Centre universitaire Abdalhafid Boussouf Mila
Institut des Sciences et Technologie
$2^{\text{ème}}$ année Maths, 2018-2019

TD 4 : **Séries de Taylor - Séries de Laurent - Théorème des résidus**

Exercice 1
Soit la fonction
$$f(z) = \log(1+z).$$
(a) Développer $f(z)$ en séries de Taylor au voisinage de $z = 0$.
(b) Déterminer le domaine de convergence de la série de (a).

Exercice 2
Soit la fonction
$$f(z) = \frac{1}{(1-z)(1+z)}.$$
Développer la fonction $f(z)$ en séries de Taylor au voisinage de $z = 0$ à l'intérieur de disque D(0,1).

Exercice 3
Soit la fonction
$$f(z) = \frac{1}{z^2 - 5z + 4}.$$
Développer la fonction $f(z)$ en séries de Laurent sur les couronnes suivantes :
$$(a)\ \|z\| < 1, \quad (b)\ 1 < \|z\| < 4, \quad (c)\ 4 < \|z\| < \infty.$$

Exercice 4
Calculer avec le théorème des résidus l'intégrale
$$\frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{e^z}{z^2(z^2+2z+2)}\, dz,$$
le long du cercle C d'équation (a) $\|z\| = 3$ et (b) $\|z\| = 1$

Exercice 5
Calculer avec le théorème des résidus les intégrales suivants :
$$(a) \int_0^{\infty} \frac{1}{x^6+1}\, dx \quad \text{et} \quad (b) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2+1)^2(x^2+2x+2)}\, dx$$

R de la matière : S. Bourourou