

GENIE CIVIL

Travaux Pratiques de

RÉSISTANCE DES

MATÉRIAUX

&

CALCUL DES STRUCTURES

PARTIE I : ORGANISATION DES TRAVAUX PRATIQUES

1) Liste des TPs

numéro	intitulé	page
1	Poutre triangulée	6
2	Déplacements transversaux dans une poutre - Flexion	8
3	Moments fléchissants & Contraintes normales - Flexion	11
4	Enveloppe des moments fléchissants	14
5	Poutre soumise à des actions nodales	16
6	Influence des liaisons – phénomène d'encastrement	19

Rq : en annexes (à partir de la p.22), plusieurs informations nécessaires à la réalisation des TPs sont disponibles. Les consulter impérativement pour une bonne compréhension des manipulations.

2) Planning

	date:	date:	date:	date:	date:
SEMAINE →	1	2	3	4	5
GROUPE ↓	numéros des TRAVAUX PRATIQUES ↓				
A	1	2	3	4	5
B	2	3	4	5	6
C	3	4	5	6	1
D	4	5	6	1	2
E	5	6	1	2	3
F	6	1	2	3	4

3) Consignes concernant les TPs

Il y a cinq séances de quatre heures de travaux pratiques obligatoires.

Chaque TP comporte deux parties :

1. Une partie à préparer impérativement **AVANT** la séance de TP ; elle nécessite la connaissance du cours de mécanique des milieux continus, de RDM et de structures, voire une recherche bibliographique à la bibliothèque universitaire. Elle comporte des calculs préalables à faire manuellement et/ou sur ordinateur. Elle donne lieu à la rédaction d'un compte-rendu, « **le rapport préliminaire** », qui doit être présenté à l'enseignant en début de séance de TP.
2. La manipulation de 4 heures qui donne lieu à la rédaction d'un « **rapport d'essai** ».

Chaque groupe de TP doit fournir **1 seul rapport comprenant le rapport préliminaire suivi du rapport d'essai**. Ce rapport doit impérativement être remis à l'enseignant **au début de la séance suivante**. **Aucun retard ne sera toléré.**

Les TPs sont sanctionnés par une note qui prend en compte :

1. le sérieux et la qualité du travail préparatoire, la connaissance des concepts,
2. la capacité qu'auront montrée les candidats à répondre aux questions qui pourront leur être posées. Des notes différenciées pourront donc être attribuées aux étudiants d'un même groupe,
3. la qualité des mesures,
4. le soin apporté à la présentation des résultats, le respect des directives données ci-dessous,
5. la rigueur des raisonnements scientifiques, le bien-fondé des conclusions.

En cas de non présentation du rapport préliminaire en début de séance, le groupe sera sanctionné au niveau de la note du compte-rendu final.

Les étudiants sont laissés libres de choisir le format (papier ou informatique) pour rendre leurs rapports.

Si le format informatique est choisi, merci d'utiliser les extensions *.doc* (Microsoft Word) ou *.pdf* (Acrobat Reader). Il est impératif de nommer le fichier de la façon suivante : ***TPn°_noms étudiants*** ; exemple : *TP4_Dupont Dupuis.pdf*

Les TPs font appel au logiciel RDM6, disponible gratuitement sur Internet à l'adresse suivante : http://iut.univ-lemans.fr/ydlogi/rdm_version_6.html

Ce logiciel est également déjà installé sur les ordinateurs qui sont en libre accès pour les étudiants en salle 309 du centre de Génie Civil.

Les étudiants ne pourront pénétrer dans la salle de TP que s'ils disposent de chaussures de sécurité.

4) Consignes concernant les rapports

1. La mesure d'une grandeur physique G est valide si elle est reproductible. \Rightarrow Toutes les mesures doivent être réalisées plusieurs fois : si possible 3 fois. Chaque point représentatif d'une mesure DOIT être encadré de son domaine d'incertitude.
2. Les points expérimentaux NE DOIVENT PAS être reliés entre eux par des segments de droite ou des arcs de courbe. Quelle serait en effet la signification physique de tels segments ?
3. Lorsque l'expérience peut être rendue compte par un modèle physique - comme c'est souvent le cas -, on reportera la courbe théorique représentative de ce modèle.
4. Les graphes doivent être tracés AVEC SOIN (sur du papier millimétré pour les rapports en version papier). Le titre du TP, les conditions expérimentales accompagnées d'un petit schéma en médaillon, doivent être succinctement rappelés. Les unités des grandeurs physiques doivent obligatoirement être mentionnées. Les axes des graphes doivent comporter le nom de la variable associée. Les échelles doivent être judicieusement choisies. La mention des échelles est requise.
5. La partie préliminaire doit aborder les concepts scientifiques liés au TP. Les notations, définitions, conventions doivent y être consignées. Les schémas de principe doivent y figurer. Les hypothèses qui soutiennent une théorie doivent être rappelées. Les calculs utiles à l'interprétation des résultats expérimentaux doivent être préparés. Les résultats essentiels doivent être mis en évidence.
6. Dans le rapport d'essai doivent figurer :
 - Les objectifs de la manipulation,
 - Le mode opératoire effectivement suivi au cours de la séance,
 - Les graphes sur lesquels les points expérimentaux et les courbes théoriques sont reportés,
 - Les interprétations et conclusions. Ces dernières doivent avoir un caractère scientifique et non pas vaguement spéculatif : Quelles sont les caractéristiques du matériau ? Le modèle théorique rend-il correctement compte des expériences menées ? Les hypothèses du modèle ont-elles été respectées ? Y a-t-il des effets de second ordre ? Comment justifier les écarts éventuels avec le modèle ?
 - Les résultats de mesures sous forme de tableaux annexés,
 - Un minimum de rédaction est requis : il faut que le rapport soit compréhensible. Faut-il le dire : le moins qu'on puisse attendre d'un futur cadre est le respect de la syntaxe, de la grammaire et du vocabulaire de la langue Française. Il est inutile de reprendre les développements du rapport préparatoire ; on doit par contre en utiliser les résultats.

Rq importante : les tableaux de valeurs doivent être placés en annexe mais les **courbes de résultats doivent apparaître dans le corps du compte-rendu avec l'interprétation.**



PARTIE II :
CAHIER DE TRAVAUX PRATIQUES

TP 1 : POUTRE TRIANGULEE

Objectifs

Etude de la distribution des efforts normaux dans une poutre triangulée. Méthodes de calcul des treillis. Calcul des déplacements par la méthode de Castigliano.

Dispositif expérimental

Une poutre en treillis en aluminium, composée de sept panneaux triangulés, est chargée aux nœuds inférieurs 2, 4, 6 et 8 par un système de charge croissant —le système de force dépend du groupe de TP - cf Tableau 1—. Des comparateurs permettent la mesure des déplacements de certains nœuds de l'ossature. L'un des panneaux est équipé de jauges de déformation utiles à la détermination de l'effort normal et d'autres sollicitations éventuelles.

