

Notes de cours de gazodynamique

Par :Dr .A. BOUCHOUCHA

SOMMAIRE

CHAPITRE I : INTRODUCTION A LA GAZODYNAMIQUE

I-1 Introduction	1
I-1.1 Définitions	1
I-1.2 Quelques concepts de la thermodynamique	3
I-1.3 Relations des gaz parfaits	4
I-1.4 Relations isentropiques	4
I-2 Thermodynamique et physique du son	5
I-2.1 Propagation des ondes sonores	5
I-2.2 La vitesse sonore d'après l'équation d'état	7
I-2.3 Nombre de Mach	8
I-2.4 Ondes de Mach	9

CHAPITRE II : ECOULEMENT COMPRESSIBLE UNIDIMENSIONNEL

II-1 Equations de base d'un écoulement compressible unidimensionnel	11
II-2 Etat générateur	12
II-3 Propriétés isentropiques et de stagnation d'un écoulement	13
II-4 Seuil de compressibilité	14
II-5 Ecoulements isentropiques dans les canalisations	15
II-6 Conditions critiques	16

CHAPITRE III : ECOULEMENT ISENTROPIQUE AVEC CHANGEMENT DE SECTION

III-1 Ecoulement isentropique avec changement de section	17
III-2 Débit massique d'une canalisation de section variable	19
III-3 Tuyère convergente	21
III-4 Tuyère convergente-divergente	23
III-5 Equation du rapport des sections	25

CHAPITRE IV : ONDES DE CHOC NORMALES

IV-1 Ondes de choc normales	26
IV-2 Equations de base	27
IV-3 Equation de Prandtl	30
IV-4 Changement d'entropie à travers un choc	30

CHAPITRE V : ONDES DE CHOC OBLIQUES

V-1 Les ondes de choc obliques	31
V-2 Equations de base	31
V-3 Equation de Prandtl	33
V-4 Adaptations des tables du choc normal aux chocs obliques	33
V-5 Les ondes de choc faibles	35
V-6 Ecoulement autour d'un coin	36
V-7 Réflexion et réfraction des ondes obliques	36

CHAPITRE VI : ECOULEMENT COMPRESSIBLE AVEC FRICTION (THÉORIE DE FANNO)

VI-1 Ecoulement compressible dans les conduites avec friction (Théorie de FANNO)	38
VI-2 Relations en nombre de Mach	39

TABLE I :

TABLE II :

TABLE III : Ecoulement adiabatique d'un fluide visqueux dans une canalisation de section constante, gaz parfait (Courbes de Fanno).....58

TABLE IV : Ecoulement compressible non visqueux avec transfert de chaleur dans une canalisation de section constante, gaz parfait (Courbes de Rayleigh)62

APPENDICE I : Quelques facteurs de conversion.....66

 Ecoulement isentropique d'un gaz parfait.....51

 Ecoulement à onde de choc d'un gaz parfait54

APPENDICE II : Formules utiles.....67

CHAPITRE IV

IV-1 Ondes de choc normales :

Un phénomène irréversible commun aura lieu dans les écoulements supersoniques que ces soient internes ou externes, qui est l'onde de choc normale. C'est une très mince onde (d'épaisseur de quelques microns) de discontinuité dans les propriétés de l'écoulement.

Puisque l'état du gaz change adiabatiquement, une augmentation de la température statique s'accompagne d'une augmentation de la pression (figure IV-1a), la face arrière de l'onde de compression ayant une température plus grande, se propage plus rapidement que la face frontale de l'onde (figure IV-1b), ces deux faces de l'onde se combinent en une mince discontinuité de la pression. Les ondes de choc sont associées avec nécessairement d'une augmentation de la pression et pas d'une réduction.

