CHAPITRE IV : HYDRODYNAMIQUE DES LIQUIDES.

IV.1 Hydrodynamique des liquides parfaits:

L'hydrodynamique des liquides consiste à étudier le mouvement des particules liquides soumises à un système de forces. Dans l'hydrodynamique les forces de compressibilité sont négligées. Si les forces dues à la viscosité ne manifestent pas (force de frottement = 0), il n'y a pas donc de mouvement relatif entre les particules de liquides, on parle alors de l'*hydrodynamique des liquides parfaits.*

IV.1.1 *Equation de la dynamique des liquides parfaits (Equation d'EULER) :*

En hydrodynamique, il suffit d'ajouter au second membre a l'équation fondamentale de l'hydrostatique des liquides, qui est la force d'inertie par l'unité de masse, c à d au signe négatif, l'accélération absolue soit -$\vec{a}$, ce qui conduit à *l'équation fondamentale de l'hydrodynamique des liquides parfaits*.

$$\frac{1}{\rho}\overrightarrow{gradP} = \vec{F} - \vec{a} \quad \text{.............IV.1}$$

Cette équation vectorielle projetée sur les trois axes fournis les trois équations suivantes:

$$\left\{\begin{aligned} \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x} &= X - \frac{d^2x}{dt^2} \\ \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y} &= Y - \frac{d^2y}{dt^2} \\ \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} &= Z - \frac{d^2z}{dt^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

Ce sont les équations générales du mouvement appelées équations d'EULER

- <u>Equation de Bernoulli:</u>

Soit l'écoulement permanant d'un liquide parfait et incompressible soumis au champ gravitationnel (champ de pesanteur); le long d'une ligne de courant confondue avec la trajectoire. (Écoulement unidimensionnel), l'équation de Bernoulli s'écrit comme suit :

$$z + \frac{P}{\varpi} + \frac{V^2}{2g} = H = Cte \quad \text{..................IV.2.}$$

Cette équation est homologue à celle obtenue en hydrostatique, sauf le terme $\frac{V^2}{2g}$ est plus, qui représente la hauteur de la vitesse (m).

$\rightarrow$L'équation de Bernoulli est valable en tout point du fluide incompressible en mouvement permanant et ir-rotationnel et la somme des thermes reste constante le long d'une ligne de courant.

$\rightarrow$*<u>Représentation graphique:</u>*

$$Z+\frac{P}{\varpi}+\frac{V^2}{2g}=H=C$$

Z: côte du point (m).

$\frac{P}{\varpi}$: Hauteur due à la pression (m).

$\frac{V^2}{2g}$: Hauteur due à la vitesse (m).

H: charge totale (m).

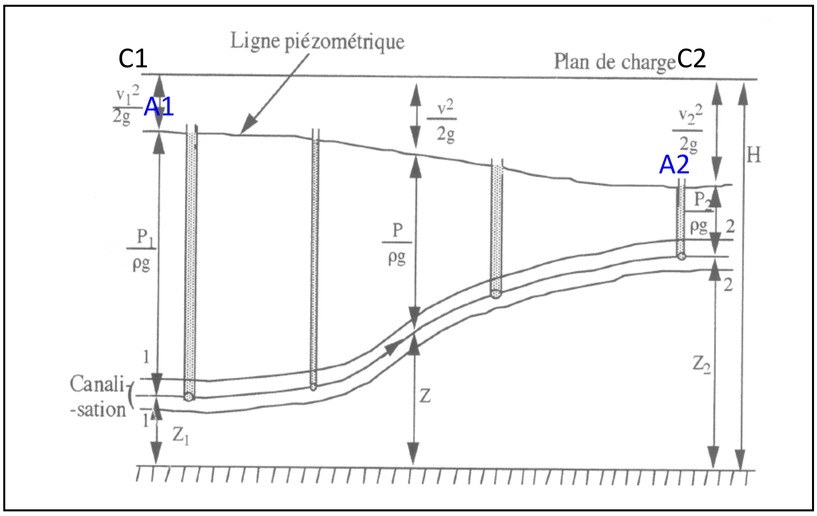

Fig. (IV.1) : Représentation graphique de l'équation de Bernoulli pour un liquide parfait.