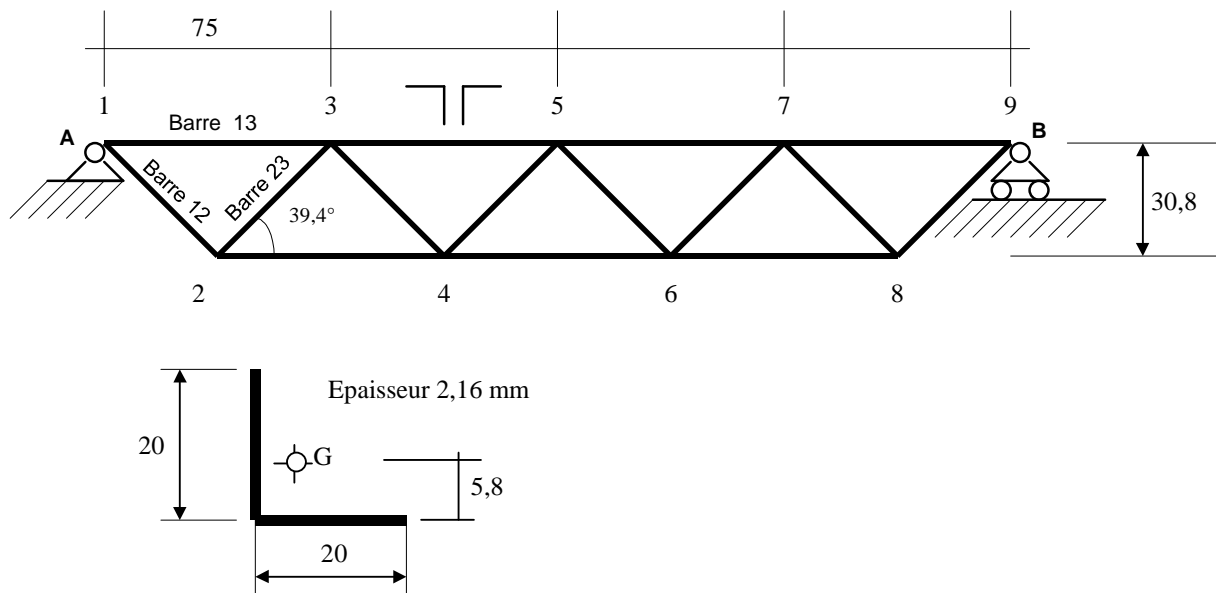


Figure 1 - Poutre triangulée

Données techniques

Module de l'Aluminium (7075-T6) $E=72\ 000\ \text{MPa} \pm 1\ 000\ \text{MPa}$

Système de chargement : Le chargement est appliqué en 4 ou 5 étapes en multipliant les coefficients du Tableau 1 successivement par $F=5, 10, 15, 20, 25\ \text{daN}$ (voire plus en fonction de la disponibilité des masses de 5 kg).

groupe	F_2/F	F_4/F	F_6/F	F_8/F
A - D	1	0	0	1
B - E	0	1	1	0
C - F	1	1	1	1

Tableau 1 : configuration de chargement du treillis

Rapport préliminaire

1) Rappeler la définition d'un « treillis ». Présenter les hypothèses de calcul adoptées pour le calcul des efforts dans les treillis. Présenter succinctement les 3 méthodes généralement utilisées : équilibre des nœuds, méthode de Ritter, méthode de Crémona.



2) Montrer l'isostaticité du treillis.

- 3) Avec la méthode de votre choix, effectuer le calcul des efforts normaux dans ce treillis en fonction de F uniquement. Faire un tableau récapitulatif des valeurs des efforts normaux, en précisant s'il s'agit d'effort de compression ou de traction.
- 4) Enoncer le théorème de CASTIGLIANO. En appliquant ce théorème, déterminer le déplacement de la structure au nœud n°4.
- 5) A l'aide du logiciel RDM6 :
 - a) Contrôler les résultats obtenus ci-dessus.
 - b) Dans l'hypothèse où les membrures supérieure et inférieure sont continues, réévaluer les sollicitations et déplacements.
 - c) Dans l'hypothèse où, de plus, les liaisons avec les diagonales sont rigides, réévaluer les sollicitations et déplacements.
- 6) Considérer maintenant le treillis comme une simple poutre sur deux appuis. Préciser la valeur numérique de l'inertie I . Etablir le diagramme (T) et (M). Calculer le déplacement au nœud 4 sous l'action du moment fléchissant seul. Calculer le supplément de déplacement produit par l'effort tranchant.
Vérifier également ces résultats à l'aide du logiciel RDM6.

Manipulation & rapport d'essai

Précharger le treillis par des masses suspendues de 1kg aux nœuds 2, 4, 6 et 8 avant de faire le zéro. Cela permet de neutraliser les jeux d'assemblage et donc d'assurer un comportement linéaire de la structure.

Appliquer des efforts croissants en respect du tableau et des directives générales.

Pour chaque étape de chargement, relever les valeurs indiquées par les jauges de déformation dans le panneau du treillis qui en est équipé ainsi que le déplacement V_4 du nœud 4.

Analyse des résultats :

- déplacement du nœud 4 :

Tracer la courbe $\{F, V_4\}$. Placer les points expérimentaux et leur domaine d'erreur dans un graphe. Superposer les courbes théoriques correspondant aux différents schémas de calcul.

Quel schéma de calcul vous semble le plus adéquat pour modéliser le fonctionnement de l'ossature en treillis ?

- efforts dans les barres :

Exploiter les jauges d'un panneau instrumenté pour contrôler la valeur des efforts normaux dans l'ossature.

Conclusion.



TP 2 : DEPLACEMENTS TRANSVERSAUX DANS UNE POUTRE

- FLEXION

Objectifs

Etude du comportement d'une poutre reposant sur deux appuis et sollicitée en flexion. Vérification du théorème de linéarité (proportionnalité des effets et des causes, superposition des états). Vérification du théorème de réciprocité des travaux de MAXWELL-BETTI. Introduction aux problèmes hyperstatiques.

Dispositif expérimental

Un bâti supporte deux appuis fixes A et B distants de 1.00 m ainsi qu'un appui intermédiaire amovible C assujéti à un plateau pouvant accueillir des masses (Figure 2). Une poutre métallique de section rectangulaire repose sur ces appuis.

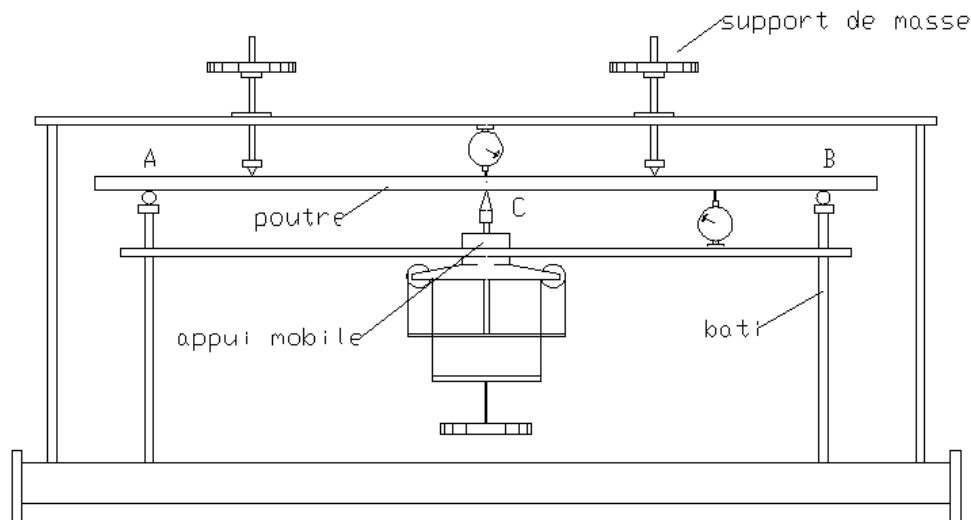


Figure 2 : bâti de chargement

Données techniques

Section de la poutre : $b=48.00\pm 0.02$ mm, $h=8.00\pm 0.02$ mm

Matériau : acier mi-doux ($E=210\ 000\pm 10\ 000$ MPa)

Mesure des déplacements par comparateurs au 1/100 de millimètre.

Attention : ne pas appliquer de charge supérieure à 15 daN sur la poutre.

Rapport préliminaire

Rq : pour les définitions ou théorèmes demandés ci-dessous, des schémas d'illustration sont fortement recommandés

- 1) Rappeler ce qu'est un matériau élastique, ce qu'est l'hypothèse des petits déplacements.
- 2) Énoncer le théorème de proportionnalité des effets et des causes pour les structures élastiques en petits déplacements.
- 3) Énoncer le théorème de superposition des états.

4) Enoncer le théorème de réciprocité de MAXWELL-BETTI.

5) Pour une poutre [AB] sur deux appuis de portée L, d'inertie I, de module de Young E, chargée par une force concentrée transversale d'intensité F située à la distance α de l'appui A (Figure 3), donner l'expression de la flèche au point P d'abscisse x, que l'on notera de la façon suivante : $V_P=f(\alpha,x)$ (1er paramètre = position de la force, 2ème paramètre = point où l'on évalue le déplacement).

