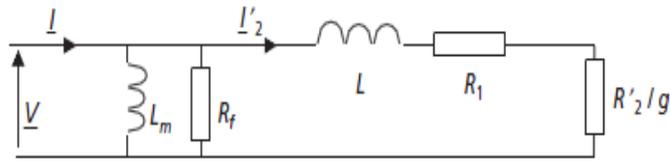


TD N° 02

Exercice N° 01 :

A partir du schéma équivalent du moteur asynchrone modèle à fuites totalisées au rotor ramené au stator ci-contre.



R_f : résistance équivalente aux pertes fer.

L_m : inductance magnétisante.

R_1 : résistance statorique.

L : inductance de fuite ramenée au stator.

$\frac{R'_2}{g}$: résistance équivalente aux conducteurs rotoriques ramenée au stator.

On sait que : $P_{jr} = g \cdot P_{tr}$ et $P_{jr} = 3R'_2 I_2'^2$.

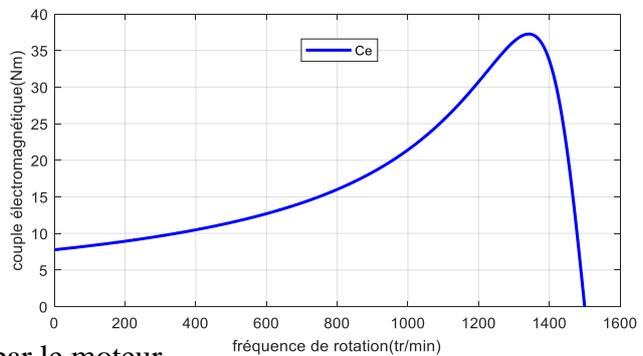
1. Donner l'expression du courant $I_2' = f(L, R_1, R'_2, V$ et g)
2. Donner l'expression du couple $C_e = f(g)$.
3. Donner l'expression du couple au démarrage C_{ed} .
4. Donner l'expression maximale du couple C_{emax} en déduire g_{max} .
5. Donner la formule de Kloss.
6. Tracer l'évolution du couple en fonction du glissement puis en fonction de la vitesse et montrer sur les figures les points de : Démarrage. Maximal et du synchronisme.

Exercice N° 02 :

La caractéristique mécanique d'un moteur asynchrone ($N_s = 1500 \text{tr/min}$) est donnée ci-dessous:

I. Ce moteur entraîne un compresseur dont le couple résistant est constant et égal à 5 Nm.

1. Le démarrage en charge du moteur est-il possible ?
2. Vérifier que la zone utile est donnée par : $C_e = -0,4623N + 693,45$
3. Déterminer le point de fonctionnement de l'ensemble (charge+ moteur).
4. Calculer la puissance transmise au compresseur par le moteur.



II. Ce même moteur est utilisé pour entraîner une pompe dont le couple résistant est donné en fonction de la vitesse de rotation par la relation suivante : $C_r = 7 \times 10^{-6} \cdot N^2$

Déterminer le point de fonctionnement de l'ensemble.

Exercice N° 03 :

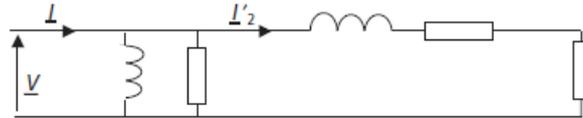
La plaque signalétique d'un moteur asynchrone porte les indications suivantes :

$P_u = P_m = 24 \text{ kW}$. $N_n = 1440 \text{tr/min}$. $V_n = 230 \text{V (simple)}$

$I_n = 43,5 \text{ A}$ facteur de puissance : $\cos \phi_n = 0,85$ rendement : $\eta = 87,15\%$

Puissance à vide : $P_0 = 1,15 \text{ kW}$. Courant à vide $I_0 = 4,15 \text{ A}$ courant de démarrage : $I_d = 6,5 I_n$

1. Calculer la valeur de la vitesse de synchronisme Ω_s (rad/s) et préciser le nombre de paires de pôles qu'elle a?
2. Donner l'expression du glissement g et calculer sa valeur nominal : g_n .
3. Sur la figure ci-dessous est représenté le schéma monophasé équivalent de la machine, mettre les paramètres du moteur et donner leurs nominations.



4. Calculer les valeurs de R_f et L_m .
5. Calculer la puissance réactive nominale.
6. Faire alors un bilan des puissances actives et réactives consommées par le moteur au point nominal. En précisant la valeur de la puissance apparente S'_2 de la maille parcourue par le courant I'_2 , calculer la valeur de I'_{2n} . Déterminer alors la valeur de R_1 , de R'_2 et de l'inductance L .
7. Calculer l'expression littérale du courant I'_2 en fonction de V et des grandeurs du schéma équivalent.
8. Le couple C_m fourni par le moteur correspond à la puissance consommée par la résistance divisée par la vitesse de synchronisme Ω_s . Calculer alors l'expression littérale de ce couple.
9. Que devient cette expression quand le glissement g est proche de zéro ? Cette expression simplifiée est-elle valable jusqu'au point nominal ?

