1- نظرية الإنتاج وسلوك المؤسسة (المنتج):

إذا كانت دالة الإنتاج تسمح للمنتج القيام بالإحلال بين عوامل الإنتاج، فإن حجم الإنتاج المعطى ممكن تحقيقه وفق توليفات لا متناهية، والاختيار بين هذه التوليفات يتطلب من المنتج ضرورة الأخذ في الحسبان الأسعار الوحدوية لعوامل الإنتاج (أي تحديد التكلفة الإجمالية للإنتاج).

1. خط التكلفة المتساوية: La ligne d'isocoût (La contrainte budgétaire)

إذا كانت CT تمثل ميزانية المنتج المخصصة لشراء عوامل الإنتاج L و K، وأن: P_L: سعر وحدة العمل، P_K: سعر وحدة رأس المال، فإن خط التكلفة الكلية هو: $CT = LP_L + KP_K$، هذه المعادلة يمكن كتابتها: $\boxed{K = \frac{CT}{P_K} - \frac{P_L}{P_K}L}$ ← معادلة خط التكلفة المتساوية.

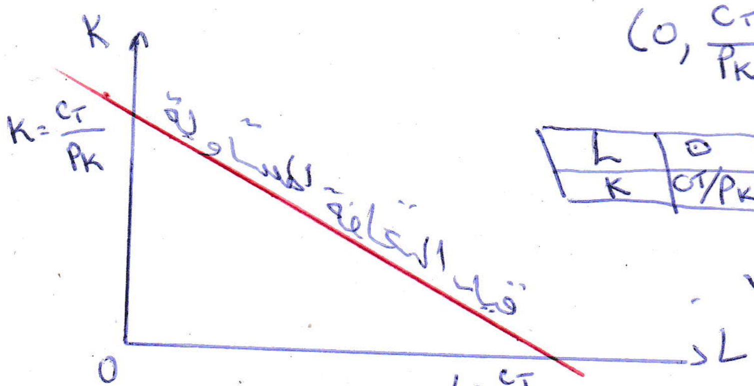
حيث: $-\frac{P_L}{P_K}$: ميل خط التكلفة المتساوية.

وبذلك فإن خط التكلفة المتساوية يمثل التوليفات المختلفة من عوامل الإنتاج الممكن شراؤها من طرف المنتج عند نفس المستوى من التكاليف الكلية.

لتمثيل خط التكلفة المتساوية نحتاج إلى نقطتين متطرفتين هما:

1) إذا فرضنا إنفاق المنتج كل موارده على عنصر العمل $(K=0)$ فإن نقطة تقاطع خط (التكاليف) التكلفة المتساوية مع المحور الأفقي هي: $(\frac{CT}{P_L}, 0)$.

2) إذا فرضنا إنفاق المنتج كل موارده على شراء عنصر رأس المال لن يشتري أي وحدة من L $(L=0)$، فإن نقطة تقاطع خط التكلفة المتساوية مع المحور العمودي هي: $(0, \frac{CT}{P_K})$



L	0	CT/P_L
K	CT/P_K	0

مثال:

لدينا: $CT = 15000$، $P_L = 2500$، $P_K = 1000$

استنتج معادلة خط التكلفة المتساوية ومثله بيانيا.

لدينا: $K = \frac{CT}{P_K} - \frac{P_L}{P_K}L$

$K = \frac{15000}{1000} - \frac{2500}{1000}L$

$\boxed{K = 15 - 2,5L}$

لتمثيله نحتاج إلى نقطتين متطرفتين هما:

L	0	6
K	15	0

* نفترض تغير CT: $CT = 10000$

$K = \frac{10000}{1000} - \frac{2500}{1000}L$

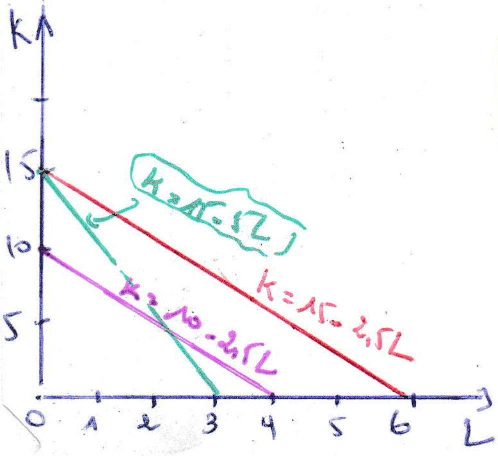
$\boxed{K = 10 - 2,5L}$

L	0	4
K	10	0

* تغير P_L ، CT ثابت

$\boxed{K = 15 - 5L}$

L	0	3
K	15	0



ج- السلوك الأمثل (الرشيد) للمنتج :

تركز دراستنا هنا على حالة منتج يشتري عاملين من عوامل الإنتاج، هما العمل ورأس المال بأسعار ثابتة من سوق تسودها المنافسة الكاملة (المنافسة التامة).

