
TD 3 : Intégration dans le domaine complexe

Exercice 1

Évaluer $\int_C \bar{z} dz$ de $z = 0$ à $z = 4 + 2i$ le long de la courbe C dans les cas suivants :

- a) La courbe C définie par $z = t^2 + it$,
- b) La courbe C formée des segments joignant 0 à $2i$ et $2i$ à $4 + 2i$.

Exercice 2

Calculer $\int_C f(z) dz$ dans les cas suivants :

$$a) f(z) = \frac{\ln z}{z}; \quad C : [i, ie], \quad b) f(z) = \|z\|^2; \quad C : \|z\| = 1 \quad (*),$$

$$c) f(z) = \frac{1}{(z-a)^n}; \quad C : \|z-a\| = r.$$

Exercice 3

Évaluer $\int_C \frac{1}{z-a} dz$ où C désigne un courbe fermée et a est

- a) à l'extérieur de C ,
- b) à l'intérieur de C .

Exercice 4

Soit C le cercle $\|z\| = 3$. Évaluer

$$a) \int_C \frac{\sin(\pi z^2) + \cos(\pi z^2)}{(z-1)(z-2)} dz, \quad b) \int_C \frac{e^{2z}}{(z+1)^4} dz,$$

$$c) \int_C \frac{e^z}{(z+1)(z-4)} dz.$$

R de la matière : S. Bourourou