Solution TD N° 02

Exercice N° 02

I. 1. le couple de démarrage $C_d=8 \text{ Nm}$ est supérieur au couple résistant $C_r=5 \text{ Nm}$. Donc le démarrage en charge est possible.

2. d'après le graphe $C_e=0$ lorsque $N=1500 \text{ tr/min}$

$C_e=8 \text{ Nm}$ lorsque $N=1482.7 \text{ tr/min}$. ces deux points vérifient bien l'équation de la droite :

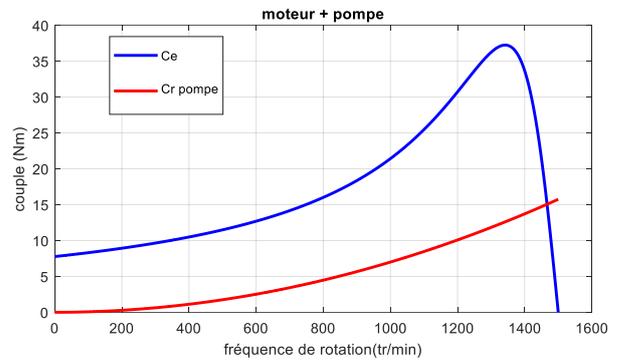
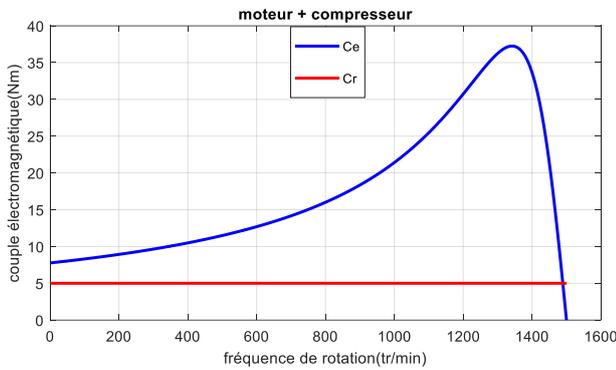
$$C_e = -0.4623.N + 693.45$$

3. le point de fonctionnement de l'ensemble (charge+moteur) : ($C_e=C_r=5 \text{ Nm}$, $N=1489.2 \text{ tr/min}$).

4. la puissance transmise au compresseur : $P_e=C_e.\Omega = 5 \times 2\pi N/60 = 5 \times 2\pi \times 1489.2/60 = 780 \text{ W}$

II. le point de fonctionnement de l'ensemble est donné par l'intersection des deux courbes, qui est la solution de : $C_e=C_r \Rightarrow -0.4623.N + 693.45 = 7 \times 10^{-6}.N^2 \Rightarrow 7 \times 10^{-6}.N^2 + 0.4623.N - 693.45 = 0$

Donc $N=1467.4 \text{ tr/min}$; $C_e=15 \text{ Nm}$.



exercice N° 03

1. La vitesse du synchronisme est donnée par : $N_s=60f/p$; la vitesse du rotor $N_r=1445 \text{ tr/min}$ est toujours légèrement inférieur à la vitesse du synchronisme. Donc N_s ce n'est autre que 1500 tr/min et $p=2$ (nbre de pair de pôles). $\Omega_s=2\pi N_s/60 = 157 \text{ rad/s}$.

2. le glissement : $g_n = \frac{N_s - N_r}{N_s} = \frac{1500 - 1440}{1500} = 0.04 = 4\%$

3. définitions des paramètres du schéma monophasé équivalent :

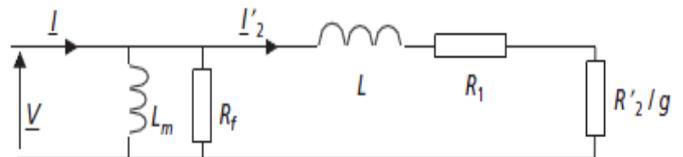
R_f : résistance équivalente aux pertes fer.

L_m : inductance magnétisante.

R_1 : résistance statorique.

L : inductance de fuite ramenée au stator.

$\frac{R'_2}{g}$: résistance équivalente aux conducteurs rotoriques ramenée au stator.



4. calcul de R_f et L_m .