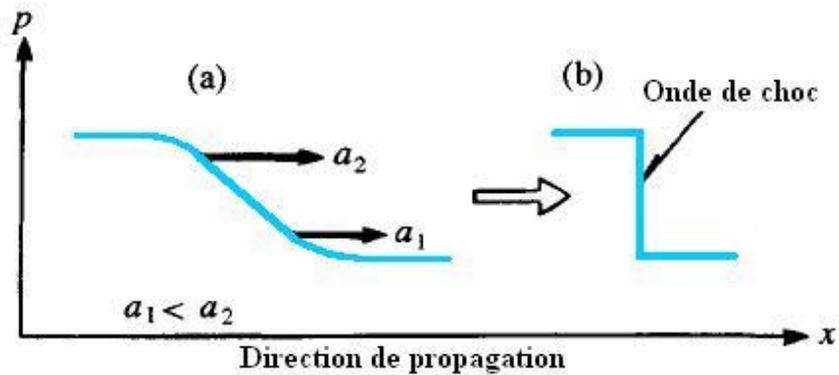


Fig. IV-1 : Propagation d'une onde de compression

Puisque une onde de choc est essentiellement différente d'une onde sonore à cause de l'intense changement de la pression, la vitesse de propagation du choc est plus élevée que celle du son, et la hausse de la pression l'est aussi.

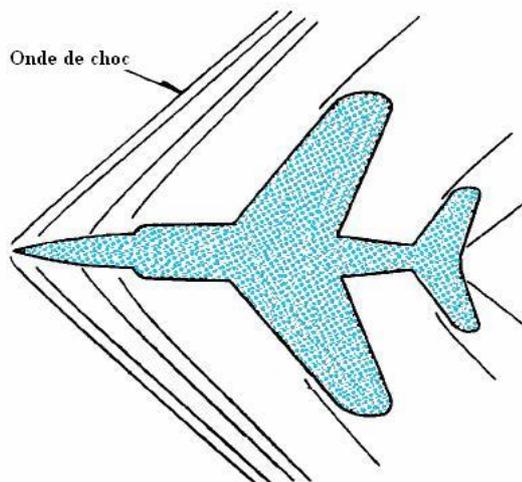


Fig. IV- 2 : Avion à réaction volant à vitesse supersonique.

Les ondes de choc se remarquent par exemple après une explosion, l'éjection des gaz brûlés à travers une tuyère d'échappement ou quand un avion ou une projectile vole à une vitesse supersonique (figures IV-2, IV-3)

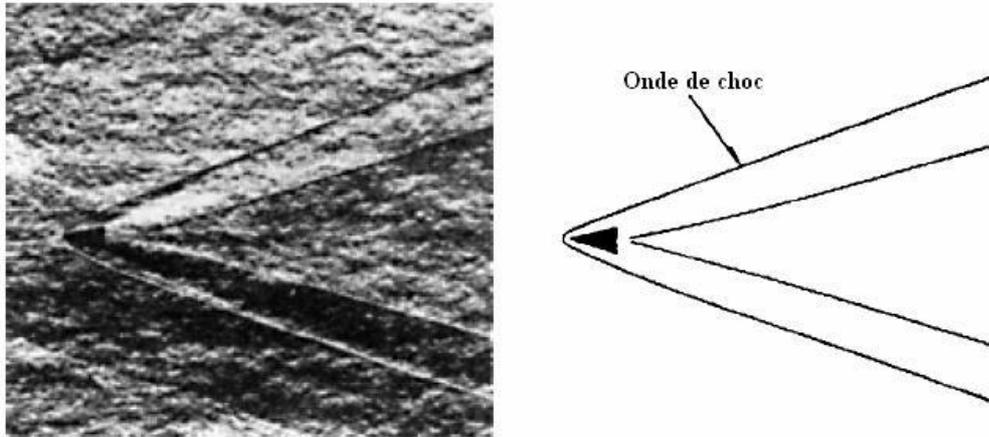


Fig. IV-3: Cône volant à une vitesse supersonique(Mach 3) dans l'air (Schlieren method).

IV-2 Equations de base :

L'analyse des ondes de choc se base sur le concept d'une onde fixe de pression (figure IV-4). Les états amont et aval de l'onde de choc sont désignés par les indices 1 et 2 respectivement.

