TD N° 01

Exercice N° 01 :

Un moteur à courant continu est alimenté par une source de tension de 12,0 V. Sa résistance d'induit vaut Ra=0,45 Ω, sa constante de couple vaut kc=0,0890 Nm/A et sa constante de vitesse vaut kv=0,0890 Vs/rad. Il entraîne un foret pour percer un trou à vitesse constante. Il consomme un courant constant de 2,64 A.

a) Quelle est sa vitesse de rotation, en [tr/min] ?

b) En admettant que les frottements à l'intérieur du moteur sont négligeables, quel est la valeur du couple que le moteur transmet à la mèche ?

Exercice N° 02 :

Un moteur à courant continu est connecté à une alimentation de 15 V. Il a les caractéristiques suivantes :

U_{alim}=15 V I_{anom}=800 mA R_a=8 Ω L_a=0.8 mH C_{enom}=0.016 Nm

J_{mot}=1.5x10-6 Kgm^2 Inertie de la charge Icarge=4.5x10^{-6} Kgm^2

- U_{alim} = 12 V
- I_{nom} = 629 mA
- R_a = 7,41 Ω
- L_a = 0,77 mH
- τ_{therm} = 12,4 s
- T_{nom} = 0,0157 Nm
- J_{mot} = 1,3 · 10^{-6} kgm^2
- Inertie de la charge : J_{charge} = 3,9 · 10^{-6} kgm^2

1. Considérant que le moteur est bloqué mécaniquement, exprimer et représenter le courant en fonction du temps.
2. le moteur tourne librement avec sa charge :

a) Déterminer les constantes *kc* et *kv*.

b) Calculer les constantes de temps électromécanique (τ_{em}) et électrique (τ_e), et déterminer si l'inductance de ce moteur peut être négligée dans ce problème. On donne $\tau_{em} = \frac{RJ_{total}}{k_v^2+Rf}$

f : coefficient des frottements visqueux.

c) Exprimer et représenter sa vitesse en fonction du temps, en négligeant tous les frottements.

d) Exprimer et représenter cette même vitesse, mais en considérant qu'il y a en plus un frottement visqueux $f\omega$ = 6,8 · 10^{-6} Nm·s/rad.

Exercice N° 03 :

Un petit moteur DC entraîne une charge constituée uniquement d'une roue. On considère que les frottements sont négligeables. Il est non alimenté, à l'arrêt, depuis longtemps.

Les caractéristiques du moteur sont les suivantes :

- Constante de couple du moteur : 0,0461 Nm/A
- Constante de vitesse du moteur : 0,0461 Vs/rad
- Résistance interne du moteur : 7,17 Ω
- Inductance du moteur : 0,953 mH
- Inertie du moteur : 4,4 · 10^{-6} kgm^2

La charge est caractérisée comme suit :

- Inertie de la roue : 13,2 · 10^{-6} kgm^2

À l'instant t=0 , on connecte le moteur subitement à une alimentation de tension continue U=20v, et il se met à tourner.

1. Calculer les constantes de temps électrique et mécanique.
2. Expliquer en quelques mots pour quelle raison il est possible de négliger l'effet de l'inductance, lorsqu'on s'intéresse à l'évolution de la vitesse de ce moteur.
3. Quelle est la vitesse du moteur à l'instant t_1=50ms ?

Exercice N° 04 : (travail à rendre)

Pour une MCC on a le modèle suivant :

$U_a = R_a I_a + E + L\frac{di_a}{dt}$ Avec : $E=K\Omega$ et $K= k.\Phi$

L'équation du mouvement est : $Ce - Cr = J\frac{d\Omega}{dt} + f\Omega$ et : $Ce=k.I_a$

Montrer ce modèle peut se mettre sous la forme de :

$$H_{M(p)} = \frac{K_0}{\tau\tau_e p^2 + (\tau + \alpha\tau_e)p + 1}$$

Ou $\tau=\tau_{em}$, τ_e, K_0 et α sont des constantes à déterminer.

$\tau=\tau_{em}$: constante de temps électromécanique. τ_e : constante de temps électrique.

K_0 : gain statique. α : Constante en fonction de (R_a, f , k)

SOLUTION TD N° 01

Exercice N° 01 :

- **Réponse – a**

Partant de l'équation électrique du moteur, et constatant que le moteur tourne en régime permanent (couple et courant constants), nous obtenons :

$$\omega = \frac{U_a - R_a \cdot I_a}{k_E} = 121{,}5 \text{ rad/s}$$

- **Réponse – b**

$$T_{e.m.} = k_T \cdot I_a = 0{,}235 \text{ Nm}$$

Exercice N° 02 :

1.

On part de l'équation électrique du moteur DC :

$$U = R_a \cdot i_a(t) + L_a \cdot \frac{di_a(t)}{dt} + k_E \cdot \omega(t)$$

Comme la vitesse est nulle (rotor bloqué), la tension induite est également nulle. L'établissement du courant dans ce moteur est du même type que dans une bobine (inductance et résistance en série), soit :

$$U = R_a \cdot i_a(t) + L_a \cdot \frac{di_a(t)}{dt}$$

Tenant compte du fait que la valeur initiale du courant est nulle, la solution de cette équation différentielle est :

$$i_i(t) = I_\infty \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{el}}}\right)$$

Avec :

I_p=Ua/Ra=15/0.8=1.875A (régime permanent)

Cte de temps électrique : $\tau_e = \frac{L_a}{R_a} = \frac{0.8*10^{-3}}{8} = 10^{-4}s = 0.1ms$

