

Cours Module Diagnostic et surveillance : Chapitre 1

1. Introduction

Pour un bon fonctionnement des installations industrielles les systèmes de contrôle-commande et de surveillance des processus industriels ont besoin de recevoir, en permanence, des informations représentatives de l'état de ces procédés. La performance et la fiabilité de l'ensemble des moyens de commande et de contrôle sont liées à la qualité des systèmes de mesures. Toute défaillance de l'instrumentation conduit à la génération d'informations erronées. Les algorithmes élaborent alors des ordres et des comptes rendus qui ne correspondent pas à l'état réel du procédé, d'où une diminution des performances et de la fiabilité et parfois même, une mise en cause de la sécurité. La validation de mesures qui permet de s'assurer de la cohérence des informations acquises constitue donc une étape essentielle

Parmi les techniques permettant de s'assurer de la crédibilité d'une mesure consiste à créer une redondance d'informations ; celle-ci peut être obtenue en utilisant, par exemple, les relations structurellement exactes de bilan matière ou de bilan énergie. Ce type de redondance est qualifié d'*analytique* ou *fonctionnelle*, contrairement à la redondance *matérielle* obtenue en multipliant les capteurs mesurant une même grandeur.

2. Redondance matérielle

L'idée première, pour s'assurer de la validité d'une mesure, est de doubler, tripler, ..., multiplier les chaînes de mesure. Cette redondance, dite matérielle, permet une détection voire une localisation des capteurs défaillants. Son inconvénient est un surcoût de l'installation et une diminution du temps moyen de bon fonctionnement.

La redondance matérielle double (figure 1) ne permet que la détection d'une panne simple.

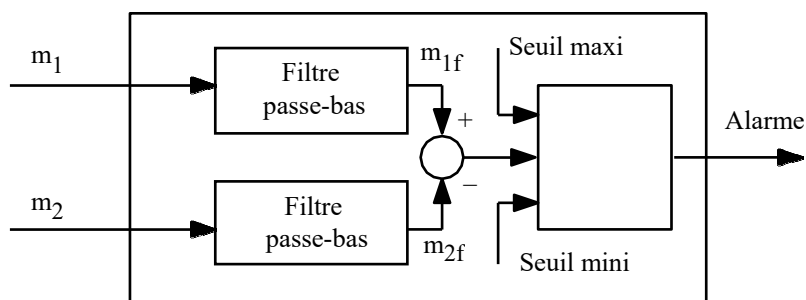


Figure 1 : redondance matérielle double

Si m_1 et m_2 sont les mesures issues de deux capteurs identiques soumis au même mesurande, m_{1f} et m_{2f} , ces mêmes valeurs filtrées, la différence $m_{1f} - m_{2f}$ est comparé à un seuil fonction des tolérances et des caractéristiques statistiques des bruits de mesure. Cette méthode détecte une panne de capteur mais ne localise pas le capteur en panne.

Les systèmes triplex (figure 2) ou plus, permettent la détection et la localisation de la panne capteur en utilisant, en cascade, un détecteur et un voteur.

