المركز الجامعي عبد الحفيظ بوالصوف ميلة
معهد العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم الاقتصادية

السنة الأولى ماستر

تخصص: إقتصاد نقدي وبنكي 2020/2019

سلسلة تمارين رقم 01 مع الحل

التمرين 01:

ترغب إحدى الشركات في تحديد العلاقة بين إنفاقها على الدعاية والاعلانات وعوائد المبيعات، كلاهما بالمليون دينار جزائري، فإذا كانت لدينا البيانات التالية عن تطور هاذين المتغيرين من 2009 إلى 2018 كمايلي:

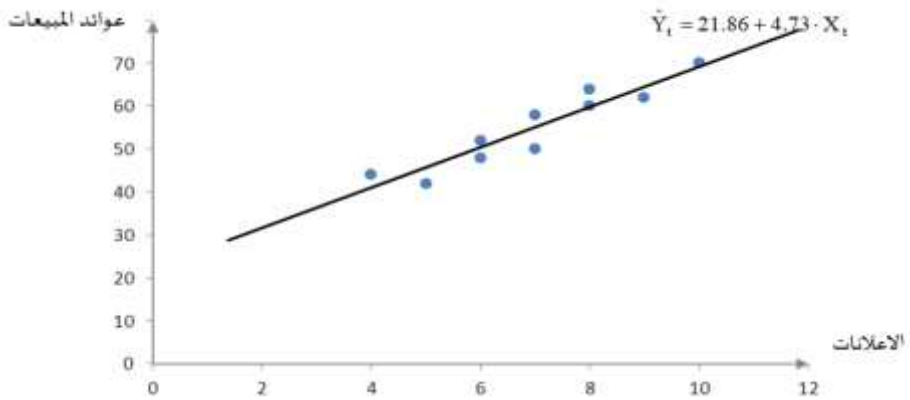
السنة	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
الاعلانات	4	5	6	6	7	8	7	9	8	10
المبيعات	44	42	52	48	50	60	58	62	64	70

المطلوب:

- مثل بيانيا بيانات الجدول بسحابة النقاط، ماذا تستنتج؟
- قدر النموذج الخطي البسيط الذي يقيس أثر الانفاق على الاعلانات على عوائد المبيعات في هذه الشركة، وفسر النتائج.
- حساب القيم المقدرة $\hat{Y}_t$ واستنتاج بواقي التقدير e_t.

الحل:

- **سحابة النقاط:**



من خلال سحابة النقاط نجد أن العلاقة بين الانفاق على الاعلانات وعوائد مبيعات الشركة علاقة خطية، أي أنه يمكننا التعبير عنها بخط انحدار يمر بين مختلف الثنائيات المشكلة من قيم الانفاق على الاعلانات وقيم عوائد المبيعات، هذا من جهة، ومن جهة أخرى نجد أن هذه العلاقة هي علاقة طرية، بحكم أن زيادة الانفاق على الاعلانات تؤدي إلى زيادة عوائد الأرباح في هذه الشركة. وهو ما سنتأكد منه من خلال إشارة معامل الانحدار الذي سنحسبه لاحقا.

- تقدير النموذج الخطي البسيط وتفسير النتائج:

نضع:

X_t : الانفاق على الاعلانات، Y_t : عوائد المبيعات

وبالتالي يكون النموذج المراد تقديره كمايلي:

$$Y_t = \alpha + \beta \cdot X_t + \varepsilon_t$$

أما مقدرات طريقة OLS لهذا النموذج فتعطى كما يلي:

$$\hat{\alpha} = \overline{Y} - \hat{\beta}\overline{X}$$
$$\hat{\beta} = \frac{\sum(Y_t - \overline{Y}) \cdot (X_t - \overline{X})}{\sum(X_t - \overline{X})^2}$$

العمليات الحسابية موضحة بالجدول الموالي:

السنة	X_t	Y_t	$X_t - \overline{X}$	$Y_t - \overline{Y}$	$(X_t - \overline{X})(Y_t - \overline{Y})$	$(X_t - \overline{X})^2$	$\hat{Y}_t$	e_t	$(Y_t - \overline{Y})^2$
2009	4	44	-3	-11	33	9	40.80	3.19	121
2010	5	42	-2	-13	26	4	45.53	-3.53	169
2011	6	52	-1	-3	3	1	50.26	1.73	9
2012	6	48	-1	-7	7	1	50.26	-2.26	49
2013	7	50	0	-5	0	0	54.99	-4.99	25
2014	8	60	1	5	5	1	59.73	0.26	25
2015	7	58	0	3	0	0	54.99	3.00	9
2016	9	62	2	7	14	4	64.46	-2.46	49
2017	8	64	1	9	9	1	59.73	4.26	81
2018	10	70	3	15	45	9	69.19	0.80	225
$\sum$	**70**	**550**	**0**	**0**	**142**	**30**	**550**	**0**	**762**

