

**CHAPITRE II : HYDROSTATIQUE.**

**II.1 Définition:**

On appelle hydrostatique une branche de l'hydraulique qui étudie les fluides en état d'équilibre (en repos) c à d  $\vec{V}=0$  , et son interaction avec les corps solides, dans le souci d'établir les équations permettant de déterminer la valeur de la pression en n'importe quel point du liquide sous l'action des forces extérieures (pesanteur).

**II.2 Equation fondamentale de la statique des fluides:**

L'équation fondamentale de la statique des fluides est donnée sous la forme suivante :

$$\frac{1}{\rho} dP = X dx + Y dy + Z dz \dots\dots\dots(\text{II.2})$$

$$\text{Et } dP = \left( \frac{\partial P}{\partial x} dx + \frac{\partial P}{\partial y} dy + \frac{\partial P}{\partial z} dz \right)$$

Avec :

X, Y, Z : Forces extérieures agissant sur la masse fluide et rapportées à l'unité de masse suivant les trois directions x,y et z (m/s<sup>2</sup>).

d<sub>x</sub>, d<sub>y</sub>, d<sub>z</sub> : Les arêtes du parallélépipède infiniment petit en m (Fig. II.1).

ρ : La masse volumique de l'eau en kg/m<sup>3</sup>.

P : La pression.

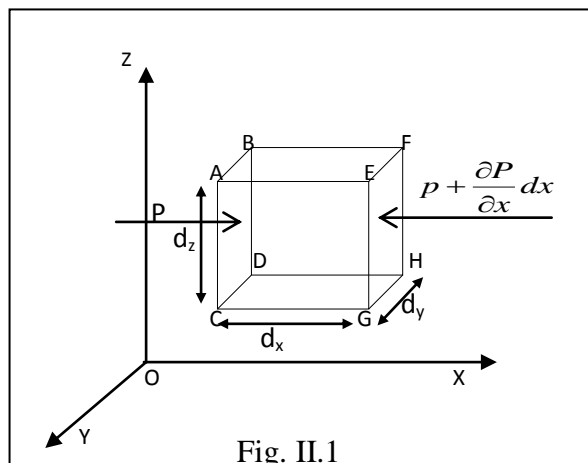


Fig. II.1

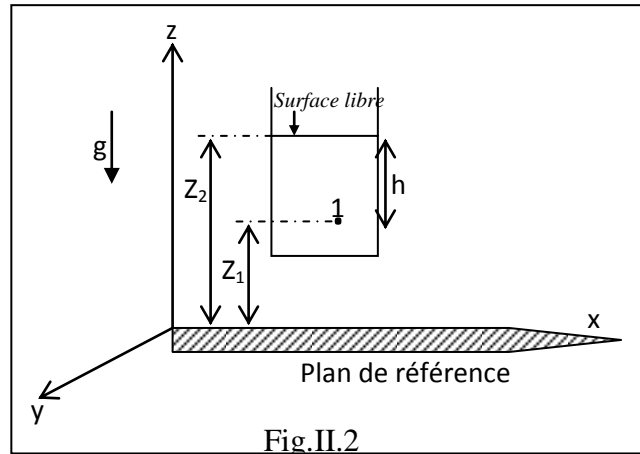
**II.3 Application de l'équation générale en cas d'un fluide soumis à la seule action de la pesanteur:**

D'après la formule (II.2), et on a X= 0, Y= 0 et Z= -g

L'équation (II.2) devient  $\frac{1}{\rho} dP = -gdz$  ou  $dP + \rho g dz = 0 \Rightarrow dP + \varpi dz = 0$

$$P_1 - P_2 = -\varpi (z_1 - z_2) = \varpi (z_2 - z_1)$$

$$P_1 - P_2 = \varpi (z_2 - z_1) = \varpi h \dots \dots \dots \text{II.3}$$



D'après l'équation (II.3) , et pour deux particule d'égale volume du liquide  $\varpi$  de coordonnées  $z_2$  et  $z_1$ .

$$z_1 + \frac{P_1}{\varpi} = z_2 + \frac{P_2}{\varpi} = z + \frac{P}{\varpi} = H = \text{Cte (m)} \dots \dots \dots \text{II.4}$$

Avec :

$\frac{P}{\varpi}$  : Hauteur représentatif de la pression considéré, on l'appelle *hauteur piézométrique* ( m).