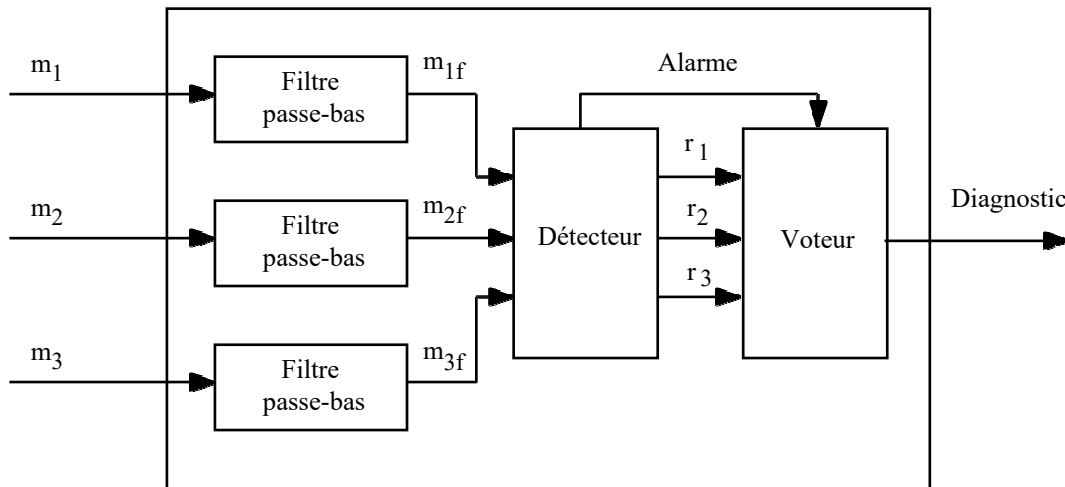


Figure 2 : redondance matérielle triple

Le détecteur calcule trois "résidus" r_1 , r_2 et r_3 : $r_1 = m_{1f} - m_{2f}$, $r_2 = m_{1f} - m_{3f}$ et $r_3 = m_{2f} - m_{3f}$

Le rôle du voteur est de déterminer le capteur en panne. Cette décision peut être prise en prenant en compte les caractéristiques statistiques précédentes et en analysant la dispersion des trois mesures.

L'approche redondance matérielle est très efficace. Le coût et l'encombrement ainsi qu'un champ d'application strictement limité aux pannes capteurs constituent les inconvénients majeurs de cette méthode.

3. Redondance analytique

Une autre solution consiste à utiliser les relations qui existent entre les mesures de grandeurs dépendantes qu'elles soient ou non de même nature.

Cette méthode, appelée redondance analytique, ne peut être mise en oeuvre que si l'on dispose d'un modèle statique ou dynamique, linéaire ou non linéaire, déterministe ou stochastique du système ou du sous-système reliant les entrées et les sorties mesurées. La technique de redondance analytique permet une exploitation optimale de toutes les informations acquises dans le cadre d'une configuration d'instrumentation donnée. Elle vient en complément de la redondance matérielle et peut permettre d'en réduire le degré de redondance.

La redondance analytique consiste à utiliser des informations supplémentaires issues de modèles générant des grandeurs homogènes à celles provenant de capteurs. Elle exploite la redondance informationnelle contenue implicitement dans un ensemble de mesures. L'utilisation des techniques de redondance analytique repose sur la disponibilité d'un modèle de connaissance ou de représentation ; elle augmente fortement l'ordre de la

redondance et a pour conséquences d'augmenter la fiabilité et la sûreté d'un système de détection, de remplacer un capteur matériel par un "capteur mathématique" ou "capteur informationnel" et de permettre l'implantation d'un voteur pour un système de redondance matérielle double.

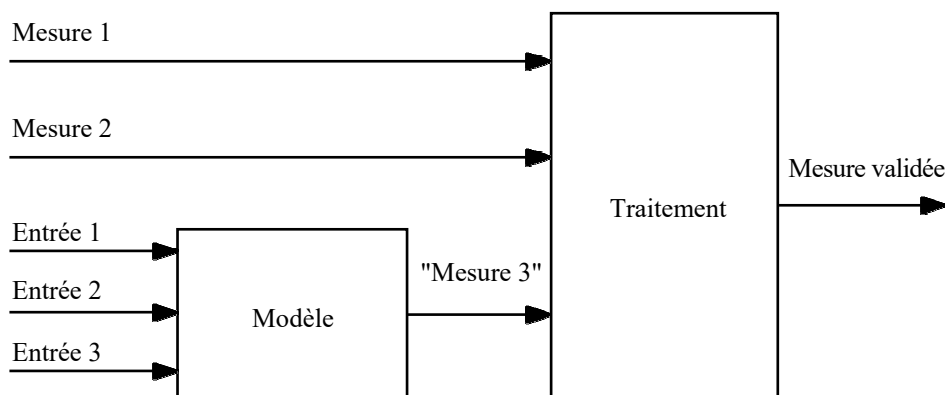


Figure 3 : redondance matérielle et analytique

C'est une technique de base pour la conception de systèmes de diagnostic et pour l'établissement d'un cahier des charges incluant la définition de l'instrumentation minimale requise et celle des performances du système de diagnostic (robustesse, précision, sûreté,...)