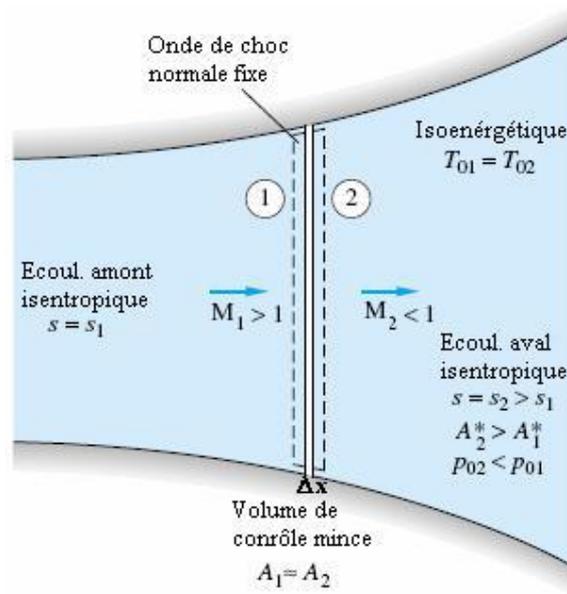


Fig. IV-4: Ecoulement à travers d'une onde de choc normale fixe.

L'épaisseur d'une onde de choc Δx est tellement petite (approximativement des microns), qu'elle soit supposée n'ayant aucun changement de section (dans une conduite à section variable), donc $A_1 \approx A_2$ et l'équation de continuité s'écrit :

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 = Const \tag{IV-1a}$$

L'équation de quantité de mouvement est :

$$p_1 - p_2 = \rho_2 V_2^2 - \rho_1 V_1^2 \quad \text{IV-1b}$$

L'équation de l'énergie :

$$h_1 + \frac{1}{2}V_1^2 = h_2 + \frac{1}{2}V_2^2 = h_0 = \text{Const} \quad \text{IV-1c}$$

Les relations d'un gaz parfait :

$$\frac{p_1}{\rho_1 T_1} = \frac{p_2}{\rho_2 T_2} \quad \text{IV-1d}$$

Et : $h = c_p T \quad ; \quad \gamma = \text{Const} \quad \text{IV-1e}$

En supposant que les conditions en amont ($p_1, V_1, \rho_1, h_1, T_1$) sont connues, les équations précédentes (équations IV-1) présentent 5 relations algébriques à 5 inconnues ($p_2, V_2, \rho_2, h_2, T_2$). Les termes carrés de la vitesse nous révèlent l'existence de deux solutions, la correcte parmi elles est déterminée d'après le second principe de la thermodynamique, qui exige $s_2 > s_1$.

En éliminant les vitesses V_1 et V_2 des équations (IV-1a à -1c), on obtient la relation de Rankine-Hugoniot :

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2}(p_2 - p_1) \left(\frac{1}{\rho_2} + \frac{1}{\rho_1} \right) \quad \text{IV-2}$$

Mais puisque pour un gaz parfait : $h = c_p T = \frac{\gamma P}{(\gamma - 1)\rho}$, l'équation (IV-2) se réécrit :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1 + \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \left(\frac{p_2}{p_1} \right)}{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} + \left(\frac{p_2}{p_1} \right)} = \frac{V_1}{V_2} \quad \text{IV-3}$$

Ou bien :
$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 - \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)}{\left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right) - \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \quad \text{IV-4}$$

Aussi pour un gaz parfait : $\frac{\rho_1 V_1^2}{p_1} = \frac{\gamma V_1^2}{(\gamma R T_1)} = \gamma M_1^2$, et l'équation (IV-4) sera :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1}{\gamma + 1} [2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)] \quad \text{IV-5}$$

De cette dernière équation on peut remarquer que pour un γ quelconque ; $p_2 > p_1$ seulement si $M_1 > 1.0$. Ainsi pour un écoulement avec onde de choc normale, le nombre de Mach amont doit être supersonique pour satisfaire le second principe de la thermodynamique.