2. a

On connait le couple et le courant nominal, on peut calculer :

kc=Cen/In=0.016/0.8 = 0.02 Nm/A

ke=kc= 0.02 Vs/rad

b.cte de temps électromécanique : $\tau_{em} = \frac{RJ_{total}}{k_v^2+Rf} = \frac{8*(1.5+4.5).10^{-6}}{0.02^2+8*0} = \frac{48.10^{-6}}{0.0004} = 0.12s = 120ms$

Cte de temps électrique $\tau_e = \frac{L_a}{R_a} = \frac{0.8*10^{-3}}{8} = 10^{-4}s = 0.1ms$

Le rapport entre ces deux constantes est : $\frac{\tau_{em}}{\tau_e} = \frac{120}{0.1} = 1200$

Le rapport entre ces deux constantes de temps est de 1200. Dans ces conditions, pour s'intéresser à l'évolution de la vitesse on a qu'a négligé les effets de l'inductance de l'induit.

c. les couples de frottement et résistant sont nuls, donc le couple électromagnétique produit par le moteur sert à accélérer le moteur et la charge. On a donc :

$$C_{em}(t) = (Jm + Jc)\frac{d\omega(t)}{dt}$$

$$i_a(t) = \frac{C_{em}(t)}{k_c} = \frac{J_{total}}{k_c}\frac{d\omega(t)}{dt}$$

L'équation électrique du moteur, dans laquelle nous considérons que $L_a \approx 0$, devient ainsi, successivement :

$$U_a = R_a \cdot \frac{J_{tot}}{k_T} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + k_E \cdot \omega(t)$$

$$\frac{R_a \cdot J_{tot}}{k_T} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + k_E \cdot \omega(t) - U_a = 0$$

$$\frac{R_a \cdot J_{tot}}{k_T \cdot k_E} \cdot k_E \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + k_E \cdot \omega(t) - U_a = 0$$

$$\frac{R_a \cdot J_{tot}}{k_T \cdot k_E} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) - \frac{U_a}{k_E} = 0$$

Introduisons les valeurs suivantes :

$$\tau_{méc} = \frac{R_a \cdot J_{tot}}{k_T \cdot k_E} = 61{,}7 \text{ ms}$$

$$\omega_\infty = \frac{U_a}{k_E} = 481 \text{ rad/s}$$

L'équation différentielle précédente devient ainsi:

$$\tau_{méc} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) - \omega_\infty = 0$$

La solution de cette équation est :

$$\omega(t) = \omega_\infty \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{méc}}}\right)$$

- **Réponse – d**

Un frottement visqueux est linéaire, proportionnel à la vitesse. Il s'ajoute au couple d'accélération :

$$T_{em}(t) = T_{acc}(t) + T_{frott}(t) = J_{tot} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + B_\omega \cdot \omega(t) = k_T \cdot i(t)$$

Tenant compte du fait que $k_E = k_T$, l'équation électrique du moteur devient alors :

$$U = R_i \cdot \frac{1}{k_T} \cdot \left[J_{tot} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + B_\omega \cdot \omega(t)\right] + k_T \cdot \omega(t)$$

$$\frac{J_{tot} \cdot R_a}{k_T} \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + \left[\frac{B_\omega \cdot R_a}{k_T} + k_T\right] \cdot \omega(t) - U = 0$$

La solution est :

$$\omega(t) = \omega_\infty{}' \cdot \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau_{méc}{}'}}\right)$$

avec :

$$\omega_\infty{}' = \frac{U \cdot k_T}{{k_T}^2 + B_\omega \cdot R_a} = \frac{12 \cdot 0{,}0250}{0{,}0250^2 + 6{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot 7{,}41} = 445 \text{ rad/s}$$

$$\tau_{méc}{}' = \frac{J_{tot} \cdot R_a}{{k_T}^2 + B_\omega \cdot R_a} = \frac{(1{,}3 \cdot +3{,}9) \cdot 10^{-6} \cdot 7{,}41}{0{,}0250^2 + 6{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot 7{,}41} = 57{,}2 \text{ ms}$$

La vitesse se stabilise à une vitesse un peu plus faible que si les frottements étaient nuls.

Remarquons que la constante de temps mécanique est réduite proportionnellement. Cela résulte du fait que la dérivée de la vitesse à l'instant $t = 0$ ne dépend pas du frottement visqueux, puisque la vitesse est quasi nulle. La constante de temps correspond à l'instant où les asymptotes de l'exponentielle se croisent. Comme l'asymptote horizontale est plus basse de 7,5%, la constante de temps est aussi plus faible de 7,5%.

Exercice 03 /

- **Réponse – a**

Les deux constantes de temps valent :

$$\tau_{él} = \frac{L_a}{R_a} = 133\ \mu\text{s}$$

$$\tau_{méc} = \frac{J_{tot} \cdot R_a}{k_T \cdot k_E} = \frac{(J_M + J_L) \cdot R_a}{k_T \cdot k_E} = 59{,}4\ \text{ms}$$

- **Réponse – b**

Les deux constantes de temps sont telles que $\tau_{él} \ll \tau_{méc}$. Les conditions sont remplies pour que le régime transitoire de courant à l'enclenchement puisse être négligé lorsqu'on étudie le régime transitoire de vitesse, et réciproquement.

- **Réponse – c**

L'évolution de la vitesse du moteur est donnée par :

$$\omega(t) = \Omega_0 + (\Omega_\infty - \Omega_0) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{méc}}}\right)$$

Avec :

$$\Omega_0 = 0\ \text{rad/s}$$

$$\Omega_\infty = \frac{U}{k_E} = 433{,}8\ \text{rad/s}$$

A l'instant $t = t_1 = 50$ ms, nous obtenons :

$$\omega(t_1) = \Omega_0 + (\Omega_\infty - \Omega_0) \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_1}{\tau_{méc}}}\right) = 246{,}9\ \text{rad/s}$$