La redondance analytique dont l'utilisation permet la détection et la reconnaissance de défauts de fonctionnement de façon à effectuer des actions correctives appropriées, repose sur des relations de cause à effet, statiques ou dynamiques, qui existent entre les entrées et les sorties observées d'un système. Son champ d'application ne se limite donc pas aux pannes de capteurs mais s'étend aux pannes des actionneurs ou à celles du procédé lui-même.

L'approche utilisant la redondance analytique se décompose généralement en deux phases distinctes. La première concerne la *génération de résidus* caractéristiques de la panne. Ils représentent les écarts entre le comportement observé du système et le comportement de référence attendu en fonctionnement "normal". Ces résidus sont généralement à moyenne nulle et ont une variance déterminée en l'absence de défauts de fonctionnement. Le problème qui se pose au concepteur du système de diagnostic est de sélectionner les résidus satisfaisant le compromis : sensibilité maximum aux pannes que l'on cherche à détecter - sensibilité minimum aux erreurs de modélisation et aux bruits de mesure. Ces résidus sont donc obtenus principalement à l'aide des deux approches suivantes :

- soit par une *approche physique* qui se fonde sur l'utilisation d'un modèle de connaissance. Les résidus traduisent alors le degré de satisfaction des lois de la physique, en particulier les lois de conservation de la masse, de l'énergie ou de la quantité de mouvement. Les résidus ont alors une signification physique évidente et constituent des résidus de bilan ;

- soit par une *approche mathématique* autour d'un formalisme de représentation du type "représentation d'état" qui conduit au concept d'espace de parité simple et généralisé

(ou autre méthode liée directement). Le formalisme d'état est puissant et bien adapté à une grande classe de problèmes régis par des équations différentielles.

La seconde étape concerne la prise de décision qui a trait à la détection et éventuellement à la localisation d'un élément défaillant. Elle met en oeuvre des techniques de détection de ruptures et de tests multi-hypothèses.

Ces deux phases sont intimement liées et elles doivent être adaptées et étudiées ensemble lors de la résolution du problème.

4. L'approche espace de parité - cas statique

L'objet de cette méthode ne concerne pas uniquement la génération des relations de redondance, elle explicite également leur utilisation pour la détection et la localisation des défaillances de capteurs. Cette méthode a été développée initialement dans le cadre de l'étude des centrales inertielles à composants liés appelées "strap-down" utilisées en avionique. Elle a permis de montrer qu'un système trois axes quadruplex (capteurs quadruplés pour des raisons de sécurité) nécessitant douze accéléromètres, peut être réduit à un système n'utilisant que six accéléromètres correctement orientés.

Calcul du vecteur parité

Considérons le cas général d'une équation de mesure à l'instant k :

$$y(k) = Cx(k) + \varepsilon(k) + Fd(k) \quad (1)$$

$$x \in \mathbf{R}^n, y \in \mathbf{R}^m, d \in \mathbf{R}^p, \varepsilon \in \mathbf{R}^m$$

$$C \in \mathbf{R}^{m \times n}, F \in \mathbf{R}^{m \times p}$$

où $y(k)$ est le vecteur de mesure, $x(k)$ le vecteur des variables à mesurer, $d(k)$ le vecteur des défauts pouvant affecter certains capteurs et $\varepsilon(k)$ le vecteur des bruits de mesure ; C est la matrice caractérisant le système de mesure et F est la matrice qui traduit la direction des défauts. Dans la suite, on considère le cas où le nombre de mesures m est supérieur au nombre de variables n de façon à se placer dans une situation de redondance (cette condition est suffisante mais non nécessaire).

