حلول السلسلة الثالثة

حل التمرين الأول

ليكن المتغير العشوائي X_i يمثل القسط الشهري الذي يدفعه الزبائن عن المكالمات الدولية.

$$X \rightsquigarrow N(\mu, 450)$$

نريد إجراء اختبار الفرضيات التالية:

$$H_0: \mu = 17.10$$
$$H_1: \mu > 17.10$$

لدينا إحصاءة الاختبار هي:

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \rightsquigarrow N(0,1)$$

وعندما نعتبر صحيحة H_0 تكون قيمة الإحصاءة هي:

$$Z_0 = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{22.1 - 17.10}{\frac{21.21}{\sqrt{100}}} = 2.35$$

عند مستوى المعنوية 0.01 وبما أن فرضية العدم ذات طرف فإن القيمة الجدولية تحسب كما يلي:

$$\alpha = 0.01 \Longrightarrow Z_{1-\alpha} = Z_{0.99} = 2.33$$

نلاحظ أن القيمة المحسوبة Z_0 تقع في منطقة رفض H_0 ومنه نرفضها ونقبل الفرضية البديلة H_1 ومنه اعتقاد الشركة صحيح عند مستوى المعنوية $\alpha = 0.01$.

حل التمرين الثاني

ليكن المتغير العشوائي X_i يمثل مدة حياة الأنابيب المشعة.

$$X \rightsquigarrow N(\mu, \sigma)$$

نريد إجراء اختبار الفرضيات التالية:

$$H_0: \mu = 1600$$
$$H_1: \mu \neq 1600$$

لدينا σ مجهول و $n < 30$ ومنه احصاءة الاختبار هي:

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \rightsquigarrow N(0,1)$$

وعندما نعتبر صحيحة H_0 تكون قيمة الإحصاءة هي:

$$Z_0 = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{1570 - 1600}{\frac{120}{\sqrt{100}}} = -2.5$$

عند مستوى المعنوية 0.05 وبما أن فرضية العدم ذات الطرفين فإن القيمة الجدولية تحسب كما يلي:

$$\alpha = 0.05 \Longrightarrow Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.975} = 1.96$$

نلاحظ أن القيمة المحسوبة Z_0 تقع في منطقة رفض H_0 ومنه نرفضها ونقبل الفرضية البديلة H_1 ومنه الادعاء صحيح عند مستوى المعنوية $\alpha = 0.01$

حل التمرين الثالث

ليكن المتغير العشوائي X_i يمثل تكاليف بناء المساكن الحديثة.

$$X \rightsquigarrow N(\mu_1, \sigma_1)$$

ليكن المتغير العشوائي Y_i يمثل تكاليف بناء المساكن قبل عشر سنوات.

$$Y \rightsquigarrow N(\mu_2, \sigma_2)$$

نريد إجراء اختبار الفرضيات التالية:

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 15000$$
$$H_1: \mu_1 - \mu_2 > 15000$$

لدينا إحصاءة الاختبار هي:

$$Z = \frac{(\overline{X} - \overline{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \rightsquigarrow N(0,1)$$

وعندما نعتبر صحيحة H_0 تكون قيمة الإحصاءة هي:

$$Z_0 = \frac{(40345 - 22875) - 15000}{\sqrt{\frac{8000^2}{25} + \frac{4000^2}{30}}} = 1.40$$

عند مستوى المعنوية 0.05 وبما أن فرضية العدم ذات الطرف فإن القيمة الجدولية تحسب كما يلي:

$$\alpha = 0.05 \Longrightarrow Z_{1-\alpha} = Z_{0.95} = 1.645$$

نلاحظ أن القيمة المحسوبة Z_0 تقع في منطقة قبول H_0 ومنه نستنتج أن ادعاء ديوان الاسكان صحيح عند مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$

حل التمرين الرابع

الصفة المدروسة هي تأييد المرشح في الانتخابات.