La puissance active à vide : $P_0 = 3 \frac{V^2}{R_f} \Rightarrow R_f = 3 \frac{V^2}{P_0} = 3 \frac{230^2}{1150} = 138 \Omega$

La puissance réactive à vide : $Q_0 = \sqrt{S_0^2 - P_0^2} = \sqrt{(3VI_0)^2 - P_0^2} = 2,62 \text{ kVAR}$

On sait que $Q_0 = 3 \frac{V^2}{\omega L_m} \Rightarrow L_m = 3 \frac{230^2}{2\pi \cdot 50 \cdot 2622,4} = 192.63 \text{ mH}$

5. la puissance réactive nominale : $\cos(\varphi_n) = 0,85 \Rightarrow \sin(\varphi_n) = 0,5267$

$$Q_n = 3 \cdot V \cdot I_n \cdot \sin(\varphi_n) = 3 \times 230 \times 45 \times 0,5267 = 16354 \text{ VAR} = 16,35 \text{ kVAR}$$

6. Bilan des puissances actives consommées par le moteur.

$$\text{La puissance absorbée par le moteur : } \eta = \frac{P_u}{P_a} \Rightarrow P_a = \frac{P_u}{\eta} = \frac{23000}{0,8715} = 26,39 \text{ kW}$$

$$\text{Ou bien } P_a = 3 \cdot v \cdot I_n \cdot \cos(\varphi_n) = 26,39 \text{ kW}$$

$$\text{Puissance dissipée dans } R_f : P_{rf} = P_0 = 1,15 \text{ kW}$$

$$\text{Puissance dissipée dans } R_1 : P_{R1} = 3R_1 I_{2n}'^2 \quad (R_1 = ? \quad I_{2n}' = ?)$$

$$\text{La puissance transmise au rotor : } P_e = P_{tR} = P_u = 3 \frac{R_2'}{g_n} I_{2n}'^2 = 23 \text{ kW}$$

Bilan des puissances réactives consommées par le moteur.

$$\text{La puissance réactive consommée par le moteur : } Q_{tot} = 3 \cdot V \cdot I_n \cdot \sin(\varphi_n) = 16,35 \text{ kVAR}$$

$$\text{Puissance réactive consommée par } L_m : Q_{Lm} = Q_0 = 2,62 \text{ kVAR}$$

$$\text{Puissance réactive consommée par } L : Q_L = 3L\omega I_{2n}'^2 \text{ avec } L = ?$$

$$\text{La Puissance apparente } S_2' = 3VI_2' = \sqrt{(P_{R1} + P_{tR})^2 + (Q_{tot} - Q_{Lm})^2}$$

$$P_a = P_{R1} + P_{tr} + P_{rf} \Rightarrow P_a - P_{rf} = P_{tr} + P_{R1} = 26,39 - 1,15 = 25,24 \text{ kW}$$

$$Q_{tot} - Q_{Lm} = 16,35 - 2,62 = 13,73$$

$$S_2' = \sqrt{448.5447} = 21.18 \text{ kVA}$$

$$\text{Le courant nominal : } S_2' = 3VI_2' \Rightarrow I_2' = \frac{S_2'}{3V} = \frac{21180}{3 \cdot 230} = 41,65 \text{ A}$$

Détermination des de R_1 et R_2' :

$$\text{On a : } P_a = P_{rf} + P_{R1} + P_{tr} \Rightarrow P_{R1} = P_a - P_{rf} - P_{tr} = 26,39 - 1,15 - 24 = 1,24 \text{ kW}$$

$$\text{Puissance dissipée dans } R_1 : P_{R1} = 3R_1 I_{2n}'^2 \Rightarrow R_1 = \frac{P_{R1}}{3I_{2n}'^2} = 238,8 \text{ m}\Omega$$

$$\text{La puissance transmise au rotor : } P_e = P_{tR} = P_u = 3 \frac{R_2'}{g_n} I_{2n}'^2 = 23 \text{ kW} \Rightarrow R_2' = g_n \frac{P_e}{3I_{2n}'^2} = 184,5 \text{ m}\Omega$$

7. l'expression du courant I_2' :

Loi des mailles, on peut écrire :

$$V = R_1 I_2' + jL\omega I_2' + \frac{R_2'}{g} I_2' = \left(R_1 + \frac{R_2'}{g} + jL\omega \right) I_2' \quad \text{Le module de ; } I_2' = \frac{V}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2'}{g} \right)^2 + (L\omega)^2}}$$

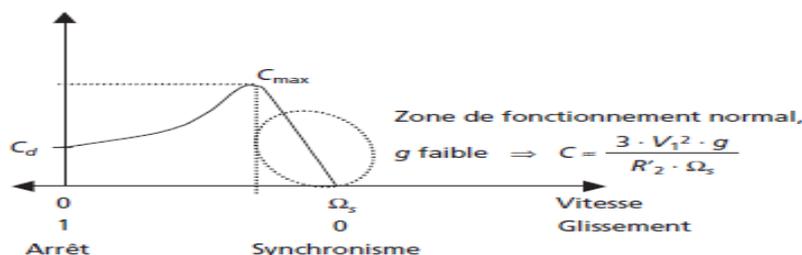
$$8. \text{ calcul du couple } C_e = C_m : C_e = \frac{P_e}{\Omega_s} = \frac{3R_2'}{g \cdot \Omega_s} I_{2n}'^2 = \frac{3R_2'}{g \cdot \Omega_s} \frac{V^2}{\left(R_1 + \frac{R_2'}{g} \right)^2 + (L\omega)^2}$$