On souhaite analyser la consistance des mesures et détecter la présence des défauts ; pour cela on cherche à établir des relations entre les mesures qui sont indépendantes des grandeurs inconnues mais qui restent sensibles aux défauts.

On définit le vecteur parité $p(k)$ projection du vecteur des mesures $y(k)$:

$$p(k) = Wy(k) \quad (2a)$$

où W est une matrice de projection. Parmi les propriétés de cette matrice, son orthogonalité avec C entraîne en particulier :

$$p(k) = W\varepsilon(k) + WFd(k) \quad (2b)$$

On note, que dans le cas idéal – absence d’erreurs de mesure $\varepsilon(k)$ et de défauts $d(k)$ – le vecteur parité est nul. Par conséquent, l’équation (2a) traduit l’ensemble des redondances qui lient les mesures $y(k)$:

$$Wy(k) = 0 \quad (3)$$

On peut noter que l’expression (2a) permet le calcul numérique du vecteur parité à partir des mesures, c’est la forme de calcul du vecteur parité, alors que l’expression (2b) explique l’influence des erreurs de mesure et des défauts, c’est sa forme d’évaluation.

De nombreuses méthodes peuvent être employées pour la détermination de cette matrice W . On peut, par exemple, effectuer une élimination directe par substitution des inconnues. La matrice C , de rang m , peut être décomposée sous la forme :

$$C = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

où C_1 est régulière. Une matrice orthogonale à C s’écrit alors simplement :

$$W = \begin{pmatrix} C_2 C_1^{-1} & -I \end{pmatrix} \quad (5)$$

Premier exemple

Considérons le système de mesure suivant :

$$y(k) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} x(k) + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \varepsilon(k) + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} d(k)$$

qui correspond à une configuration simple où l’on dispose de cinq mesures couplées de trois grandeurs. Le lecteur pourra aisément constater la redondance inhérente à ce système de mesure ; celle-ci peut être mise à profit pour générer deux équations de redondance liant les composantes $y_i(k)$ du vecteur de mesure.

On peut extraire de C une sous-matrice régulière de rang 3, notée C_1 formée, par exemple, des trois premières lignes de C ; on a donc :

$$C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

D’après (5), la matrice W s’écrit :

$$W = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

ce qui permet de donner les deux formes du vecteur parité, en fonction des mesures ou en fonction des “perturbations” :

$$p(k) = \begin{pmatrix} -y_1(k) + 2y_3(k) - y_4(k) \\ -2y_1(k) + 4y_3(k) - y_5(k) \end{pmatrix} \quad (6a)$$

$$p(k) = \begin{pmatrix} 0 \\ \varepsilon(k) \end{pmatrix}^+ \begin{pmatrix} -2d_1(k) - d_2(k) \\ -2d_1(k) \end{pmatrix} \quad (6b)$$

La forme (6a) permet le calcul du vecteur parité ; comme les erreurs $\varepsilon(k)$ sont à valeur moyenne nulle, la forme (6b) est utilisable pour détecter et estimer les défaillances éventuelles.

Le lecteur pourra dès à présent noter que la forme des équations de redondance n'est pas unique ; toute combinaison linéaire des équations (6a) est également une équation de redondance, mais qui ne fait pas nécessairement apparaître les mêmes variables. Cette remarque importante est à la base de la “structuration” des résidus pour faire apparaître les propriétés d'isolabilité des défauts. Pour cet exemple de faible dimension, l'élimination de $y_1(k)$ entre les deux équations conduit à la nouvelle équation de redondance :

$$-y_5(k) + 2y_4(k) = 0 \quad (6c)$$

On remarquera que l'élimination de $y_1(k)$ entraîne systématiquement celle de $y_3(k)$; les défauts éventuels intervenant sur ces deux mesures ne seront donc pas isolables (différentiables). On notera également que la mesure $y_2(k)$ n'intervient dans aucune équation de redondance ; un défaut sur cette mesure ne sera donc pas détectable.