Z: hauteur de position par rapport au plan de référence (m)

H: la charge piézométrique (m).

**II.4 Pression absolue et manométrique vide (dépression):**

En appliquant l'équation fondamentale de l'hydrostatique, pour deux points, l'un est situé à la surface libre (Fig.II.2).

$$Z_0 - Z_1 = h$$

$$P_1 - P_0 = \varpi (Z_0 - Z_1) \Rightarrow P_1 = P_0 + \varpi (Z_0 - Z_1) = P_0 + \varpi h_1$$

$P_0$ : la pression de la surface libre (pression extérieure).

$Z_0 - Z_1$  : profondeur d'immersion du point considéré en (m).

Il en découle que la pression dans le liquide augmente avec la profondeur d'immersion est la formule de la pression hydrostatique absolue dans un point du liquide en repos à la forme suivante:

$$P = P_0 + \varpi h \dots \dots \dots \text{II.5}$$

On pratique la pression extérieure est suivant égale à *la pression atmosphérique* ( $P_{atm}$ )

**La pression manométrique :** est définie comme la différence entre  $P_{abs}$  et  $P_{atm}$

$$P_m = P_{abs} - P_{atm} \dots \dots \dots \text{II.6}$$

$$P_m = (P_0 + \varpi h) - P_{atm} \dots \dots \dots \text{II.7}$$

**Si**  $P_0 = P_{atm} \Rightarrow P_m = \varpi h \dots \dots \dots \text{II.8}$

Autrement dit, la profondeur d'immersion  $h$  de tous les points détermine la pression manométrique en elle-même.

- **Le vide : "dépression" :**

La pression hydrostatique absolue peut être inférieure à celle atmosphérique

$$P_v = P_{atm} - P_{abs} \dots \dots \dots \text{II.9}$$

**II.5. Représentation graphique de la pression:**

La représentation graphique de la variation de la pression le long d'une paroi est une fonction de la profondeur s'appelle: Diagramme de pression ou épure de pression.

La pression le long d'une paroi verticale varie suivant une loi linéaire limitée. Comme les pressions du liquide sont toujours dirigées suivant la normale et vers l'intérieur du palier d'action.