Montrer la symétrie de la formule obtenue : $V_P=f(\alpha,x)=f(x,\alpha)$.

Que traduit cette symétrie ?

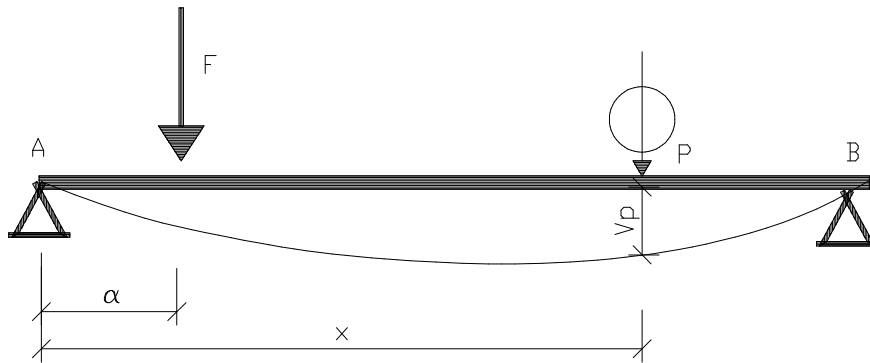


Figure 3 : charge simple & mesure de déplacement

Manipulation & rapport d'essai

1. Théorème de linéarité

- Choisir une position α de la force F et régler la position du support en conséquence ;
- Choisir une position x de la mesure du déplacement transversal et régler la position du comparateur ;
- Appliquer un effort F croissant et relever l'évolution de $V_P(\alpha,x)$ en fonction de F ;
- Reporter les points expérimentaux assortis de leur domaine d'erreur dans un graphe ;
- Superposer la courbe modélisant la loi $F(V_P)$ selon la théorie des poutres.

2. Superposition des états de déformation

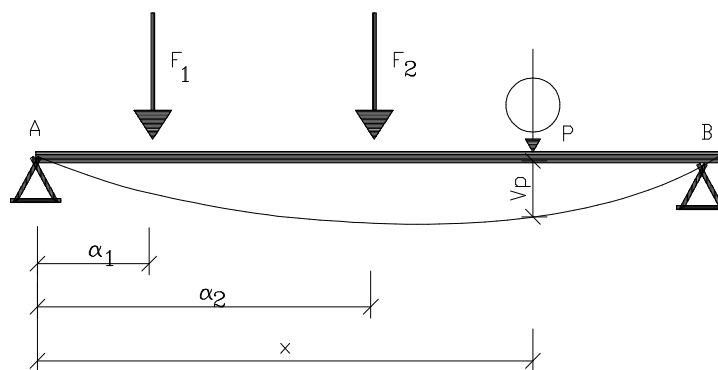


Figure 4 : Deux forces appliquées

- Appliquer une force F_1 en α_1 et mesurer la flèche V_P^1 à l'abscisse x choisie ;

- Appliquer une force F_2 en α_2 et mesurer la flèche V_P^2 à la même abscisse x ;
- Appliquer les forces F_1 en α_1 et F_2 en α_2 simultanément et mesurer la flèche V_P^3 en x ;
- Faire les mesures pour 3 configurations différentes du triplet $\{\alpha_1, \alpha_2, x\}$;
- De quel théorème rendent compte les résultats obtenus ? Avec quelle précision ?

3. Réciprocité des « travaux » de Maxwell-Betti

- Appliquer une force F_1 en α et mesurer la flèche $V_P(\alpha, x)$ à l'abscisse x choisie ;
- Appliquer une force F_2 en x et mesurer la flèche $V_P(x, \alpha)$ à l'abscisse α précédente ;
- Faire les mesures pour 3 configurations différentes du doublet $\{\alpha, x\}$;
- De quel théorème rendent compte les résultats obtenus ? Avec quelle précision ?

4. Ligne d'influence du déplacement en x

- Appliquer une force F en α **variable** et mesurer la flèche $V_P(\alpha, x)$ en une abscisse x **fixe** choisie ; prendre un poids de 10 daN par exemple. Faire croître α de 0 (origine de la poutre) à L (extrémité) et relever l'évolution de $V_P(\alpha, x)$ en fonction de α dans un graphique. S'assurer de la répétabilité de l'expérience.
- Dans le même graphique superposer la ligne théorique du modèle mécanique approprié.

5. Hyperstaticité

Dans cette manipulation, il faut utiliser l'appui escamotable :

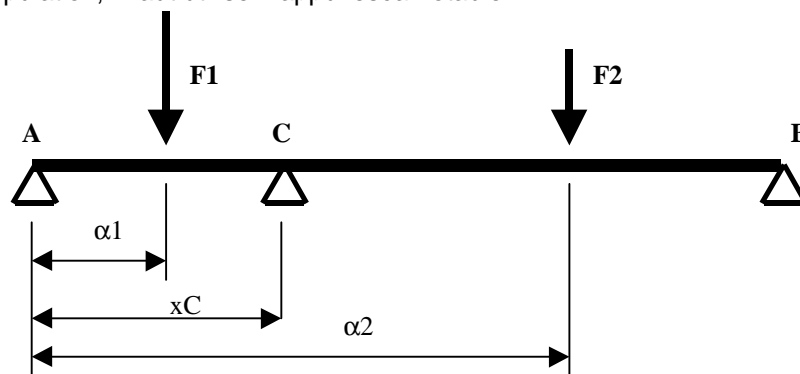


Figure 5 - Poutre sur 3 appuis

- Positionner la poutre sur ses trois appuis A, B et C respectivement situés aux abscisses 0, x_C et L (choisir x_C).
- Appliquer une force F_1 en α_1 sur la première travée ($\alpha_1 < x_C$) et F_2 en α_2 sur la seconde travée ($x_C < \alpha_2 < L$). Choisir F_1 et F_2 en veillant à ce que la poutre ne « décolle » pas de ses appuis (différence $|F_1 - F_2|$ supérieure à 5 daN mais somme $F_1 + F_2$ inférieure à 30 daN) ;
- Mesurer expérimentalement (utiliser un comparateur placé en C et des masses sur le plateau de l'appui) la réaction R_C au point C ;
- Comparer avec la valeur théorique découlant de l'utilisation de la ligne d'influence couplée avec le théorème de superposition des états de déformation.
- Faire des mesures dans trois configurations différentes de α_1 , α_2 et x_C .

TP 3 : MOMENTS FLECHISSANTS ET CONTRAINTES NORMALES - FLEXION

Objectifs

Pour le calcul des structures, les ingénieurs ont été conduits à adjoindre aux hypothèses fondamentales de la théorie de l'élasticité des hypothèses simplificatrices permettant d'obtenir des solutions approchées, notamment celle de NAVIER-BERNOULLI.

Cette manipulation a pour but d'étudier, d'une part, la validité des hypothèses simplificatrices de la théorie des poutres et, d'autre part, les lois du calcul des structures dans le cas d'une poutre fléchie.

Dispositif expérimental

Le banc d'essai se compose d'un bâti supportant deux appuis B et C fixes distants de 1,00 m.

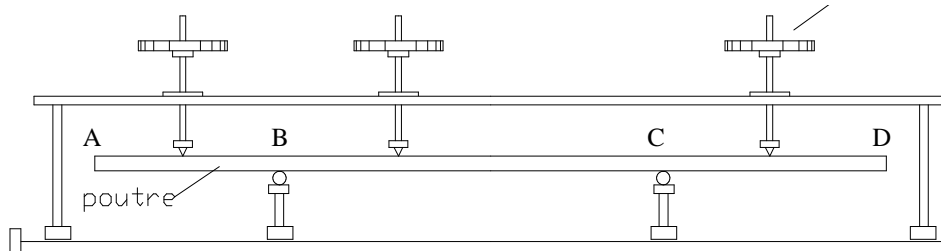


Figure 6 : bâti de flexion

L'échantillon à étudier est un barreau en acier mi-doux de $40 \times 20 \text{ mm}^2$ de section et de 2,00 m de longueur entre les repères extrêmes. Il comporte des repères de longueur tous les 0,10 m.