Découplage par rapport à certains défauts

Dans le cas où la matrice WF est régulière, et en négligeant les erreurs de mesure, l'expression (3) fournit un moyen de détecter les défauts $d(k)$. On voit alors la nécessité d'étudier avec soin le rang de la matrice WF et on imagine alors qu'un choix malencontreux de W peut faire disparaître des directions de défaillance (cas où la matrice WF contient une colonne de "0"). De façon plus générale, le concepteur peut souhaiter disposer d'un vecteur parité sensible à certains défauts à détecter et ne pas vouloir s'intéresser à d'autres types de défaut. Ceci conduit à détailler l'expression du vecteur de mesure sous la forme :

$$y(k) = Cx(k) + \varepsilon(k) + F^+ d^+(k) + F^- d^-(k) \quad (7)$$

où $d^+(k)$ et $d^-(k)$ désignent respectivement les défauts auxquels on veut être sensible et insensible et F^+ et F^- les matrices associées. Le principe précédent de la génération du vecteur parité est conservé. On cherche alors une matrice W orthogonale à l'espace engendré par les colonnes de C et de F^- :

$$W \begin{pmatrix} C & F^- \end{pmatrix} = 0 \quad (8)$$

Le vecteur parité s'exprime alors :

$$p(k) = W\varepsilon(k) + WF^+ d^+(k) \quad (9)$$

Il est donc sensible aux défauts à détecter, mais comme nous l'avons déjà fait remarquer, il faut préalablement étudier le rang de la matrice WF^+ . Dans le cas où l'équation (8) n'admet pas de solution, on peut envisager une résolution approchée en essayant de satisfaire au mieux la condition d'orthogonalité. Le problème peut être formulé en termes d'optimisation multivariable, par exemple :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_w \|W(C \ F^-)\| \\ \max_w \|WF^+\| \end{array} \right\} \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} \min_w \|WF^-\| \\ \max_w \|WF^+\| \\ \text{sous } WC = 0 \end{array} \right. \quad (10)$$

Notons que la résolution de ces problèmes multicritères n'est pas aisée. Les solutions ne peuvent être exhibées que si le poids relatif d'un critère par rapport à l'autre est précisé. Une façon classique pour obtenir une solution consiste à reformuler le problème à l'aide d'un seul critère.

Par exemple, si l'on souhaite un découplage parfait par rapport à l'état, deux problèmes peuvent être considérés :

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega^T C = 0 \\ \min_\omega \frac{\|\omega^T F^-\|^2}{\|\omega^T F^+\|^2} \end{array} \right\} \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} \omega^T C = 0 \\ \min_\omega \left(\|\omega^T F^-\|^2 - k^2 \|\omega^T F^+\|^2 \right) \end{array} \right. \quad (11)$$

Examinons le premier problème. Celui-ci peut être résolu en relaxant les contraintes par élimination des variables dépendantes. En effet, la matrice C est, par hypothèse, de plein rang colonne. On peut donc en extraire une sous-matrice régulière notée C_1 . La contrainte s'écrit alors sous la forme :

$$\omega^T C = \begin{pmatrix} \omega^T & \omega^T \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (12)$$

Cela permet d'exprimer le vecteur ω uniquement en fonction de ω_2 :

$$\omega = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -C_1^{-T} C_2^T \\ I \end{pmatrix} \omega_2 = P \omega_2 \quad (13)$$

La recherche du minimum, par rapport à ω , du critère :

$$\lambda = \frac{\|\omega^T F^-\|^2}{\|\omega^T F^+\|^2} \quad (14a)$$

$$\text{sous la contrainte } \omega^T C = 0 \quad (14b)$$

se ramène à la recherche du minimum, par rapport à ω_2 , du critère :

$$\lambda = \frac{\|\omega_2^T P^T F^-\|^2}{\|\omega_2^T P^T F^+\|^2} = \frac{\omega_2^T P^T F^- (F^-)^T P \omega_2}{\omega_2^T P^T F^+ (F^+)^T P \omega_2} = \frac{\omega_2^T A \omega_2}{\omega_2^T B \omega_2} \quad (14c)$$

