Exercice 1

On considère une machine à courant continu utilisée en moteur. Le bobinage inducteur est alimenté par la source de tension de 110 V qui alimente également l'induit, à la différence que le courant inducteur est limité par la résistance R_{e1}. L'installation est représentée sur la *figure 1*.
On donne : Résistance de l'induit $R = 0{,}5\ \Omega$, Résistance de l'inducteur : $R_e = 400\ \Omega$

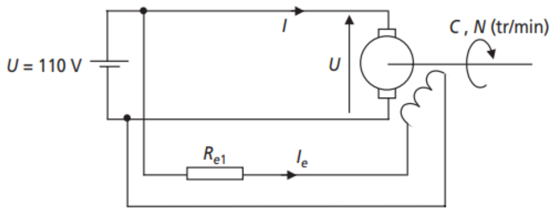


Figure 1

1) Le moteur fonctionnant à vide consomme le courant $I = 1{,}2$ A. Calculer alors la valeur des pertes mécaniques P_m. Calculer également la valeur de la force électromotrice interne E.
2) Toujours à vide, et pour $R_{e1} = 0$, le moteur tourne à la vitesse de 1 620 tr/min. Calculer le couple de pertes mécaniques C_m.
3) En déduire le coefficient k tel que $C = k \cdot I_e \cdot I$. Vérifier que ce coefficient vérifie également la relation $E = k \cdot I_e \cdot \Omega$.
4) On charge à présent le moteur en le faisant entraîner une dispositif mécanique (treuil, roue, ou autre…) qui représente un couple résistant de 10 Nm s'ajoutant au couple de pertes (supposé constant). Calculer alors le courant absorbé.
5) En déduire la valeur de la force électromotrice E et de la vitesse de rotation du moteur N (tr/min).
6) On souhaite que cette charge soit entraînée à 1800 tr/min. Calculer alors la valeur de la résistance R_{e1} permettant d'obtenir cette vitesse.

Correction de l'exercice 1

1) Les pertes à vide se composent des pertes mécaniques et de la puissance dissipée dans la résistance d'induit. Ainsi : $P_m = U \cdot I - R \cdot I^2 = 110 \times 1{,}2 - 0{,}5 \times 1{,}2^2 = 131{,}3$ W

La relation de maille d'induit s'écrit, le moteur étant en convention récepteur, $U = R \cdot I + E$.
Ainsi : $E = U - R \cdot I = 110 - 0{,}5 \times 1{,}2 = 109{,}4$ V

2) Les pertes mécaniques s'écrivent : $P_m = C_m \cdot \Omega = C_m \cdot \dfrac{2\pi N}{60}$ d'où : $C_m = \dfrac{60 \cdot P_m}{2\pi N} = 0{,}77$ Nm

3) Comme $R_{e1} = 0$, le courant inducteur vaut : $I_e = \dfrac{U}{R_e} = \dfrac{110}{400} = 0{,}275$ A

À vide : $C = C_m = k \cdot I_e \cdot I$ donc : $k = \dfrac{C_m}{I_e \cdot I} = 2{,}33$ Nm/A^2

Par ailleurs : $k \cdot I_e \cdot \Omega = k \cdot I_e \cdot \dfrac{2\pi N}{60} = 109\ \text{V} \approx E$

4) On utilise ici la relation en régime permanent : $C = 10 + C_m = k \cdot I_e \cdot I$

C'est-à-dire : $I = \dfrac{10 + 0{,}77}{2{,}33 \times 0{,}275} = 16{,}8$ A

5) $E = U - R \cdot I = 110 - 0{,}5 \times 16{,}8 = 101{,}6$ V

et $\Omega = \dfrac{E}{k \cdot I_e} = \dfrac{101{,}6}{2{,}33 \times 0{,}275} = 158{,}6$ rad/s soit : $N = \dfrac{60 \cdot \Omega}{2\pi} = 1514$ tr/min

6) On cherche ici la valeur de I_e telle que la charge de 10 Nm tourne à $N = 1\,800$ tr/min.