La mesure des déformations se fait au moyen de jauges extensométriques.

Des jauges disposées tous les 10 cm le long de la poutre, soit sur la fibre inférieure en partie courante, soit sur la fibre supérieure au droit des appuis, permettent l'évaluation de la distribution du moment fléchissant.

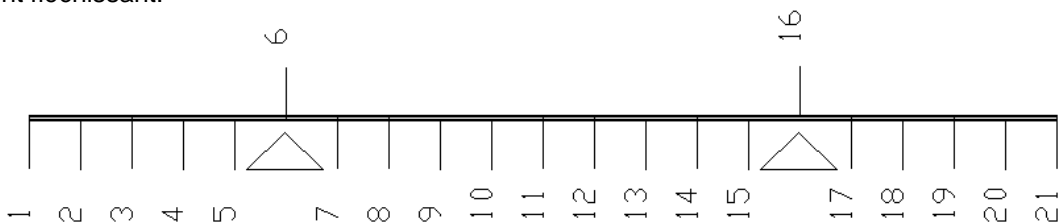
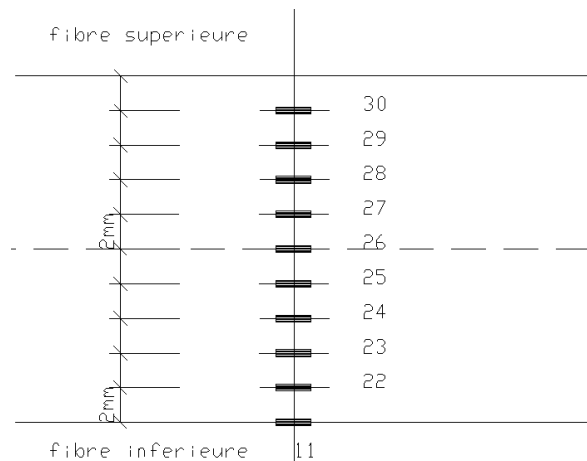


Figure 7 : Plan de collage « longitudinal » des jauges 1 à 21

- D'autres jauges disposées tous les 2 mm dans le plan de section droite (S), milieu de la poutre, permettent la prospection du profil des contraintes normales σ_{xx} .

Figure 8 : Plan de collage « transversal » des jauges 22 à 30



Données techniques

longueur totale de la poutre	Lt	2,10 m
distance entre appuis	L	1,00 m
hauteur de la poutre	h=2v	0,02 m
largeur de la poutre	b	0,04 m
poids propre d'un support	G _S	31 N
résistance des jauges	R	120 Ω
facteur de jauge	J	selon jauge (voir banc de flexion)
module acier	E	210 000 MPa

Remarques concernant la mise en charge :

- Les charges réellement appliquées doivent tenir compte des supports de poids dont on considérera qu'ils ont un poids propre de 31 N.
- On veillera à éviter tout glissement intempestif de la poutre ou tout pivotement autour d'un des appuis qui pourrait résulter d'une dissymétrie trop importante des charges.
- Les efforts mis en jeu seront tels qu'en tout point de la poutre on ait $\sigma_{xx} < 100 \text{ MPa}$

Rapport préliminaire

- 1) Rappeler l'ensemble des hypothèses de la théorie des poutres ;
- 2) Rappeler la relation contrainte normale $\sigma_{xx}(x,y)$ - déformation longitudinale $\varepsilon_{xx}(x,y)$;
- 3) Rappeler la relation moment fléchissant $M(x)=M_z(x)$ - contrainte normale $\sigma_{xx}(x,y)$;
- 4) Rappeler les équations de l'équilibre local des poutres droites ;
- 5) Préparer les calculs nécessaires à la bonne conduite du TP (notamment charge maximale autorisée par le dispositif expérimental et calcul d'incertitude sur M)

6) Flexion 3 points

- Une poutre [ABCD] de module de flexion EI repose sur deux appuis en B et C distants de la quantité L. Une charge F est appliquée entre les appuis au point P entre B et C.
- Tracer le diagramme de moment fléchissant (avec son fuseau d'incertitude) et celui d'effort tranchant.
 - Tracer le profil de contrainte normale théorique dans la section droite située au milieu de la poutre. La fibre inférieure/supérieure est-elle comprimée/tendue ?
 - Vérifier vos résultats avec RDM6 en choisissant un cas particulier pour F (par exemple, F=50N appliquée au milieu de BC).

7) Flexion 4 points

- Une poutre [ABCD] de module de flexion EI repose sur deux appuis en B et C distants de la quantité L. Deux charges F_1 et F_2 égales, d'intensité F, sont appliquées symétriquement.
- Tracer le diagramme de moment fléchissant (avec son fuseau d'incertitude) et celui d'effort tranchant.
 - Quelle condition les positions des forces F_1 et F_2 doivent-elles vérifier pour que la portion [BC] soit sollicitée en flexion pure ? Dans ces conditions, tracer le profil de contrainte normale théorique dans la section droite située au milieu de la poutre. La fibre inférieure/supérieure est-elle comprimée/tendue ?
 - Vérifier vos résultats avec RDM6 en choisissant un cas particulier pour F (par exemple, F = 50N, au milieu de AB et de CD).

Manipulation & rapport d'essai

1. Diagramme de moment fléchissant

- Positionner la poutre sur ses supports : les repères marqués sur la poutre doivent coïncider avec les appuis.
- Equilibrer le pont pour toutes les jauges à utiliser.
- **Flexion 3 points** : positionner le support de poids et le poser entre les appuis ; placer le poids de manière à réaliser l'état de chargement de flexion 3 points. Relever les valeurs des déformations (jauges 1 à 21). En déduire le diagramme de moment fléchissant. Comparer avec vos résultats du rapport préliminaire.
- **Flexion 4 points** : positionner les supports de poids et les poser de manière à réaliser l'état de chargement de flexion 4 points (moment constant entre les appuis). Relever les valeurs des déformations (jauges 1 à 21). En déduire le diagramme de moment fléchissant. Comparer avec vos résultats du rapport préliminaire.

2. Profil de contrainte dans la section (S)

- Positionner la poutre sur ses supports : les repères marqués sur la poutre doivent coïncider avec les appuis.
- Equilibrer le pont pour toutes les jauges à utiliser.
- **Flexion 4 points** : positionner les supports de poids et les poser de manière à réaliser l'état de chargement de flexion 4 points (flexion pure en zone centrale). Relever les valeurs des déformations (jauges 11, 22 à 30). En déduire le profil de contrainte normale. Comparer au profil théorique.

TP 4 : ENVELOPPE DES MOMENTS FLECHISSANTS

Objectifs

Détermination des cas de charge les plus défavorables vis à vis des moments fléchissants en travée et sur appui, d'une poutre continue. On se limitera au cas où le chargement élémentaire par travée est obtenu en appliquant une charge concentrée au milieu de la travée, le chargement le plus défavorable étant obtenu par combinaison d'un certain nombre de cas élémentaires.

Tracé du diagramme enveloppe des moments fléchissants le long de la poutre.

Dispositif expérimental

Une éprouvette en acier de section droite rectangulaire repose sur 5 appuis tous déplaçables.