- La ligne reliant les points C_1 et C_2 est la ligne de charge qui à pour un liquide de fluidité parfaite est horizontale.
- La ligne reliant les points A_1 et A_2 est la ligne piézométrique.

IV.1.2. ***Application du théorème de Bernoulli:***

- ***Tube de pito:***

On considère un liquide en écoulement permanant dans une canalisation, et deux tubes plongeant dans le liquide, l'un débouchant en A face au courant, et l'autre en B, le liquide à la même vitesse V qui dans la canalisation et la pression est la même que celle du liquide $P_B = P$

En A, point d'arrêt, $V = 0$ et $P = P_A$

(D'après le théorème de Bernoulli)

$$Z_A+\frac{P_A}{\varpi}+\frac{V_A^2}{2g}=Z_B+\frac{P_B}{\varpi}+\frac{V_B^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \frac{P_A}{\varpi}=\frac{P_B}{\varpi}+\frac{V^2}{2g}\Rightarrow P_A=P+\frac{1}{2}\rho V^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho V^2=P_A-P\Rightarrow \frac{1}{2}\rho V^2=\rho g h$$

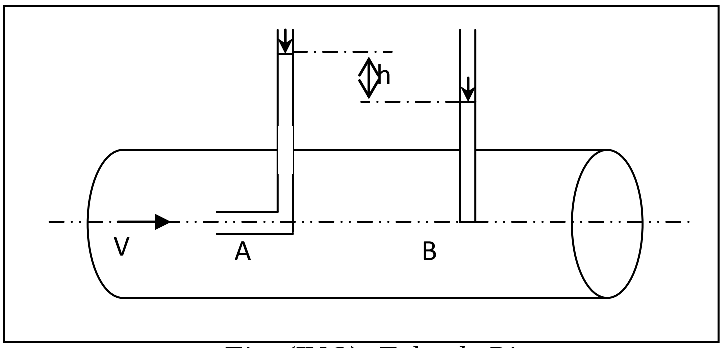

Fig. (IV.2) :Tube de Pito

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2}\frac{V^2}{g} \Rightarrow h = \frac{V^2}{2g}$$

Donc d'après la Fig. (IV.2) la différence de niveau h c'est la hauteur due à la vitesse V.

Les vitesses totales sont déterminées à l'aide du tube de Pito suivant la formule suivante:

$$V = k\sqrt{2gh} \quad \text{………………IV.3}$$

Où k c'est un coefficient de correction déterminé expérimentalement.

- ***Tube de Venturi " Phénomène de Venturi":***

Une conduite de section principale S_A, subit un étranglement en B ou sa section S_B. La vitesse d'un fluide augmente dans l'étranglement donc sa pression se diminue $V_B > V_A \Rightarrow P_B < P_A$.

Le théorème de Bernoulli s'écrit ici:

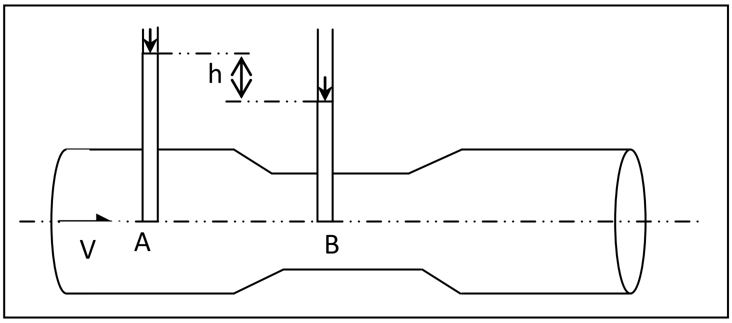

Fig. (IV.3) : Tube de Venturi

$$Z_A + \frac{P_A}{\varpi} + \frac{V_A^2}{2g} = Z_B + \frac{P_B}{\varpi} + \frac{V_B^2}{2g}$$

Et on a $Q = V_A S_A = V_B S_B$

$$\Rightarrow P_A - P_B = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{S_A^2} - \frac{1}{S_B^2}\right)Q^2 \Rightarrow P_A - P_B = kQ^2 \quad \text{……………..IV.4}$$

La différence de pression aux bornes aux extrémités du tube de Venturi est proportionnelle au carré du débit (Q).