لدينا:

$$\overline{X} = \frac{\sum X_t}{10} = \frac{70}{10} = 7$$
$$\overline{Y} = \frac{\sum Y_t}{10} = \frac{550}{10} = 55$$

ومنه نجد:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum(Y_t - \overline{Y}) \cdot (X_t - \overline{X})}{\sum(X_t - \overline{X})^2} = \frac{142}{30} = 4.73$$

$$\hat{\alpha} = \overline{Y} - \hat{\beta} \cdot \overline{X} = 55 - 4.73(7) = 21.86$$

وبالتالي يكون النموذج الخطي البسيط المقدر كمايلي:

$$\hat{Y}_t = 21.86 + 4.73 \cdot X_t$$

تفسير نتائج التقدير:

- تشير المعلمة $\hat{\alpha} = 21.86$ إلى وجود مقدار ثابت من عوائد المبيعات مقداره 21.86 مليون دج لا يتأثر بتغير الانفاق على الاعلانات.
- تشير المعلمة $\hat{\beta} = +4.73$ إلى وجود علاقة طردية بين الانفاق على الاعلانات وعوائد المبيعات من جهة، وأن كل تغير في الانفاق على الاعلانات بوحدة واحدة يؤدي إلى تغير عوائد المبيعات في نفس الاتجاه بـ: 4.73 وحدة.
- حساب القيم المقدرة $\hat{Y}_t$ واستنتاج بواقي التقدير e_t.

لدينا:

$$\hat{Y}_t = 21.86 + 4.73 \cdot X_t$$

$$\hat{Y}_{2009} = 21.86 + 4.73 \cdot X_{2009} = 21.86 + 4.73(4) = 40.80 \quad \Rightarrow e_{2009} = Y_{2009} - \hat{Y}_{2009} = 44 - 40.80 = +03.19$$

$$\hat{Y}_{2010} = 21.86 + 4.73 \cdot X_{2010} = 21.86 + 4.73(5) = 45.53 \quad \Rightarrow e_{2010} = Y_{2010} - \hat{Y}_{2010} = 42 - 45.53 = -03.53$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\hat{Y}_{2018} = 21.86 + 4.73 \cdot X_{2018} = 21.86 + 4.73(10) = 69.19 \quad \Rightarrow e_{2018} = Y_{2018} - \hat{Y}_{2018} = 70 - 69.19 = +0.80$$

التمرين 02: باستخدام معطيات التمرين 01، أجب عن مايلي:

- قدر تباين المتغير العشوائي، ثم استنتج التباين المقدر للمقدرات.
- بناء مجالات ثقة لمعلمات النموذج عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$.
- حساب معامل التحديد وتشكيل جدول التباين ANOVA.
- إختبر معنوية المعالم المقدرة.

الحل:

e_t	e_t^2
3.19	10.23
-3.53	12.48
1.73	3.00

	-2.26	5.13
	-4.99	24.99
	0.26	0.07
	3.00	9.00
	-2.46	6.08
	4.26	18.20
	0.80	0.64
$\sum$	**0**	**89.86**

$$\hat{V}(\hat{\alpha}) = \hat{\delta}^2_{\hat{\alpha}} = \hat{\delta}^2_{\varepsilon}\left[\frac{\overline{X}^2}{\sum x_t^2} + \frac{1}{n}\right] = 11.23\left[\frac{7^2}{30} + \frac{1}{10}\right] = 19.47 \Rightarrow \hat{\delta}_{\hat{\alpha}} = \sqrt{19.47} = 4.41$$

$$\hat{V}(\hat{\beta}) = \hat{\delta}^2_{\hat{\beta}} = \hat{\delta}^2_{\varepsilon}\left[\frac{1}{\sum x_t^2}\right] = 11.23\left[\frac{1}{30}\right] = 0.3744 \Rightarrow \hat{\delta}_{\hat{\beta}} = \sqrt{0.3744} = 0.6119$$

2- مجالات الثقة:

يكون مجال الثقة للمعلمة α كما يلي:

$$P\left(\alpha \in \left[21.86 - 2.306 \cdot \sqrt{19.47} \quad . \quad 21.86 + 2.306 \cdot \sqrt{19.47}\right]\right) = 0.95$$
$$P\left(\alpha \in [11.68 \quad . \quad 32.03]\right) = 0.95$$