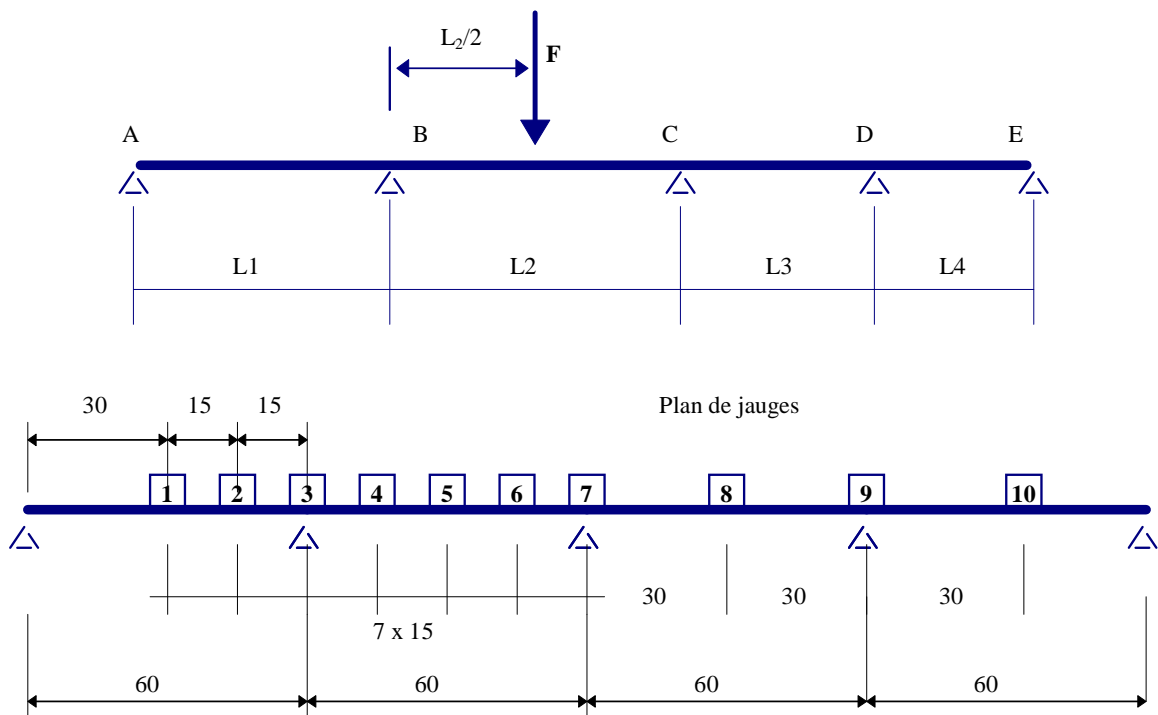


Figure 9

Des jauges extensométriques, collées sur la face inférieure de la poutre, permet l'évaluation des moments fléchissants (cf figure 9).

Données techniques

Module de l'acier	$E=210\ 000\ \text{MPa}$
Hauteur de l'éprouvette	$h=5\ \text{mm}$
Largeur de l'éprouvette	$b=25\ \text{mm}$
Longueur totale	$L_t=2,40\ \text{m}$

Rapport préliminaire

14

- 1) Rappeler la définition d'une poutre continue. Enoncer le théorème des 3 moments.
- 2) Une poutre continue sur 5 appuis [ABCDE] possède 4 travées de longueur L_1 , L_2 , L_3 et L_4 .

a) Charge ponctuelle

Une force d'intensité F est appliquée tour à tour au milieu de chaque travée.

- Par application du théorème des trois moments, déterminer le diagramme de moment fléchissant dans chacun de ces quatre cas de charge élémentaires.
- Utiliser le logiciel RDM6 pour vérifier vos résultats en prenant $F=10\text{N}$ et les dimensions de la poutre présentée dans le paragraphe « dispositif expérimental ».
- Etudier toutes les combinaisons de ces diagrammes — et donc des cas de charges correspondants — et déduire les diagrammes enveloppes (max et min).

b) Charge répartie

Une charge uniformément répartie d'intensité q est appliquée (au lieu de la ponctuelle du cas a))

- Indiquer comment les diagrammes de moment seraient modifiés par la présence de cette charge.
- Utiliser le logiciel RDM6 pour vérifier vos résultats en prenant $q=40\text{ N/m}$ et les dimensions de la poutre présentée dans le paragraphe « dispositif expérimental ».
- Tracer le diagramme enveloppe (max et min).

Manipulation & rapport d'essai

- 1) Placer les appuis A, B, C, D, E de façon à obtenir la configuration présentée dans le paragraphe « dispositif expérimental ».
- 2) Appliquer une **force ponctuelle** centrée dans la première travée (cas 1 de la figure 10), relever les déformations produites, déduire les moments fléchissants expérimentaux. Comparer sous forme de graphe les résultats théoriques et expérimentaux.

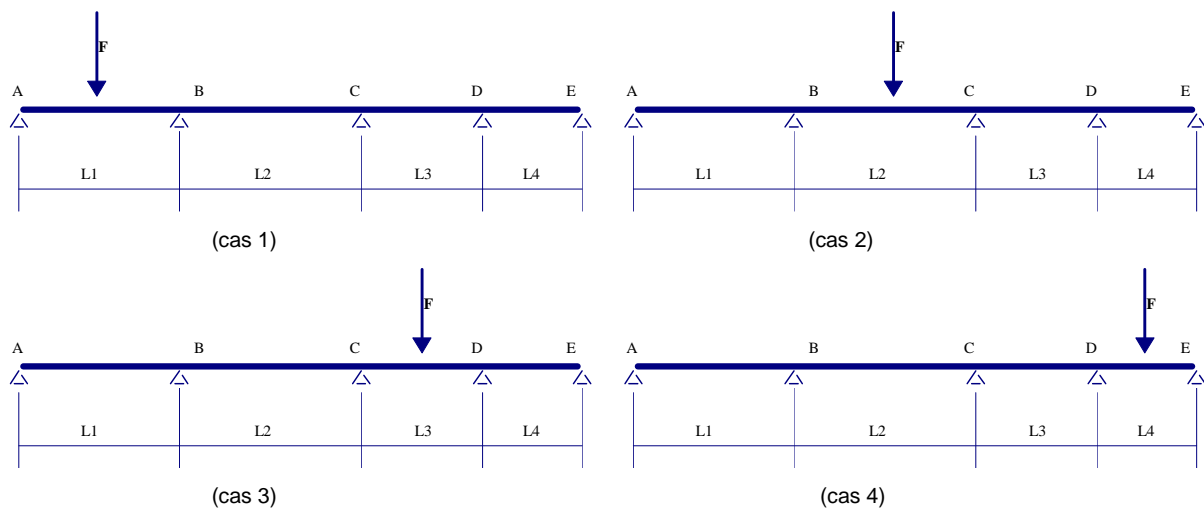


Figure 10

- 3) Recommencer avec les travées 2, 3 et 4. (cas 2,3 et 4 de la figure 10).
- 4) En utilisant le diagramme enveloppe théorique des moments fléchissants, vérifier expérimentalement quelques valeurs extrêmes.
- 5) Comparer aux moments isostatiques.
- 6) Cas de la **charge répartie**.
 - Calculer la valeur de la charge répartie appliquée q (N/m).
 - On relèvera expérimentalement les déformations uniquement pour les cas (1) et (2) (justifier pourquoi). Reprendre les questions 4) et 5) ci-dessus (appliquées à ce cas de charge).
- 7) Conclusion : Intérêts de la poutre continue ? Intérêt de tracer la courbe enveloppe ?

TP 5 : POUTRE SOUMISE A DES ACTIONS NODALES

Objectifs

Etude des effets de déplacements et rotations d'appuis sur une poutre non chargée en condition bi-encastree ou encastree à une extrémite et articulée à l'autre.

Dispositif expérimental

Une poutre [AB] en acier de section rectangulaire constante est liée au bâti en A et en B. Aucune force n'est appliquée en travée de cette éprouvette.