La condition de stationnarité du critère, par rapport à ω_2 s'écrit :

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \omega_2} = \frac{2 A \omega_2 \omega_2^T B \omega_2 - \omega_2^T A \omega_2 2 B \omega_2}{(\omega_2^T B \omega_2)^2} = 0 \quad (15a)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \omega_2} = \frac{2}{\omega_2^T B \omega_2} \left(A - \frac{\omega_2^T A \omega_2}{\omega_2^T B \omega_2} B \right) \omega_2 = 0 \quad (15b)$$

Le vecteur ω_2 est donc solution de :

$$(A - \lambda B) \omega_2 = 0 \quad (16)$$

Par définition, cela signifie que ω_2 est vecteur propre généralisé de la paire (A, B) . Comme λ est la valeur propre généralisée correspondante, mais que c'est également la valeur du critère que l'on cherche à minimiser, on choisira pour ω_2 le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre généralisée de la paire (A, B) .

Le second problème se résout de façon analogue. La recherche du minimum, par rapport à ω , du critère :

$$\lambda = \|\omega^T F^-\|^2 - k^2 \|\omega^T F^+\|^2 \quad (17a)$$

$$\text{sous la contrainte } \omega^T C = 0 \quad (17b)$$

se ramène à la recherche du minimum, par rapport à ω_2 , du critère :

$$\lambda = \|\omega_2^T P F^-\|^2 - k^2 \|\omega_2^T P F^+\|^2 = \omega_2^T A \omega_2 - k^2 \omega_2^T B \omega_2 \quad (17c)$$

$$\lambda = \omega_2^T (A - k^2 B) \omega_2 \quad (17d)$$

Il suffit donc de rechercher la plus petite valeur propre de la matrice $A - k^2 B$, de sélectionner le vecteur propre correspondant et de revenir à ω par la matrice de passage P .

Les vecteurs propres déterminés dans l'un ou l'autre cas, permettent de générer le vecteur parité le plus insensible aux perturbations $d^-(k)$ et le plus sensible aux perturbations $d^+(k)$. Les autres vecteurs propres généralisés peuvent cependant être utilisés pour la génération d'équations de redondance ; les performances de découplage sont alors liées aux amplitudes des valeurs propres correspondantes.

Deuxième exemple

Appliquons cette procédure à l'exemple suivant qui correspond à un système comportant cinq capteurs mesurant trois variables et soumis à trois perturbations :

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad F^- = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ 2 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad F^+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

On pourra vérifier que les colonnes des matrices C , F^- et F^+ sont indépendantes ; cela garantit l'existence d'une solution non dégénérée pour ω . On peut extraire de C une sous-matrice régulière de rang 3, notée C_1 formée, par exemple, des trois premières lignes de C ; on a donc :

$$C_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

La matrice P s'écrit alors :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \\ -2 & -4 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Le vecteur ω_2 correspondant à la plus petite valeur propre généralisée de la paire (A, B) vaut :

$$\omega_2 = (-0.5771 \ 0.8167)^T$$

ce qui donne ensuite, en utilisant la matrice de passage P :

$$\omega = (1.0562 \ 0 \ -2.1123 \ -0.5771 \ 0.8167)^T$$

On peut alors en déduire le vecteur parité, sous la forme calcul (en fonction des mesures disponibles) et sous la forme explicative (par rapport aux défauts) :

$$p = \omega^T y = 1.0562y_1 - 2.1123y_3 - 0.5771y_4 + 0.8167 y_5$$

$$p = \omega^T F d = -0.0981d_1^- + 0.0433d_2^- - 5.0413d^+$$

Les expressions obtenues par l'une au l'autre méthode, traduisent bien le découplage parfait vis-à-vis de l'état du système, une sensibilité “réduite” par rapport aux perturbations d^- et une sensibilité “marquée” par rapport à la perturbation d^+

**Source :Module « Surveillance des processus » Didier Maquin
Professeur à l'INPL**