أ- توازن المنتج هندسيا

إن نقطة تماس منحنى الناتج المتساوي مع خط التكلفة المتساوية هي التي تحدد التوليفة المثلى من العمل ورأس المال التي يجب استخدامها من أجل تحقيق أقصى إنتاج في حدود الإمكانيات المتاحة، أي تمثل هذه النقطة نقطة توازن المنتج (هندسيا) أي يكون:

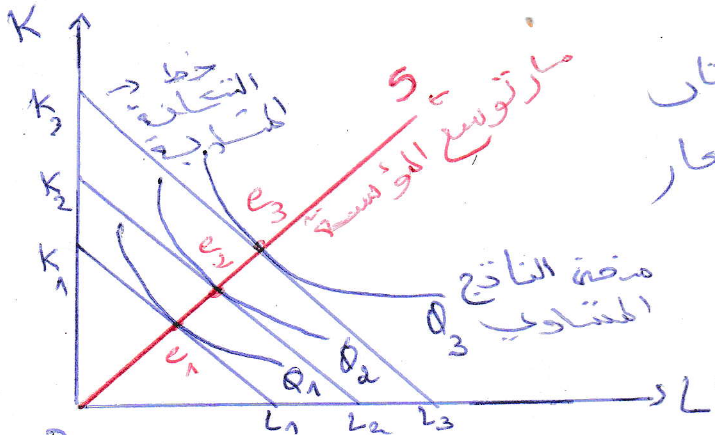
ميل خط التكلفة المتساوية = ميل منحنى الناتج المتساوي

$$\frac{dK}{dL} = -\frac{P_L}{P_K}$$

إذن:

$$\boxed{TMST_{L,K} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = -\frac{dK}{dL} = \frac{P_L}{P_K} = \frac{PmL}{PmK}}$$

$$\frac{PmL}{PmK} = \frac{P_L}{P_K} \longrightarrow$$ شرط توازن المنتج



(دالة الإنتاج متجانسة)

إذا أرادت المؤسسة إنتاج الحجم Q_1 تختار النقطة e_1 (نقطة التوازن) إذا بقيت الأسعار ثابتة وأرادت المؤ. إنتاج Q_2 سوف تختار e_2 وهكذا)

بما أن أسعار عوامل الإنتاج ثابتة فإن خطوط التكلفة المتساوية تكون متوازية (لها نفس الميل). والربط بين النقاط التوازنية e_1، e_2، e_3،...، يجسد مسار التوسع الأمثل للمؤسسة (Le Sentier d'expansion)، هذا الأخير يمثل المحل الهندسي لجميع التوليفات المثلى من عوامل الإنتاج عند مستويات مختلفة من الإنتاج والتكاليف في ظل أسعار ثابتة لعوامل الإنتاج.

ب- توازن المنتج رياضيا

لكي يكون سلوك المنتج رشيد يجب أن نتبع أحد الأساليب التالية:

الاسلوب الأول: إنتاج أكبر كمية ممكنة عند مستوى محدد وثابت من التكاليف الحالية، وبالتالي هدف المنتج هو تعظيم الإنتاج.

$$\begin{cases} Max: Q = f(L, K) \\ S/c: C_T = LP_L + KP_K \end{cases}$$

معادلة لاغرانج: $\mathcal{L} = f(L, K) + \lambda(C_T - LP_L + KP_K)$

الشرط اللازم: انعدام المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة L، K، λ.

الشرط الكافي: المحدد الهيسي موجب ($|H| > 0$).

الاسلوب الثاني: إنتاج كمية محددة وثابتة بأقل تكلفة، ومنه هدف المنتج هو تدنية التكاليف

$$\begin{cases} Min: C_T = LP_L + KP_K \\ S/c: Q = f(L, K) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathcal{L} = LP_L + KP_K + \lambda[Q - f(L, K)]$$

الشرط اللازم: انعدام المشتقات الجزئية الأولى لدالة لاغرانج بالنسبة L، K، λ

الشرط الكافي: أن يكون المحدد الهيسي سالبا.

الاسلوب الثالث: تحقيق أقصى ربح ممكن.

يعرف الربح بأنه الفرق بين الإيرادات والتكاليف. أي:

$$\text{profit} = \text{recette} - \text{coût} \Rightarrow P = R - C$$

(π)

حيث: P: الربح الاجمالي، R: الإيرادات الاجمالية، C: التكاليف الاجمالية

وتمثل الإيرادات عدد الوحدات المباعة مضروبة في سعر الوحدة المباعة:

$R_T = P_q \cdot Q$ / P_q: سعر الوحدة الواحدة من المنتج.

وتعطى دالة التكلفة الاجمالية بالشكل التالي: $C_T = LP_L + KP_K + F$

ت. متغيرة . ت. ثابتة

بالتعويض نجد: π / $P = R_T - C_T$

$$P = P_q \cdot Q - (LP_L + KP_K + F) \Rightarrow P = P_q \cdot Q - LP_L - KP_K - F$$

وتسمى هذه المعادلة بدالة الربح حيث أنها عبارة عن تابع لمتغيرين هما العمل (L) ورأس المال (K) (علما أن P_q، P_K، P_L قيم معلومة) وسنبحث عن النهاية العظمى لهذه الدالة. (تعظيم الربح).

