$\uparrow$

Q_n	$\Rightarrow$	Q_{n+1}	R	S
0	$\Rightarrow$	0	X	0
0	$\Rightarrow$	1	0	1
1	$\Rightarrow$	0	1	0
1	$\Rightarrow$	1	0	X

Exemple : compteur synchrone modulo 4 (avec bascules D et bascules RS synchrones)

Q1	Q0	D1	D0
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0

Q1	Q0	R1	S1	R0	S0
0	0	X	0	0	1
0	1	0	1	1	0
1	0	0	X	0	1
1	1	1	0	1	0

donc $\mathbf{D1 = Q0 \oplus Q1}$, $\mathbf{D0 = \overline{Q}0}$, avec des bascules D et $\mathbf{R1 = Q0.Q1}$, $\mathbf{R0 = Q0}$, $\mathbf{S1 = \overline{Q}1.Q0}$, $\mathbf{S0 = \overline{Q}0}$ avec des bascules RS.

II.3) REGISTRE A ECRITURE ET LECTURE PARALLELE