On écrit donc : $E = U - R \cdot I = U - R \cdot \dfrac{C}{k \cdot I_e} = k \cdot I_e \cdot \Omega = k \cdot I_e \cdot \dfrac{2\pi N}{60}$

On en retire l'équation du second degré : $-U \cdot I_e + \dfrac{R \cdot C}{k} + k \cdot I_e^2 \cdot \dfrac{2\pi N}{60} = 0$

Soit donc : $439{,}2 \cdot I_e^2 - 110 \cdot I_e + 2{,}14 = 0$. La résolution donne la valeur (choisie naturellement dans l'ordre de grandeur le plus cohérent) : $I_e = 0{,}229$ A.

La résistance R_{e1} à choisir sera donc telle que : $\dfrac{U}{R_e + R_{e1}} = I_e = 0{,}229$ A

D'où : $R_{e1} = \dfrac{U}{I_e} - R_e = 80{,}3\ \Omega$

Exercice2

On s'intéresse à l'étude d'un moteur très utilisé en traction électrique : le **moteur série**.
Il présente la particularité de posséder un bobinage inducteur placé en série avec l'induit comme le représente la *figure 2*.

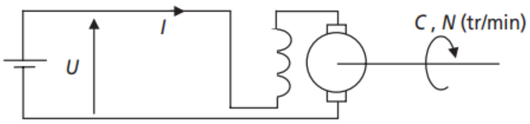


Figure 2

1) À quelle grandeur est proportionnel le flux dans la machine ?
2) Quelle relation relie alors le couple et le courant de la machine ? Quel est l'intérêt de cette relation ?
3) Quelle relation relie également la force électromotrice interne E à la vitesse angulaire de la machine Ω et au courant I ?
4) Représenter le schéma électrique équivalent de la machine en rotation, on notera R la résistance d'induit et R_e la résistance d'inducteur.
5) Déterminer la relation existant entre Ω, I et les grandeurs constantes du système. Idem entre Ω et la couple C.
6) Représenter alors l'allure de l'évolution de la vitesse Ω en fonction du courant. Représenter également l'évolution de Ω en fonction du couple.

Solution de l'exercice2

1) Le flux dans la machine est proportionnel, hors saturation bien sûr, au courant circulant dans le bobinage inducteur. Ici, ce courant est également le courant d'induit I et le flux dans la machine peut alors s'écrire : $\Phi = k \cdot I$, k étant une constante.

2) La relation couple courant s'écrit de façon classique : $C = k' \cdot \Phi \cdot I$, k' étant une constante.

En utilisant le résultat de la *question 1* : $C = k' \cdot k \cdot I \cdot I = K \cdot I^2$, K étant une constante.

Étant proportionnel au courant au carré, le couple produit par la machine est très important lors des phases d'accélération et les démarrages. C'est cette relation qui justifie l'utilisation principale de ce type de moteurs en traction électrique.

3) La relation classique qui relie la vitesse de rotation de la machine à la force électromotrice s'écrit : $E = k' \cdot \Phi \cdot \Omega = k' \cdot k \cdot I \cdot \Omega = K \cdot I \cdot \Omega$

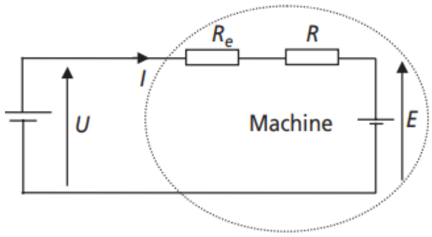


Figure 3

4) On représente le schéma équivalent de la machine sur la *figure 4.9*.

5) L'équation de maille de l'induit de la machine s'écrit : $U = (R + R_e) \cdot I + E$, c'est-à-dire :

$E = U - (R + R_e) \cdot I$

D'où : $K \cdot I\Omega = U - (R + R_e) \cdot I$ c'est-à-dire :

$K \cdot I\Omega = U - (R + R_e) \cdot I$

On retiendra : $I = \dfrac{U}{K\Omega + R + R_e}$

La relation couple vitesse, elle, s'écrira : $C = K \cdot I^2 = K \cdot \left(\dfrac{U}{K\Omega + R + R_e}\right)^2$

6) On représente sur la *figure 4* les courbes $I(\Omega)$et $C(\Omega)$.

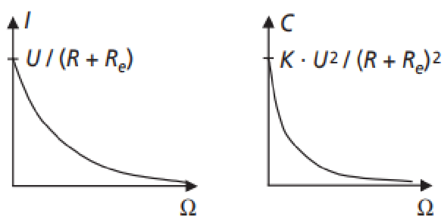


Figure 4.