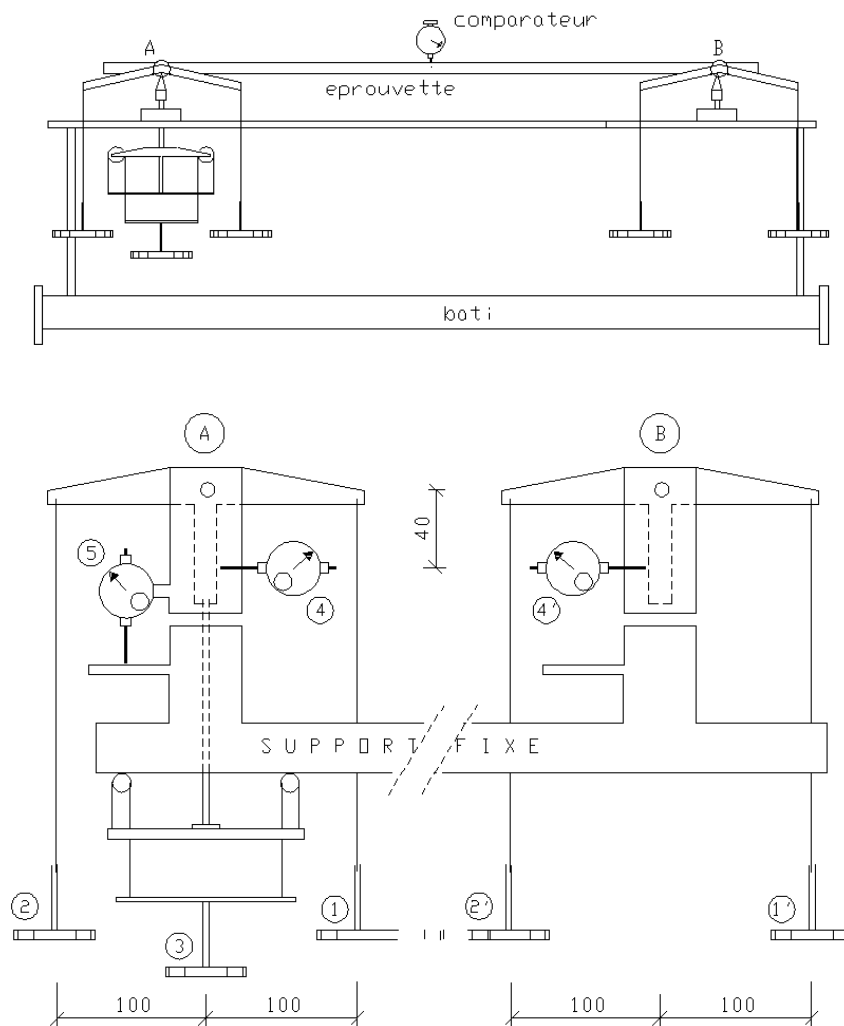


Figure 11 : schéma du banc de flexion - dispositifs d'appui

Le dispositif d'appui en A permet d'imposer un déplacement vertical (dénivellation) par l'insertion de cales calibrées, contrôlé par le comparateur 5.

En A et en B, on peut :

- soit imposer un moment fléchissant en plaçant des poids sur les plateaux 1, 2, 3, 1' et 2'
- soit imposer une rotation (éventuellement nulle pour simuler des conditions d'encastrement) contrôlée à l'aide des comparateurs 4 et 4'.

On étudiera dans ce TP 4 configurations pour la poutre AB. Afin de faciliter la rédaction, on utilisera les abréviations suivantes :

A = articulation	D = déplacement d'appui
E = encastrement	M = moment nodal

On notera « configuration X-Y », X représentant les conditions pour l'appui A et Y celles pour l'appui B.

1. Configuration « DE-E »

- La poutre subit un déplacement d'appui en A égal à $V_A=6$ mm ;
- Les rotations Ω_A et Ω_B sont nulles (encastrement).

2. Configuration « DA-E »

- La poutre subit un déplacement d'appui en A égal à $V_A=6$ mm ;
- Articulation en A ; la rotation Ω_B est nulle (encastrement).

3. Configuration « M-E »

- La poutre subit un moment nodal en A de valeur $M_A=20$ daN.cm ;
- La rotation Ω_B est nulle (encastrement).

4. Configuration « M-A »

- La poutre subit un moment nodal en A de valeur $M_A=20$ daN.cm ;
- Le noeud B est articulé.

Données techniques

Distance entre axes des appuis	$L= 80$ cm
Hauteur de la poutre	$h = 4$ mm
Largeur de la poutre	$b = 25$ mm
Epaisseur de la cale	$\delta = 6$ mm
Module de l'acier	$E = 210\ 000$ MPa

Rapport préliminaire

On considère une poutre [AB] de longueur L, de module de flexion EI, uniquement chargée par des actions nodales. Les conditions aux limites sont notées de la façon suivante :

$$v(x=0) = v_A ; v(x=L) = v_B ; v'(x=0) = \omega(x=0) = \omega_A ; v'(x=L) = \omega(x=L) = \omega_B$$

- 1) Définir une poutre soumise à des « actions nodales ».
- 2) Déterminer l'expression du moment fléchissant en fonction des actions nodales.
- 3) Par intégration de la loi de comportement locale $M=EIv''$, déterminer l'équation de la déformée $v(x)$.
- 4) Présenter les formules de Bresse. Vérifier avec la formule de Bresse qui permet de calculer le déplacement transversal que l'on retrouve la même expression que celle déterminée au 3).

5) Pour chaque configuration, établir l'équation du champ de déplacement transversal (l'exprimer uniquement en fonction des données géométriques de la poutre et des conditions aux limites). Vérifier qu'il s'agit d'un polynôme du troisième degré.

Rq : si la méthode des déplacements a déjà été vue en cours, on pourra utiliser les équations intrinsèques pour une barre non chargée en travée, afin d'obtenir l'expression des moments nodaux.

6) Faire un tableau récapitulatif des différentes valeurs suivantes (exemple ci-dessous). On présentera les expressions littérales en fonction des données (E , I , L ; M_A ou v_A le cas échéant) **et** aussi les valeurs numériques.

	Configuration DE-E	Configuration DA-E	Configuration M-E	Configuration M-A
M_A (action nodale)				
M_B (action nodale)				
v_A				
v_B				
ω_A				
ω_B				
Expression de $v(x)$				

Manipulation & rapport d'essai

Pour les 4 configurations, on demande de :

- relever la ligne déformée tous les 5 cm
- la valeur des moments nodaux
- la valeur des rotations d'appuis.

Reporter les points expérimentaux de la ligne déformée dans un graphe, superposer les courbes théoriques.

Comparer les rotations et les moments nodaux théoriques et expérimentaux.

TP 6 : INFLUENCE DES LIAISONS – PHENOMENE D'ENCASTREMENT

Objectifs

Il s'agit d'étudier l'état de déformation d'une poutre droite à une seule travée dont une extrémité est encastree et l'autre est soumise à diverses conditions de liaison : appui libre, appui simple, encastrement.

Dispositif expérimental

Les déplacements de la ligne neutre seront étudiés par l'étude de la ligne élastique pour une charge fixée ou par l'étude du déplacement vertical d'un point lorsque la charge se déplace (ligne d'influence de la flèche).

Rapport préliminaire

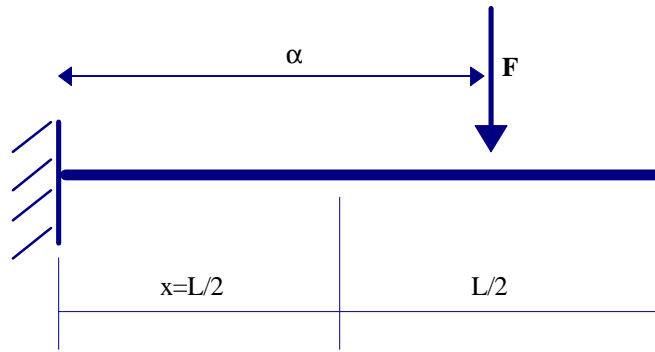
- Une poutre [AB] de longueur L , de module de flexion EI , est encastree en A et libre en B. Une force d'intensité F est appliquée au point P d'abscisse α . Déterminer :
 - ◇ le diagramme de moment fléchissant et celui d'effort tranchant
 - ◇ la ligne caractéristique du déplacement transversal $V(\alpha, x)$ donnant la valeur du déplacement au point M d'abscisse x lorsque la force est appliquée à l'abscisse α .
Montrer et commenter la symétrie de la formule obtenue.
- La poutre est maintenant simplement appuyée en B. Utiliser les résultats du point précédent pour déduire :
 - ◇ le diagramme de moment fléchissant et celui d'effort tranchant
 - ◇ la ligne caractéristique du déplacement transversal $V(\alpha, x)$ donnant la valeur du déplacement au point M d'abscisse x lorsque la force est appliquée à l'abscisse α
 - ◇ retrouver ces résultats avec une méthode énergétique ou par application du principe des puissances virtuelles.