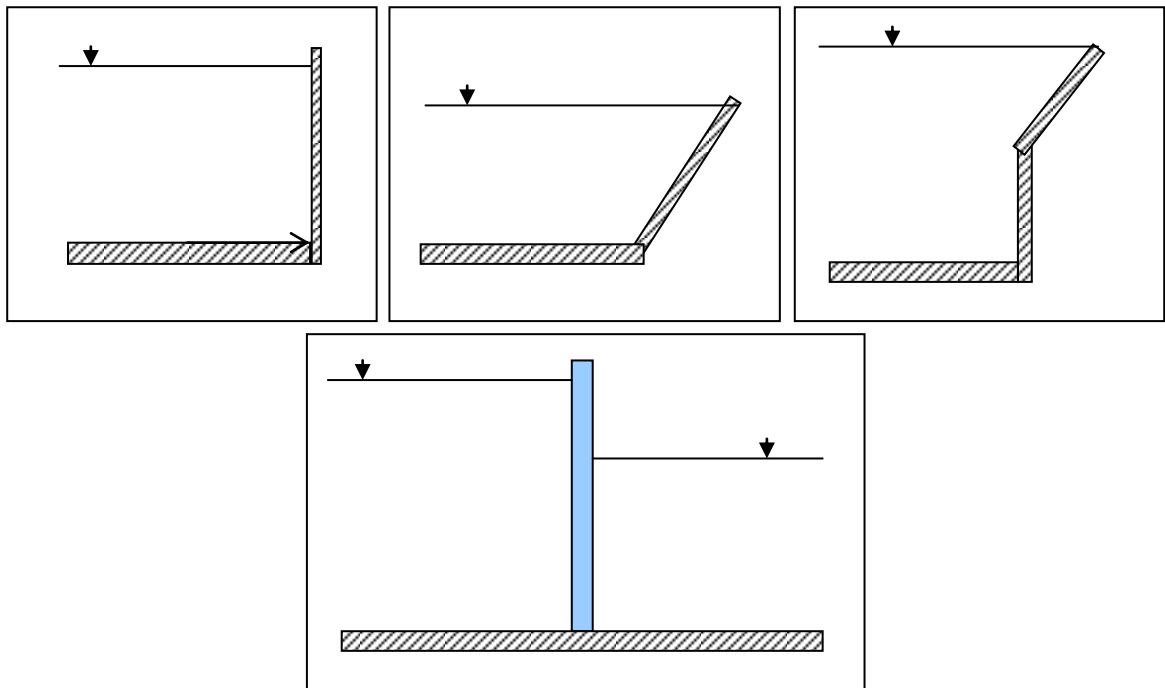


Fig. II.3

## II.6 Mesure et unités de la pression :

L'appareil de mesure de la pression est le manomètre. Pour la pression atmosphérique, on utilise le baromètre. On peut également utiliser un vacuomètre pour mesurer la pression d'un gaz dans un tube à vide.

La mesure de pression peut être relative, ou absolue. La mesure de pression relative se fait par différence avec la pression atmosphérique, c'est la mesure que font beaucoup de manomètres.



Fig. II.4 Manomètre.

L'unité de mesure de la pression  $ML^{-1}T^{-2}$  pascal Pa bar (bar) =  $10^5$  Pa.

## II.7 Forces de pressions du liquide exerçant sur surface plane (hoz) :

Le plan horizontal dans un liquide en repos (Fig. II.4) est une surface à pression égale, tous les points de cette surface subit de la même pression.

$$P = (P_0 + \varpi h).S \dots\dots\dots II.11$$

Si la pression extérieure est égale à la pression atmosphérique c à d,  $P_0 = P_{atm}$  :

$$P = \varpi h S = \rho gh.S \dots\dots\dots II.12$$

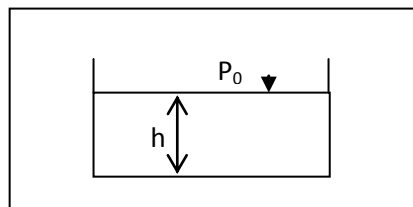


Fig. II.5

C'est à dire la force de pression P sur un palier horizontal correspond au poids de la colonne du liquide à hauteur h au dessous de lui, elle ne dépend pas de la force de vase.

Pour les vases de différentes formes et de sections égales, remplis d'un même liquide à hauteur égale, la force de pression sur le fond est la même.

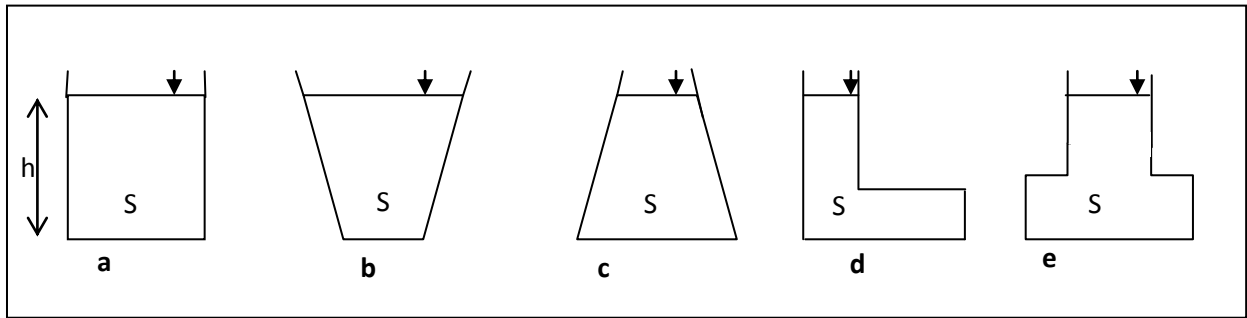


Fig. II.6

**\* Forces de pression sur une surface :**

La force de pression agit sur une surface est donnée par la formule suivante :

$$P = \varpi h_{cg} S \dots\dots\dots\text{II.14}$$

$h_{cg}$ : est la profondeur à laquelle se trouve le centre de gravité de la surface (S).