Exercice3 :

1- Montrer que le couple du moteur est proportionnel au carré du courant qu'il consomme.

Tem = kΦI

Tem couple électromagnétique
Φ est proportionnel au courant d'excitation, c'est-à-dire au courant d'induit car il s'agit d'une machine à excitation série.

Tem = k' I^2

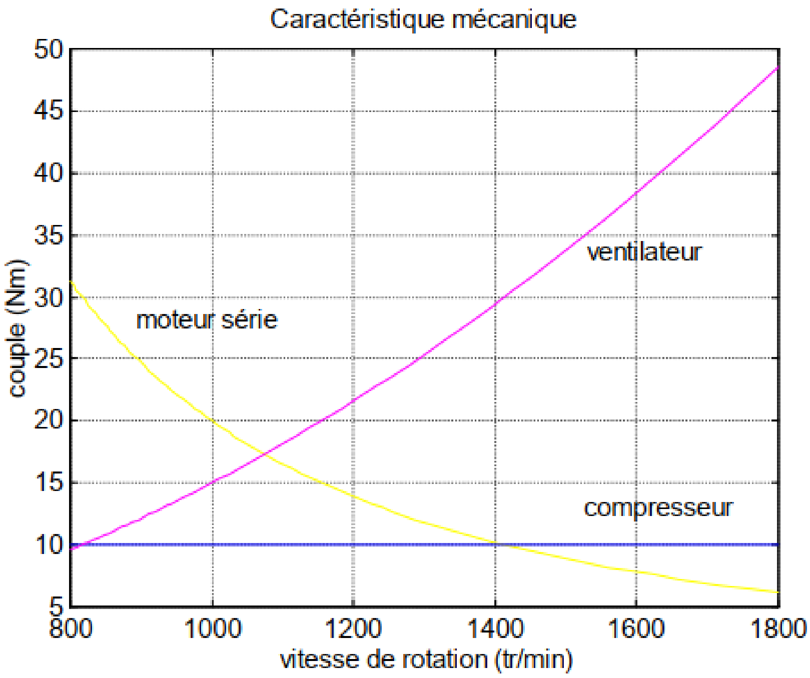
Le couple est donc proportionnel au carré du courant qu'il consomme.

2- Montrer que le couple est inversement proportionnel au carré de la vitesse de rotation.

E = kΦΩ
E = U – (r + R)I ≈ U en négligeant les résistances de l'inducteur et de l'induit
U ≈ kΦΩ
Le courant est donc proportionnel à U/Ω
Le couple est donc proportionnel à $(U/\Omega)^2$
Avec U = constante :
Le couple est inversement proportionnel au carré de la vitesse de rotation.

3- En déduire que le moteur s'emballe à vide.
A vide, le couple du moteur est faible.
La vitesse de rotation est donc grande (d'après la question précédente).
Le moteur s'emballe donc à vide.
4- La plaque signalétique d'un moteur indique : 220 V 1200 tr/min 6,8 A
En déduire la valeur numérique de la constante k.
220×6,8 = 1496 W
1496 / (1200×2π/60) = 11,90 Nm
k = $11{,}90\times1200^2$ = 17,14·106 $Nm(tr/min)^2$
5- Par la suite, on prendra : k = 20·106 $Nm(tr/min)^2$

Tracer l'allure de la caractéristique mécanique Tu(n)



6- Le moteur entraîne un compresseur de couple résistant constant 10 Nm.
En déduire la vitesse de rotation de l'ensemble.

$$Tu = \frac{20 \cdot 10^6}{n^2} = 10$$

$$n = \sqrt{\frac{20 \cdot 10^6}{10}} = 1414 \text{ tr/min}$$

7- Le moteur entraîne un ventilateur dont le couple résistant est proportionnel au carré de la vitesse de rotation (15 Nm à 1000 tr/min). En déduire la vitesse de rotation de l'ensemble.

$$Tr = 15 \cdot 10^{-6} n^2$$

$$Tu = \frac{20 \cdot 10^6}{n^2} = Tr = 15 \cdot 10^{-6} n^2$$

$$n = \left(\frac{20 \cdot 10^6}{15 \cdot 10^{-6}}\right)^{\frac{1}{4}} = 1075 \text{ tr/min}$$