Manipulation & rapport d'essai

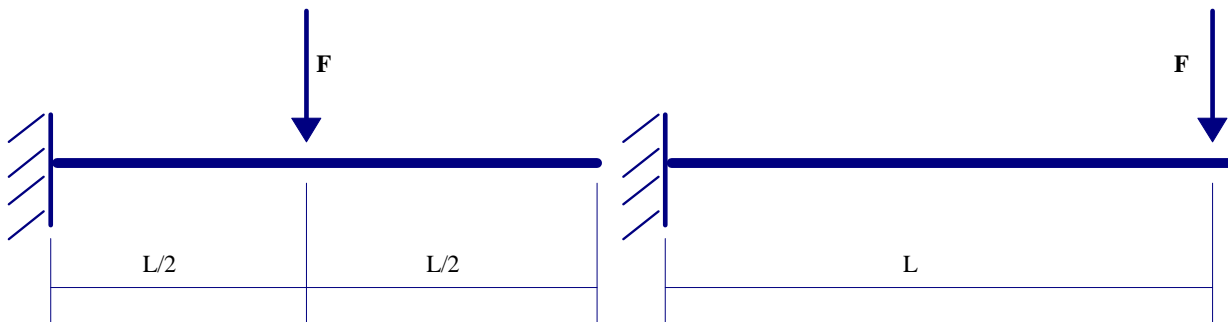
Les mesures des flèches seront faites en comparant la valeur lue sur un comparateur avant chargement à celle lue après chargement. L'influence des frottements internes et autres sources de dispersion des mesures seront neutralisées par l'utilisation d'un vibreur.

Lorsque l'appui élastique est utilisé, l'affaissement provoqué par le chargement est compensé par la rotation que l'on imprime au tambour gradué et la transformation des graduations en force se fait par l'intermédiaire de la courbe d'étalonnage du ressort.

1. Poutre encastrée à une extrémité

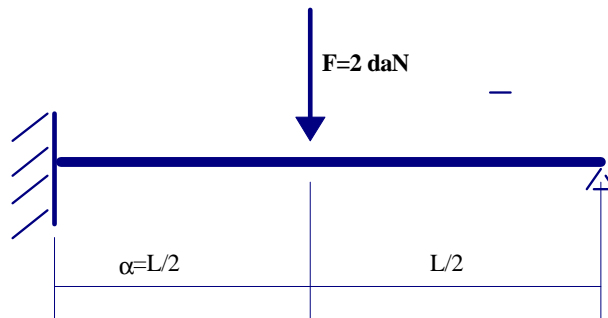


- Relever et tracer les lignes d'influence de la flèche au point $x=L/2$ et au point $x=L$ pour une charge mobile $F=0.5 \text{ daN}$. $L=70 \text{ cm}$ - Prendre les valeurs tous les 5 cm.
- Tracer la ligne déformée dans les deux cas de chargement ci-dessous :



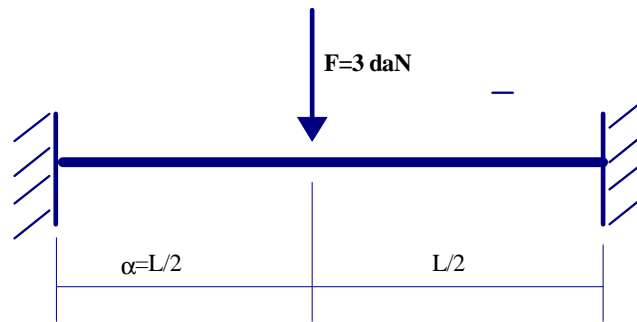
- Montrer comment ces mêmes résultats peuvent être obtenus à partir de la ligne d'influence précédente.

2. Poutre encastrée à une extrémité et en appui simple à l'autre



- Tracer la ligne déformée après déformation pour le cas de charge ci-dessus.
- Montrer comment ces résultats se déduisent des manipulations précédentes
- Peut-on en déduire la valeur de la réaction de l'appui simple ?
- Faire la vérification expérimentale de la valeur ci-dessus en utilisant le montage où l'appui simple est remplacé par un appui élastique comportant un ressort étalonné.
- Tracer la ligne d'influence de la flèche au centre de la travée.

3. Poutre encastrée à ses deux extrémités



- Tracer la ligne élastique après déformation pour le cas de charge ci-dessus.
- Tracer la ligne d'influence de la flèche en C.

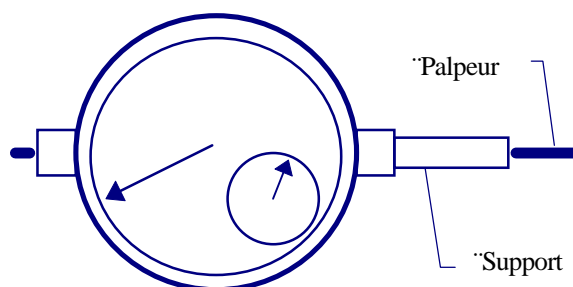
Conclusion.

PARTIE III : ANNEXES

1) Informations techniques sur les appareils de mesure

Les principales mesures à effectuer au cours des manipulations sont des mesures de déformations et de déplacements.

Mesure de déplacements – Comparateurs



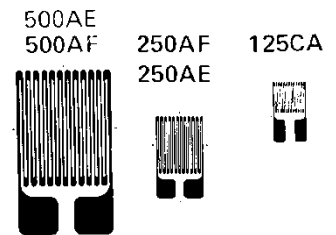
Il s'agit d'un dispositif mécanique permettant la mesure de déplacements et comportant :

- un palpeur à appliquer au point et dans la direction de la mesure,
- un grand cadran gradué soit en $1/100$ mm, soit en μm . Le disque de graduations est mobile en rotation, ce qui permet d'amener le zéro en face de l'aiguille avant la mesure.
- un petit cadran gradué en mm.

Les erreurs de mesure liées directement à l'utilisation d'un comparateur résultent du positionnement du palpeur, d'un défaut d'alignement du capteur par rapport à la direction souhaitée, de la précision intrinsèque de l'instrument. On notera que le ressort de rappel exerce une force qui peut être non négligeable sur le corps d'épreuve.

Mesure de déformation – Jauge de déformation

On peut mesurer la déformation linéaire $\varepsilon = \Delta L/L$ dans une direction donnée à la surface d'un corps d'épreuve en mesurant la déformation d'une « jauge » rendue solidaire de l'éprouvette par collage. Il n'y a pas moyen de mesurer « directement » les déformations angulaires ; toutefois, la mesure de déformations linéaires dans 3 directions différentes permet de trouver les déformations principales et directions principales de déformation dans le plan de mesure.

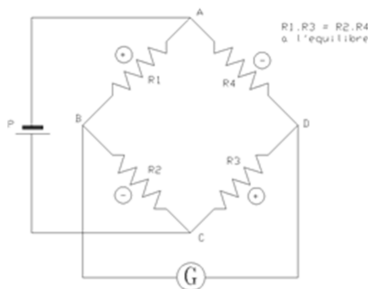


Une jauge de déformation est constituée d'un fil résistif de longueur L , de résistivité ρ et de section S . Sa résistance est donc : $R = \rho L/S$. La résistance varie donc avec la longueur. Le fil est disposé en lacets parallèles sur un support isolant de sorte à limiter son encombrement (à longueur égale). Un pont de Wheastone¹ permet de mesurer les variations ΔR de résistance proportionnelle à la variation de sa longueur ΔL : $\Delta R/R = J \cdot \Delta L/L = J \cdot \varepsilon$. Le facteur de proportionnalité J est appelé « facteur de jauge », c'est une caractéristique de la jauge. Une seconde caractéristique est sa résistance nominale voisine de 120Ω .

Pour mesurer les déformations, un **pont de jauge** (avec une boîte de dérivation) est utilisé.

