Centre Universitaire Abd El hafid Boussouf -MILA
Département de GM/EM 2ème année Master Electromécanique
Enseignant : Dr. TIAR Mourad Matière: TP Techniques de Commande Avancée

# TP 2 Commande par retour d'état

1. **Objectifs du TP :**

- Présentation de méthode de placement de pôles
- Conception de Régulateur par retour d'état avec un intégrateur ;
- Programmation et simulation de système contrôlé par ce régulateur sous Matlab/Simulink;

2. **Méthode de placement de pôles**

- Un système Linéaire continu ayant une fonction de transfert dont l'équation

Caractéristique est de la forme :

$$s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s \quad + a_0 = 0$$

- Pour modifier la réponse, il faut changer la position des pôles par changement des coefficients $a_i$ . En introduisant les paramètres Ki dans l'équation caractéristique,

Elle devient de la forme **:**

$$s^n + (K_n + a_{n-1})s^{n-1} + \cdots + (K_2 + a_1 s) \quad + (K_1 + a_0) = 0$$

On peut définir l'équation caractéristique par relation suivant :

$$\boldsymbol{P_{A-BK}(s) = det(sI - (A - BK))}$$

- Cette équation détermine les nouveaux pôles du système en boucle fermée dont les positions peuvent être ajustées en choisissant convenablement les K.

Sachant que l'équation désirée est donnée par :

$$s^n + d_{n-1}s^{n-1} + \cdots + d_1 s + d_0 = 0$$

En identifiant les deux équations caractéristiques précédentes :

$$d_i = a_i + k_i$$

## 3. Conception du Régulateur par retour d'état :

La conception du régulateur dans l'espace d'état permet de spécifier les pôles d'un système, pour obtenir la réponse temporelle voulue. Cependant, elle ne permet pas de spécifier les zéros d'un système ; c'est un désavantage, puisque les zéros peuvent modifier la réponse transitoire. Pour un système ayant une fonction de transfert dont l'équation caractéristique est de la forme:

$$s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \cdots + a_1 s \quad + a_0 = 0$$

Les solutions de cette équation déterminent les pôles du système qui décrivent la dynamique de ce dernier. Pour modifier la réponse, il faut trouver n paramètres ajustables ceci revient à changer la position des pôles par changement des coefficients $a_i$
En introduisant les paramètres ***Ki*** dans l'équation caractéristique, elle devient de la forme :

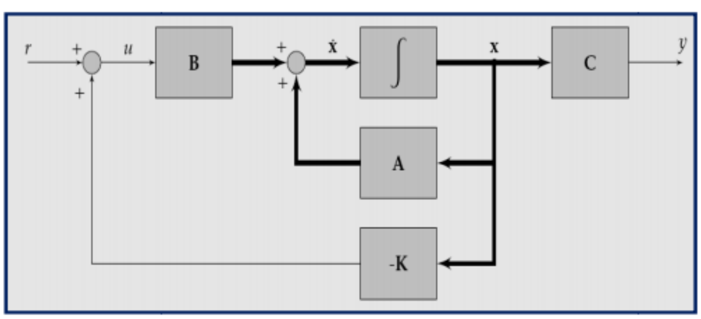
Soit le système :

$$\dot{x} = A\,x + \,B\,u$$

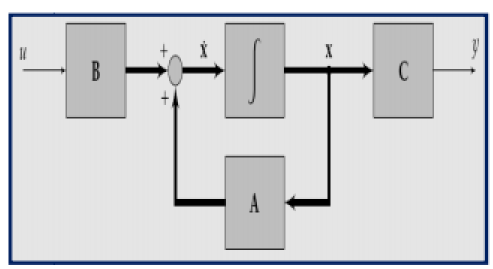
$$y = C\,x + \,D\,u$$

La loi de commande par retour d'état est définie par

$$u = \,-K\,x + r = [-\,K_1 \quad -K_2 \quad -K_3 \,.... \;-K_n]\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \,r$$




**(B)**




**(A)**

Représentation d'un système en espace d'état
**(A)** San retour d'état **(B)** avec retour d'état

Les équations d'état du système en boucle fermée s'écrivent

$$\dot{x} = A\,x + B\,u = A\,x + B(-K\,x + r) = (A - B\,K)x + B\,r$$

$$y = C\,x + D\,u$$

**4. Design en fonction de l'erreur statique par contrôle intégral :**

Cette section présente le design de contrôleurs afin d'éliminer l'erreur statique d'un ´ système. La figure montre un système avec contrôle standard, montre en pointille, auquel on a ajoute un parcours de feedback et un intégrateur.