9. en multipliant le numérateur et le dénominateur de C_e par g^2 , on aura :

$$C_e = \frac{3R_2'}{g \cdot \Omega_s} \frac{V^2 g^2}{g^2 \left(R_1 + \frac{R_2'}{g} \right)^2 + g^2 (L\omega)^2} = \frac{3R_2' V^2 g}{\Omega_s ((gR_1 + R_2')^2 + (gL\omega)^2)}$$

Pour les valeurs du glissement proche de zéro (grandes vitesses), l'expression du couple devient :

$$C_e = \frac{3V^2}{\Omega_s R_2'} g ; \text{ équation d'une droite, figure ci-dessous.}$$



Exercice N° 01 :

On sait que : $P_{jr} = g \cdot P_{tr}$ et $P_{jr} = 3R'_2 I_2'^2$.

1. Expression du courant $I_2' = f(L, R_1, R'_2, V$ et g)

D'après le schéma, on a : $V = R_1 I_2' + jL\omega I_2' + \frac{R'_2}{g} I_2' = (R_1 + \frac{R'_2}{g} + jL\omega) I_2' \Rightarrow I_2' = \frac{V}{\sqrt{(R_1 + \frac{R'_2}{g})^2 + (L\omega)^2}}$

2. Expression du couple $C_e = f(g)$.

$$C_e = \frac{P_e}{\Omega_s} = \frac{3R'_2}{g \cdot \Omega_s} I_2'^2 = \frac{3R'_2}{g \cdot \Omega_s} \frac{V^2}{(R_1 + \frac{R'_2}{g})^2 + (L\omega)^2}$$

3. Expression du couple au démarrage C_{ed} : au démarrage $g = N_s - 0 / N_s = 1$

On remplaçant dans l'équation du couple :

$$C_{ed} = \frac{3R'_2}{g \cdot \Omega_s} \frac{V^2}{(R_1 + \frac{R'_2}{g})^2 + (L\omega)^2} = \frac{3R'_2}{\Omega_s} \frac{V^2}{(R_1 + R'_2)^2 + (L\omega)^2} = ct$$

4. Expression maximale du couple $C_{e_{max}}$ en déduire g_{max} .

Le couple maximal est obtenu par : $dC_e/dg = 0 \Rightarrow g_m = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + (L\omega)^2}}$

En remplaçant dans l'équation du couple :

$$C_{e_{max}} = \frac{3V^2 R'_2}{\Omega_s} \frac{g_m}{(g_m R_1 + R'_2)^2 + (g_m L\omega)^2}$$

Dans le cas où R_1 est négligée et c'est souvent le cas, on aura : $g_m = \frac{R'_2}{L\omega}$

$$C_{e_{max}} = \frac{3V^2 R'_2}{\Omega_s} \frac{\frac{R'_2}{L\omega}}{(R'_2)^2 + (\frac{R'_2}{L\omega} L\omega)^2} = \frac{3V^2}{\Omega_s} \frac{1}{L\omega}$$

Et on a : $\Omega_s = \frac{\omega}{p}$; p : nombre de paire de pôle

$$C_{e_{max}} = \frac{3V^2}{\omega} \frac{p}{L\omega} = \frac{3 \cdot p}{2 \cdot L} \left(\frac{V}{\omega}\right)^2$$

5. la formule de Kloss, R_1 négligée :

$$\begin{aligned} C_e &= \frac{3R'_2}{g \cdot \Omega_s} \frac{V^2}{(\frac{R'_2}{g})^2 + (L\omega)^2} = \frac{3V^2}{p\omega} \cdot \frac{R'_2}{g (\frac{R'_2}{g})^2 + g(L\omega)^2} = \frac{3V^2}{p\omega} \cdot \frac{1}{\frac{R_2'^2}{gR_2'} + \frac{g}{R_2'} (L\omega)^2} = \frac{3V^2}{p\omega} \cdot \frac{1}{L\omega (\frac{R_2'}{gL\omega} + \frac{gL\omega}{R_2'})} \\ &= \frac{3V^2}{pL\omega^2} \cdot \frac{1}{(\frac{gm}{g} + \frac{g}{gm})} = \frac{2C_{e_{max}}}{(\frac{gm}{g} + \frac{g}{gm})} \end{aligned}$$

6. Tracer l'évolution du couple en fonction du glissement puis en fonction de la vitesse.

