

TD 2 : Les Grammaires

Exercice 1

Soit $G=(T,N,S,P)$ la grammaire ayant les règles de production suivantes :

$$S \rightarrow 00S \mid Sb \mid a \mid \varepsilon$$

1. Déterminer les paramètres de G .
2. Les mots : $\varepsilon, 0b, 00b, 00ab, b, ab, 0aab$ appartiennent-ils à $L(G)$.
3. Déterminer le langage $L(G)$.

Exercice 2

Donner le type de G et déterminer $L(G)$ dans les grammaires suivantes :

- $G_1 = S \rightarrow a \mid b \mid aSb$
- $G_2 = S \rightarrow \varepsilon \mid bBa, Ba \rightarrow baT, baT \rightarrow baaS$
- $G_3 = S \rightarrow aSa \mid bSb \mid U, U \rightarrow 0U \mid \varepsilon$
- $G_4 = S \rightarrow aU \mid c, U \rightarrow Sb \mid d$

Exercice 3

Trouvez les grammaires qui engendrent les langages L_i suivants :

1. $L_1 = \{a^{2n}b^{3n} \mid n \geq 2\}$
2. $L_2 = \{w \in A^* \mid 2|w|_a = |w|_b\}$
3. $L_3 = \{ab^n a \mid n \in \mathbb{N}\}$
4. $L_4 = \{m \in \{a,b\}^*\}$
5. $L_5 = \{m \in \{a,b\}^* \mid m = xaaa \text{ avec } x \in \{a,b\}^*\}$
6. $L_6 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$
7. $L_7 = \{mm^R \mid m \in \{a,b\}^*\}$ (langage miroir)

Exercice 4

On considère le langage L des mots sur $\{0, 1\}$ qui représentent des entiers pairs non signés en base 2 (les mots de ce langage se terminent tous par 0 et ne commencent pas par 0, sauf pour l'entier nul). Définir formellement L et construire une grammaire régulière décrivant L .

Exercice 5

Soit $G = (\{S\}, \{0, 1\}, S, \{S \rightarrow 0S1, S \rightarrow 01\})$. Montrer que $L(G) = \{0^n 1^n \mid n \in \mathbb{N}^+\}$.

Exercice 6

Soient $V_1 = \{a, b\}$ et $V_2 = \{c, d\}$.

1. Donner une grammaire de type 3 générant V_1^+
2. Donner une grammaire de type 3 générant V_2^*
3. En déduire une grammaire de type 3 permettant de générer $V_1^+ V_2^*$

Exercice 7

Soit la grammaire $G = (VT, VN, S, R)$ où :

$VT = \{a, b, c\}$, $VN = \{S, X\}$, $R = \{S \rightarrow XabX, X \rightarrow aX \mid bX \mid cX \mid \varepsilon\}$.

- 1 - Construire l'arbre de dérivation du mot $(ab)^2(cb)^2$.
- 2 - Le mot a^4cb est-il dérivable dans G ? Pourquoi?
- 3 - Déterminer le langage $L(G)$.