Un pont de jauge est un pont de Wheastone amélioré, destiné aux mesures de déformations. Un bouton permet de « programmer » le facteur de jauge ; l'affichage s'effectue alors directement en microdéformation (grandeur ADIMENSIONNELLE de

¹ Rappel sur le pont de Wheastone :



Un pont de Wheastone est constitué d'un réseau de quatre résistances R_1 , R_2 , R_3 et R_4 formant un quadrilatère ABCD. Le circuit est alimenté aux points opposés A et C. Le pont est dit « équilibré » quand la tension mesurée aux bornes B et D est nulle : on a alors : $R_1/R_2 = R_4/R_3$, ce qui se produit notamment si toutes les résistances ont la même valeur initiale.

Si les résistances R_i varient, aux bornes B et D apparaît une tension de déséquilibre ΔU telle que :

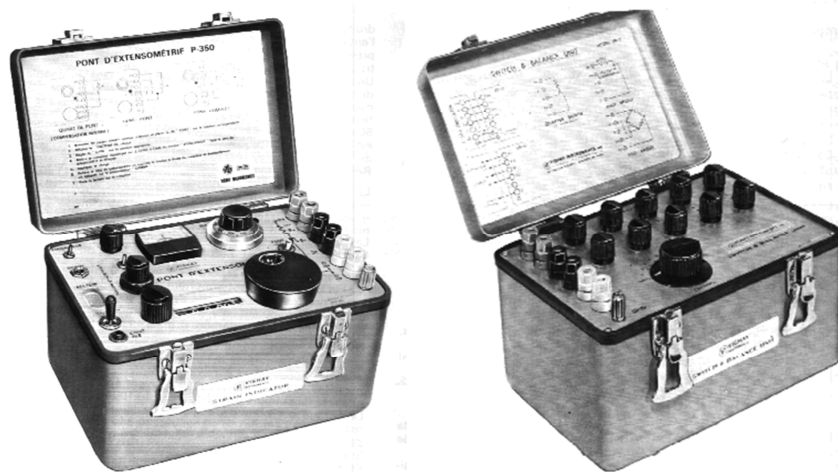
$$\Delta U/U = \Delta R_1/R_1 - \Delta R_2/R_2 + \Delta R_3/R_3 - \Delta R_4/R_4$$

On voit ainsi que :

1. la tension de déséquilibre ΔU est proportionnelle à la tension d'alimentation,
2. la tension de déséquilibre est proportionnelle aux variations de résistances ΔR_i des branches,
3. les variations algébriques de deux résistances adjacentes se compensent, alors que les variations de deux résistances opposées ont des effets cumulés.

déformation, symbole $\mu\epsilon$: $1\mu\epsilon = 10^{-6} = 1\mu\text{m}$ d'allongement par mètre). Un bouton de gain permet de régler la sensibilité de l'appareil. Le pont doit être équilibré avant que le corps d'éprouve ne soit chargé mécaniquement.

Lorsque l'on souhaite effectuer des mesures de déformation en différents points d'une éprouvette, on n'utilise pas un pont pour chaque jauge, cela serait trop coûteux : on connecte toutes les jauges à une boîte de dérivation raccordé à un pont unique. La boîte de dérivation comporte un sélecteur permettant de choisir la voie de mesure. L'équilibrage s'effectue voie par voie par des potentiomètres placés sur la boîte de dérivation.



Pont de jauge (gauche) et boîte de dérivation (droite)

2) Calcul d'incertitude

Le calcul d'incertitude est utile pour connaître les variations d'une grandeur G dépendant d'une grandeur X selon une loi théorique (un modèle) $G=f_{\alpha,\beta,\gamma}(X)$ paramétrée par α,β,γ . Il conduit à l'élaboration du fuseau de courbe théorique donnant l'évolution de G en fonction de X sous forme graphique. Si le modèle rend compte de l'expérience de façon satisfaisante alors le nuage des points expérimentaux encadrés de leur propre domaine d'erreur intercepte ce fuseau. Dans le cas contraire, c'est que des effets du second ordre ont été quantifiés, ou que les hypothèses d'application du modèle ne sont pas respectées ou pire ... cela dénote d'une mauvaise qualité des mesures.

1. Principe

On cherche l'erreur maximale - et non pas la plus probable - commise sur la grandeur G . Considérons les petites variations $d\alpha$, $d\beta$, $d\gamma$ et dX des paramètres α,β,γ et X autour de leur valeur moyenne. Alors on peut exprimer la variation de la grandeur G au premier ordre par :

$$dG = \frac{\partial G}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial G}{\partial \beta} d\beta + \dots + \frac{\partial G}{\partial \gamma} d\gamma + \frac{\partial G}{\partial X} dX$$

Si l'on considère que ces variations résultent d'une incertitude (positive) et que d'autre part l'erreur maximale commise sur G résulte du cumul arithmétique de ces erreurs, il vient :

$$\Delta G_{\max} = \left| \frac{\partial G}{\partial \alpha} \right| \Delta \alpha + \left| \frac{\partial G}{\partial \beta} \right| \Delta \beta + \dots + \left| \frac{\partial G}{\partial \gamma} \right| \Delta \gamma + \left| \frac{\partial G}{\partial X} \right| \Delta X$$

ΔG est appelée « erreur absolue » sur G . Elle est exprimée dans la même unité que G et avec 1 (voire 2) chiffre significatif maximum (exemple : $\Delta L=0.01\text{mm}$, $\Delta F=2\text{N}$, $\Delta M=0.25\text{g}$,...); G doit être exprimée avec un nombre de chiffres significatifs en adéquation avec ΔG (exemple : $L=12.74\text{mm}$, $F=792\text{N}$, $M=145.00\text{g}$).

L'erreur obtenue par cette méthode de calcul constitue un cas extrême (erreur maximale), et non pas l'erreur la plus probable qui — elle — serait obtenue par des moyennes quadratiques :

$$\Delta G_{\text{prob}} = \sqrt{\left(\frac{\partial G}{\partial \alpha} \Delta \alpha \right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial \beta} \Delta \beta \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial G}{\partial \gamma} \Delta \gamma \right)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial X} \Delta X \right)^2}$$

dans la mesure où les causes d'erreur possibles sont totalement décorréliées.

2. Cas particuliers

Soient deux grandeurs indépendantes A et B connues avec une erreur ΔA et ΔB respectivement, alors :

$$\left. \begin{array}{l} G = A + B \\ G = A - B \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta G = \Delta A + \Delta B$$

$$\left. \begin{array}{l} G = A \cdot B \\ G = A/B \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$$

3. Exemple

Pour l'évaluation d'une hauteur, un topographe utilise une chaîne d'arpenteur permettant la mesure d'une distance horizontale x (précision $\Delta x=1$ cm) et d'un appareil optique autorisant le relevé d'un angle azimutal α (précision $\Delta\alpha=0.1^\circ$). A une distance de $x=16$ m, il mesure l'angle $a=10^\circ$, quelle est l'évaluation de la hauteur ?

$$\text{on a : } H = X \cdot \text{tg}(\alpha) = 0.279281038\text{m}$$

$$\Rightarrow dH = dX \cdot \text{tg}(\alpha) + X \cdot [1 + \text{tg}^2(\alpha)] \cdot d\alpha$$

$$\Rightarrow \Delta H = \Delta X \cdot |\text{tg}(\alpha)| + |X| \cdot [1 + \text{tg}^2(\alpha)] \Delta\alpha = 0.028108326\text{m}$$

(Ne pas oublier de convertir les angles en radian). On écrira donc que la mesure est $H=0.28\pm 0.03\text{m}$ (ou à la limite $0.279\pm 0.028\text{m}$).

4. Incertitudes par défaut

A défaut de justification, on pourra adopter les erreurs suivantes :

grandeur	symbole=valeur (unité)	incertitude
module de Young de l'acier	$E=210\ 000$ Mpa	$\Delta E=10\ 000$ MPa
déformation	ε $\mu\text{m}/\text{m}$ ou 10^{-6} (sans dimension)	$\Delta\varepsilon=5$ $\mu\text{m}/\text{m}$
Hauteur	h	0,02 mm
Base	b	0,02 mm