الشرط اللازم: انعدام المشتقات الجزئية الأولى بالنسبة L و K.

$$\begin{cases} \dfrac{\delta \pi}{\delta L} = 0 \Rightarrow P_q \cdot \dfrac{\delta Q}{\delta L} - P_L = 0 \Rightarrow P_q \cdot \dfrac{\delta Q}{\delta L} = P_L \quad --- (1) \Rightarrow P_q \cdot Pm_L = P_L \\ \dfrac{\delta P}{\delta K} = 0 \Rightarrow P_q \cdot \dfrac{\delta Q}{\delta K} - P_K = 0 \Rightarrow P_q \cdot \dfrac{\delta Q}{\delta K} = P_K \quad --- (2) \Rightarrow P_q \cdot Pm_K = P_K \end{cases}$$

تكلفة L الحدية — إيراد الحدي لـ L

الشرط الكافي: المشتقات الجزئية من الدرجة ② تكون سالبة (الحدد < 0)

$$\begin{cases} \frac{\delta^2 P}{\delta^2 L} < 0 \\ \frac{\delta^2 P}{\delta^2 K} < 0 \end{cases} \Rightarrow$$ أو $$\begin{vmatrix} P''_{LL} & P''_{LK} \\ P''_{KL} & P''_{KK} \end{vmatrix} > 0$$

$\frac{\delta^2 P}{\delta^2 L} < 0 \Rightarrow f''_L(L,K) \cdot P_q < 0$

$\frac{\delta^2 P}{\delta^2 K} < 0 \Rightarrow f''_K(L,K) P_q < 0$

$\Rightarrow \begin{cases} f''_L(L,K) < 0 \\ f''_K(L,K) < 0 \end{cases}$ لأن: $P_q > 0 \Leftarrow$

ملاحظة: من أجل قيمة دنيا للربح نجد: $\frac{\delta^2 P}{\delta^2 L} > 0, \frac{\delta^2 P}{\delta^2 K} > 0$

مثال: لتكن دالة انتاج من الشكل:

$Q = -L^2 - 2K^2 + 12L + 11K + 1$

حيث: $P_L = 7, P_K = 5, P_q = 12, C_F = 8$

- حدد الكميات من L و K التي تحقق للمنتج ربح أعظمي؟

الحل. لإيجاد هذه التوليفة نختبر شروط تعظيم الربح:

لدينا معادلة الربح: $P = f(L,K)P_q - CT \Rightarrow P = 12 \cdot Q - (7L + 5K + 8)$

$P = 12(-L^2 - 2K^2 + 12L + 11K + 1) - 7L - 5K - 8$

$P = -12L^2 - 24K^2 + 137L + 127K + 4$

الشرط اللازم: انعدام المشتقات الجزئية ①:

$$\begin{cases} \frac{\delta P}{\delta L} = 0 \Rightarrow -24L + 137 = 0 \\ \frac{\delta P}{\delta K} = 0 \Rightarrow -48K + 127 = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{L = 5{,}7}, \boxed{K = 2{,}6}$$

الشرط الكافي: المشتقات الجزئية الثانية لدالة P أقل من الصفر.

$\frac{\delta^2 P}{\delta^2 L} < 0 \Rightarrow -24 < 0$

$\frac{\delta^2 P}{\delta^2 K} < 0 \Rightarrow \frac{\delta^2 P}{\delta^2 K} = -48 < 0$

أو $\begin{vmatrix} -24 & 0 \\ 0 & -48 \end{vmatrix} = (-24)\cdot(-48) - 0 = 1152 > 0$

ومنه التوليفة المثلى هي: $(L,K)^* = (5{,}7 , 2{,}6)^*$

كمية الانتاج $\Leftarrow$ $Q = -(5{,}7)^2 - 2(2{,}6)^2 + 12(5{,}7) + 11(2{,}6) + 1 = 52$ وحدة.

قيمة الربح الأعظمي $\Leftarrow$ $R_T = Q \cdot P_q \Rightarrow R_T = 52 \cdot 12 = 624$ DA

$CT = 7(5{,}7) + 5(2{,}6) + 8 = 61$ DA $\Rightarrow P = R_T - CT = 624 - 61 = 563$ DA.

3- دوال الطلب على عوامل الإنتاج: مستوى الطلب على عنصر انتاج كدالة لسعر المنتوج ولأسعار عناصر الانتاج الأخرى

تحدد دوال الطلب على عوامل الإنتاج L و K الكميات المثلى منها كدالة للمتغيرات:

Q حجم الإنتاج، والأسعار الوحدوية P_L و P_K أي: دالة الطلب على عنصر العمل $L = g(Q, P_L, P_K)$

دالة الطلب على K: $K = H(Q, P_L, P_K)$ ولتتم تحديد دوال الطلب على عوامل الانتاج لنفس الأسلوب

المتبع في البحث عن التوليفة المثلى ... لا يمكن في شروط الدرجة الأولى ... لتوليد الربح ... [illegible]