IV.2 Hydrodynamique des liquides réels :

L'écoulement d'un liquide réel engendre des forces de frottement dues à la viscosité et à la turbulence, sous ce titre on étudiera les conditions d'équilibre des fluides réels et incompressibles c à d ou les forces de frottement jouent un rôle important.

IV.2.2. Equation de l'hydrodynamique des liquides réels " Équation de Navier stokes" :

L'équation générale de la dynamique des liquides réels ou équation de Navier stokes. Elle est valable pour les écoulements laminaires d'un fluide incompressible. L'équation est la suivante :

$$\frac{1}{\rho}\overrightarrow{gradP} + \vec{F} + \vec{a} + \nu\nabla^2\vec{V} \text{…………IV.5}$$

$\frac{1}{\rho} gr\vec{a}dP$: Force de pression

$\vec{F}$: Force extérieure (de volume) ou massique.

$\vec{a}$: Force d'inertie résultante du mouvement

$\nu\nabla^2\vec{V}$: Force de viscosité.

- Si $\nu = 0 \Rightarrow$ on trouve l'équation d'Euler pour les liquides parfaits ;
- Si $\nu = 0$ et $\vec{a} = 0 \Rightarrow$ on trouve l'équation de l'hydrostatique.

- **Extension du théorème de Bernoulli, pour un cas de liquide réel:**

L'équation de Bernoulli s'écrire sous la manière suivante:

$$Z + \frac{P}{\varpi} + \frac{V^2}{2g} + j = Cte = H.....................IV.\mathbf{6}$$

→ *Représentation graphique du théorème de Bernoulli pour un liquide réel:*

$$Z_1 + \frac{P_1}{\varpi} + \frac{V_1^{\ 2}}{2g} + j_1 = Z_2 + \frac{P_2}{\varpi} + \frac{V_2^{\ 2}}{2g} + j_2$$

$j_2 - j_1$: Représente la perte de charge entre les deux points 1 et 2.

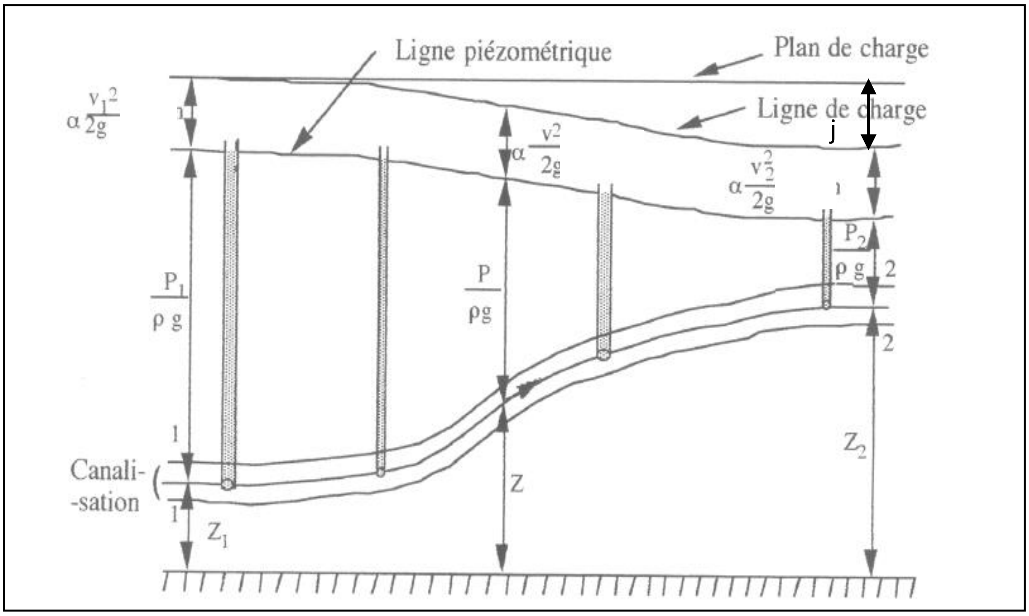

Fig. (IV.4) : Représentation graphique de l'équation de Bernoulli pour un liquide réel.