Aussi pour le gaz parfait on a l'identité $\rho V^2 = \gamma p M^2$, et on peut réécrire l'équation (IV-1b)

comme :

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M_2^2} \quad \text{IV-6}$$

Et le nombre de Mach en aval sera après combinaisons des équations (IV-5 et IV-6) :

$$M_2^2 = \frac{(\gamma - 1)M_1^2 + 2}{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)} \quad \text{IV-7}$$

Mais comme M_1 doit être supersonique, cette équation prédit pour tout $\gamma > 1$ que M_2 doit être subsonique. Ainsi une onde de choc normale décélère un écoulement presque d'une façon discontinue des conditions supersoniques aux conditions subsoniques.

D'autres manipulations des équations (IV-1) donnent des relations additionnelles décrivant les changements des propriétés à travers d'une onde de choc normale au sein d'un gaz parfait :

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1)M_1^2}{(\gamma - 1)M_1^2 + 2} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left[2 + (\gamma - 1)M_1^2 \right] \frac{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2 M_1^2} \quad \text{IV-8}$$

$$T_{01} = T_{02}$$

$$\frac{p_{02}}{p_{01}} = \frac{\rho_{02}}{\rho_{01}} = \left[\frac{(\gamma + 1)M_1^2}{2 + (\gamma - 1)M_1^2} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \left[\frac{\gamma + 1}{2\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)} \right]^{\frac{1}{\gamma - 1}}$$

En conclusion, dans les ondes de choc les températures totales (de stagnation) restent les mêmes, mais les pressions et les densités totales diminuent avec le même ratio, c.-à-d. l'écoulement à travers le choc est adiabatique mais non-isentropique. Ainsi les principes fondamentaux gouvernant les écoulements aux ondes de choc peuvent être récapitulés comme suit :

1. L'écoulement en amont est supersonique, et celui en aval est subsonique.
2. Pour les gaz parfaits (aussi que pour les fluides réels), seulement les ondes de compression peuvent exister.
3. l'entropie augmente à travers le choc.

4. Les ondes de choc faibles sont presque isentropiques.

L'analyse des ondes de choc normales fixes s'applique également aux ondes de choc en mouvement.

IV-3 Equation de Prandtl :

En considérons l'équation de l'énergie (IV-1c), on a pour un gaz parfait :

$$\frac{\gamma R}{\gamma-1} T_1 + \frac{1}{2} V_1^2 = \frac{\gamma R}{\gamma-1} T_2 + \frac{1}{2} V_2^2 = \frac{\gamma R}{\gamma-1} T_0$$

Introduisons la vitesse du son critique $a^{*2} = \frac{2\gamma R T_0}{\gamma+1}$:

$$\begin{cases} \frac{\gamma}{\gamma-1} p_1 + \frac{1}{2} \rho_1 V_1^2 = \frac{\rho_1}{2} \frac{\gamma+1}{\gamma-1} a^{*2} \\ \frac{\gamma}{\gamma-1} p_2 + \frac{1}{2} \rho_2 V_2^2 = \frac{\rho_2}{2} \frac{\gamma+1}{\gamma-1} a^{*2} \end{cases}$$

Soustrayons ces deux équations, on obtient :

$$\frac{\gamma}{\gamma-1} (p_1 - p_2) + \frac{1}{2} (\rho_1 V_1^2 - \rho_2 V_2^2) = \frac{(\rho_1 - \rho_2) \gamma + 1}{2 \gamma - 1} a^{*2}$$

Mais, d'après l'équation de quantité de mouvement (équ. IV-1b):

$$(\rho_1 V_1^2 - \rho_2 V_2^2) = (\rho_2 - \rho_1) a^{*2}$$

Finalement, en utilisant l'équation de continuité (équ. IV-1a) :

$$V_1 V_2 = a^{*2}$$

IV-10

Cette équation dite de Prandtl permet de calculer la vitesse en aval de l'onde de choc normale, en connaissant les conditions en amont du choc.

IV-4 Changement d'entropie à travers un choc :

La variation de l'entropie à travers le choc peut être calculée selon la relation du gaz parfait :

$$\frac{s_2 - s_1}{R} = \frac{\Delta s}{R} = \ln \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right]$$

IV-11

En supposant que l'intensité de l'onde de choc P_2/P_1 est connue, on peut calculer le rapport des densités de l'équation (IV-3) et par suite calculer le changement d'entropie Δs .