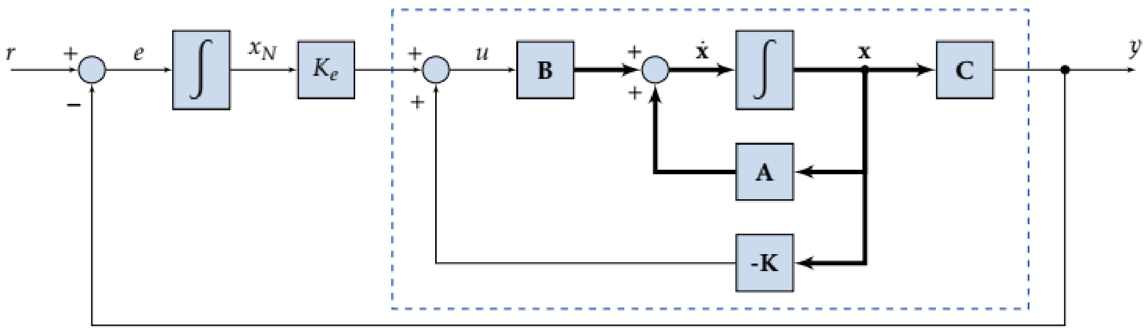



Figure – Diagramme bloc d'un système avec contrôle intégral

Une variable d'état additionnelle, $x_N$, a été ajoutée a la sortie de l'intégrateur de gauche. ´ L'erreur est la dérivée de cette variable d'état. Selon la figure,

$$\dot{x}_N = r - \mathbf{Cx}$$

Si on écrit les équations d'état,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{B}u \\ \dot{x}_N &= -\mathbf{Cx} + r \\ y &= \mathbf{Cx} \end{aligned}$$

On peut écrire ces équations d'état comme des matrices et vecteurs augmentes,

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$y = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ x_N \end{bmatrix}$$

Puisque

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{A}-\mathbf{BK}) & \mathbf{B}K_e \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ x_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$y = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ x_N \end{bmatrix}$$

Le type du système a donc été augmente, et on peut utiliser l'équation caractéristique du système augmente pour calculer K et $K_e$, selon la réponse transitoire voulue. Il y a cependant un pole supplémentaire dans le système, qu'il faudra déterminer pendant la conception. L'effet de ce pole sur la réponse transitoire du système doit être pris en considération. On peut essayer d'annuler le pole avec un zéro, si possible. ´

## 5. Travail demandé

Dans un fichier script, écrire le programme qui permet de :

### I Analyse de système en boucle ouvert :

1. Ecrire le système sous la forme d'état.
2. Calculer la fonction de transfert G(s).
   - Quelle est l'ordre du système ?
   - Calculer et représenter dans le plan complexe les pôles et les zéros du système, utiliser la fonction de Matlab : **roots** et **pzmap**
   - Visualiser la réponse indicielle.
   - Conclure sur la stabilité.
3. Vérifier que le dénominateur de la fonction de transfert ***G(s)*** correspond au polynôme caractéristique de la matrice d'état A.
4. Vérifier que les pôles du système correspondent aux valeurs propres de la matrice d'état ***A,*** utiliser la fonction Matlab : **eig**
5. Analyser les performances temporelles du système (fonction de transfert et représentation d'état ) en utilisant la fonction Matlab **step**,

### II Commande par retour d'état par placement des pôles :

**a. Commandabilité :**

- Après avoir construire la matrice de commandabilté à laide de fonction de Matlab **ctrb**, vérifier la commandabilité de système utilisant la fonction **det et rank.**

**b. Calcule de la matrice de retour d'état :**

1. Calculer le vecteur de gain ***K*** en utilisant la commande ***« place ».***

2. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée ***H(s)*** à partir de la représentation d'état.
    - Vérifier la stabilité du système bouclé.
    - Conclure.
3. Vérifier que le dénominateur de la fonction de transfert ***H(s)*** correspond au polynôme caractéristique de la matrice (***A–BK***).
4. Vérifier que les pôles du système correspondent aux valeurs propres de la matrice (***A-BK***).
5. Analyser les performances temporelles du système (fonction de transfert et représentation d'état ) en utilisant la fonction Matlab **step**,

**c. Commande par retour d'état avec action intégral :**

**a.** Définir le système augmenté

**b.** Calculer le nouveau vecteur de gain ***K***($K_i$ ,$K_1$, $K_2$ ) en utilisant la commande ***« place »*** permettant de réduire l'erreur statique.

**c.** Analyser les performances temporelles du système (fonction de transfert et représentation d'état) en utilisant la fonction Matlab **step**,

**d. Simulation sous Matlab/Simulink et test de poursuite**

1. A l'aide de Simulink, visualiser en même temps sur un oscilloscope :
    - La réponse indicielle en boucle ouverte (sans la commande de retour d'état).
    - La réponse indicielle en boucle fermée (avec la commande de retour d'état).
    - La réponse indicielle en boucle fermée (avec la commande de retour d'état et l'action intégral).
2. Imposer une entrée variable pour tester le poursuite du système.
3. Donner vos conclusions

**e. Conclusions**

- Principe de commande utilisée ?
- Influence de la commande utilisée sans intégrateur ?
- Influence de la commande utilisée avec l'intégrateur ?