نريد اختبار الفرضيات التالية:

$$H_0: p = 07$$
$$H_1: p < 0.7$$

إحصاءة الاختبار هي:

$$\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \rightsquigarrow N(0,1)$$

وعندما نعتبر صحيحة H_0 تكون قيمة الإحصاءة هي:

$$Z_0 = \frac{0.6 - 0.7}{\sqrt{\frac{0.7 \times 0.3}{100}}} = -2.18$$

عند مستوى المعنوية 0.05 وبما أن فرضية العدم ذات الطرف فإن القيمة الجدولية تحسب كما يلي:

$$\alpha = 0.05 \Longrightarrow Z_{1-\alpha} = Z_{0.95} = 1.645$$

نلاحظ أن القيمة المحسوبة Z_0 تقع في منطقة رفض H_0 ومنه نرفض H_0 عند مستوى المعنوية 0.05 وبالتالي ادعاء المترشح غير صحيح.

حل التمرين الخامس

p_1: نسبة تأييد البرنامج الاقتصادي في المدينة أ.

p_2: نسبة تأييد البرنامج الاقتصادي في المدينة ب.

$$\hat{p}_1 = 0.7$$
$$\hat{p}_2 = 0.5$$
$$\hat{p} = \frac{(0.7 \times 100) + (0.5 \times 100)}{100 + 100} = 0.6$$

نريد اختبار الفرضيات التالية:

$$H_0: p_1 = p_2$$
$$H_1: p_1 \neq p_2$$

إحصاءة الاختبار هي:

$$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}} \rightsquigarrow N(0,1)$$

وعندما نعتبر صحيحة H_0 تكون قيمة الإحصاءة هي:

$$Z_0 = \frac{0.7 - 0.5}{\sqrt{0.6 \times 0.4 \times \frac{2}{100}}} = 2.88$$

عند مستوى المعنوية 0.05 وبما أن فرضية العدم ذات الطرفين فإن القيمة الجدولية تحسب كما يلي:

$$\alpha = 0.05 \Longrightarrow Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.975} = 1.96$$

نلاحظ أن القيمة المحسوبة Z_0 تقع في منطقة رفض H_0 ومنه نرفض H_0 ، وبالتالي يمكن القول أن نسبة الغياب الحقيقية في القطاعين مختلفة عند مستوى المعنوية 5٪.

حل التمرين السادس

ليكن المتغير العشوائي X_i يمثل كمية المادة الفعالة المضافة إلى كل حبة.

نريد اختبار الفرضيات التالية:

$$H_0: \sigma^2 = 1.5$$
$$H_1: \sigma^2 \neq 1.5$$

لدينا إحصاءة الاختبار هي:

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \rightsquigarrow \lambda^2_{n-1}$$

وعندما نعتبر صحيحة H_0 تكون قيمة الإحصاءة هي:

$$\lambda_0^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = 29.29$$

عند مستوى المعنوية 0.05 وبما أن فرضية العدم ذات الطرفين فإن القيمة الجدولية تحسب كما يلي:

$$\alpha = 0.05 \Longrightarrow {\lambda^2}_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} = {\lambda^2}_{0.975,19} = 41.9$$
$$\alpha = 0.05 \Longrightarrow {\lambda^2}_{\frac{\alpha}{2},n-1} = {\lambda^2}_{0.025,19} = 13.8$$

نلاحظ أن القيمة المحسوبة Z_0 تقع في منطقة قبول H_0 ومنه نقبل H_0 ، وبالتالي ادعاء الإدارة صحيح عند مستوى المعنوية 5٪ .

حل التمرين السابع

أخذت عينتان مستقلتان من مجتمعين طبيعيين فكانت النتائج كما يلي:

	العينة الأولى	**العينة الثانية**
الحجم	8	9
الوسط الحسابي	17.4	13.2
التباين	16	22

المطلوب: اختبر الفرضية $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ مقابل الفرضية $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ عند مستوى المخاطرة 0.95.