- بالنسبة للمعلمة β:

$$P\left(\beta \in \left[\hat{\beta} - St_{n-2}^{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\hat{\delta}^2_{\hat{\beta}}} \quad . \quad \hat{\beta} + St_{n-2}^{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\hat{\delta}^2_{\hat{\beta}}}\right]\right) = 1 - \alpha$$
$$\Rightarrow P\left(\beta \in \left[4.73 - 2.306 \cdot \sqrt{0.3744} \quad . \quad 4.73 + 2.306 \cdot \sqrt{0.3744}\right]\right) = 0.95$$
$$\Rightarrow P\left(\beta \in [3.31 \quad . \quad 6.14]\right) = 0.95$$

3- معامل التحديد وجدول تحليل التباين ANOVA:

بعد تقدير النموذج وبعد تقدير تباين المتغير العشوائي، فإن أسرع علاقة لإيجاد معامل التحديد هي:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_t^2}{\sum (Y_t - \overline{Y})^2} = 1 - \frac{89.86}{762} = 1 - 0.1179 = 0.8820$$

$$R^2 = \frac{\hat{\beta}^2 \sum (X_t - \overline{X})^2}{\sum (Y_t - \overline{Y})^2} = \frac{(4.73)^2 (30)}{762} = \frac{672.13}{762} = 0.8820$$

$$R^2 = \left(r_{X_t \cdot Y_t}\right)^2 = \left(\frac{\text{cov}(X_t.Y_t)}{\sqrt{V(X_t)} \cdot \sqrt{\cdot V(Y_t)}}\right)^2 = \left(\frac{\frac{142}{10}}{\sqrt{\frac{30}{10}}\sqrt{\frac{762}{10}}}\right)^2$$

$$= \left(\frac{14.2}{\sqrt{3}\sqrt{76.2}}\right)^2 = \left(\frac{14.2}{15.11}\right)^2 = (0.9391)^2 = 0.8820$$

$R^2 = 0.8820$ ، أي أن للنموذج جودة توفيق عالية، وأن قدرته التفسيرية مرتفعة، كما نستنتج من معامل التحديد أيضا أن 88.20% من تغيرات عوائد المبيعات مفسر بتغيرات الانفاق على الاعلانات، أما النسبة المتبقية والمقدرة بـ: 11.80% فهي مفسرة بعوامل أخرى غير مدرجة بالنموذج.

أما جدول تحليل التباين ANOVA فيكون كمايلي:

مصدر التغير	مجموع المربعات	درجة الحرية	متوسط المربعات
المتغير المستقل X_t	$ESS = 672.13$	1	$672.13/1 = 672.13$
البواقـــي e_t	$RSS = 89.86$	$10-2=8$	$89.86/8 = 11.23$
المجموع	$TSS = 762$	$10-1=9$	

4- إختبار معنوية المعالم المقدرة:

يمكننا اجراء اختبار STUDENT عند مستوى معنوية $\alpha = 5\%$ كمايلي:

- بالنسبة لـــ: β

يأخذ اختبار STUDENT الشكل التالي:

$$\begin{cases} H_0 : \beta = 0 \\ H_1 : \beta \neq 0 \end{cases}$$

إحصائيةSTUDENT المحسوبة:

$$St_{cal} = \left|\frac{\hat{\beta}}{\sqrt{\hat{\delta}^2_{\hat{\beta}}}}\right| = \left|\frac{4.73}{0.6119}\right| = 7.73$$

إحصائيةSTUDENT المجدولة:

$$St_{n-2}^{\frac{\alpha}{2}} = St_{10-2}^{\frac{5}{2}} = St_8^{2.5\%} = 2.306$$

القرار: نلاحظ أن $St_{cal} \geq St_{tab}$ ، وبالتالي نقبل الفرضية $\beta \neq 0$ ، أي وجود علاقة ذات دلالة احصائية بين الانفاق على الاعلانات وعوائد المبيعات في هذه الشركة.

- بالنسبة لـ: α

يأخذ اختبار STUDENT الشكل التالي:

$$\begin{cases} H_0 : \alpha = 0 \\ H_1 : \alpha \neq 0 \end{cases}$$

إحصائيةSTUDENT المحسوبة:

$$St_{cal} = \left| \frac{\hat{\alpha}}{\sqrt{\hat{\delta}^2_{\hat{\alpha}}}} \right| = \left| \frac{21.86}{4.4126} \right| = 4.95$$

إحصائيةSTUDENT المجدولة:

$$St^{\frac{\alpha}{2}}_{n-2} = St^{\frac{5}{2}}_{10-2} = St^{2.5\%}_{8} = 2.306$$

القرار: نلاحظ أن $St_{cal} \geq St_{tab}$ ، وبالتالي نقبل الفرضية $\alpha \neq 0$ ، أي وجود الحد الثابت في النموذج له دلالة احصائية.