Pour une surface inclinée, la pression  $p$  se décompose l'une sur l'axe  $x$  et l'autre sur l'axe  $y$  (Fig. II. ) :

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$$

$$P_x = \varpi h_{cg} S = \rho g h_{cg} Sx \dots\dots\dots\text{II.15}$$

$$P_y = \rho g W = \varpi W \dots\dots\dots\text{II.16}$$

La force de pression qui s'exerce sur une surface plane horizontale n'est qu'un cas particulier de la force de pression qui l'exerce sur une paroi inclinée.

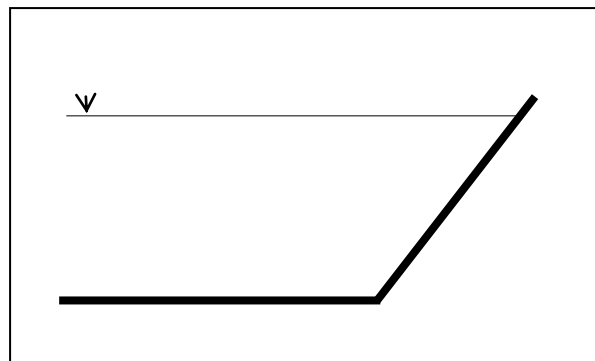


Fig. II.7

**• Centre de pression:**

La détermination de la position au centre de pression  $c$  à d les coordonnées du point d'application de cette force résultante, il est déterminer par la formule suivante :

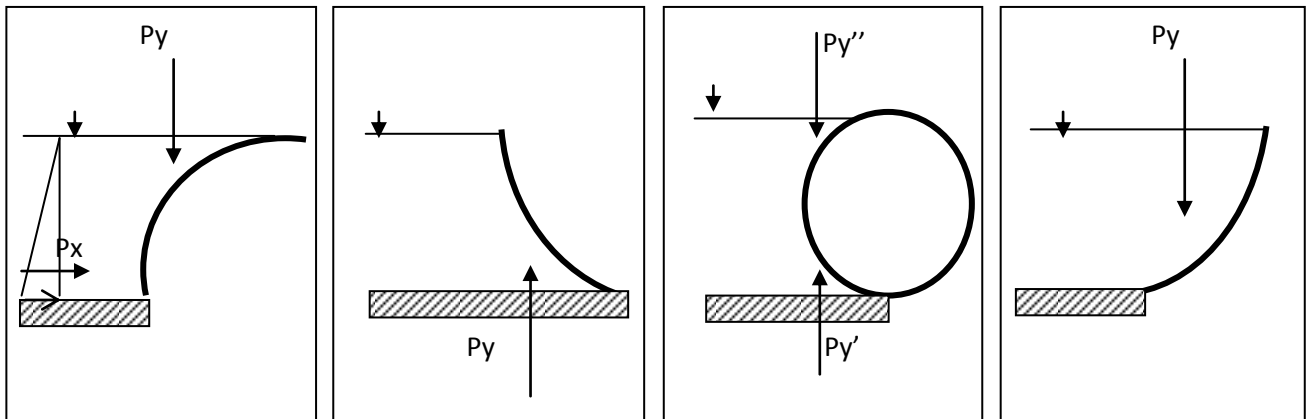
$$Y_{cp} = h_{cg} + \frac{I_{x_0}}{h_{cg} S} \dots\dots\dots\text{II.20}$$

Avec.

$I_{x_0}$  : est le moment d'inertie de la surface.

**\*Force de pression des liquides sur les surfaces courbées:**

$$P_x = \rho g h_{cg} S_x. \text{ Et } P_y = \rho g W = \varpi W .$$



**Fig. II .8**