

# **Chapitre 2**

Transfert de Chaleur

## II. Généralités Sur Les Transferts De Chaleur

La thermodynamique permet de prévoir la quantité totale d'énergie qu'un système doit échanger avec l'extérieur pour passer d'un état d'équilibre à un autre.

La thermique (ou thermocinétique) se propose de décrire quantitativement (dans l'espace et dans le temps) l'évolution des grandeurs caractéristiques du système, en particulier la température, entre l'état d'équilibre initial et l'état d'équilibre final.

Définitions

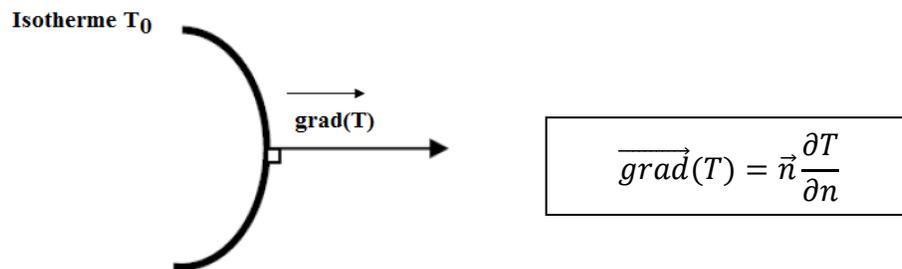
### II.1 Champ de température

Les transferts d'énergie sont déterminés à partir de l'évolution dans l'espace et dans le temps de la température :  $T = f(x, y, z, t)$ . La valeur instantanée de la température en tout point de l'espace est un scalaire appelé champ de température. Nous distinguerons deux cas :

- Champ de température indépendant du temps : le régime est dit permanent ou stationnaire.
- Evolution du champ de température avec le temps : le régime est dit variable ou transitoire.

#### II.1.1 Gradient de température

Si l'on réunit tous les points de l'espace qui ont la même température, on obtient une surface dite surface isotherme. La variation de température par unité de longueur est maximale le long de la normale à la surface isotherme. Cette variation est caractérisée par le gradient de température :



**Fig. 1 : Isotherme et gradient thermique** Avec :  $\rightarrow n$  vecteur unitaire de la normale  $\partial T / \partial n$  dérivée de la température le long de la normale

### II.1.2 Flux de chaleur

La chaleur s'écoule sous l'influence d'un gradient de température des hautes vers les basses températures. La quantité de chaleur transmise par unité de temps et par unité d'aire de la surface isotherme est appelée densité de flux de chaleur :

$$\Phi = \frac{1}{S} \cdot \frac{dQ}{dT}$$

Où S est l'aire de la surface (m<sup>2</sup>).

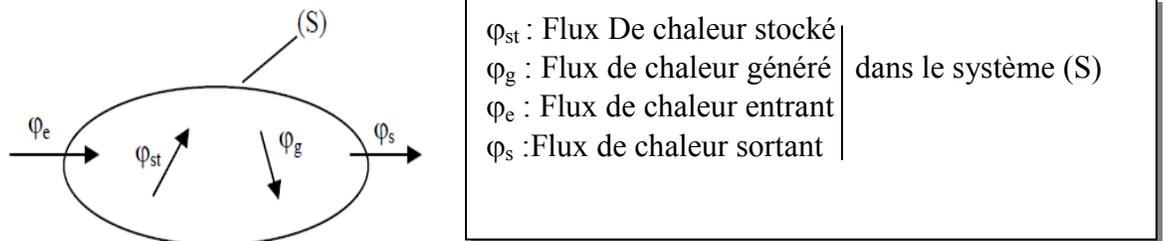
On appelle flux de chaleur la quantité de chaleur transmise sur la surface S par unité de temps

$$\varphi = \frac{dQ}{dT}$$

## II.2. Formulation d'un problème de transfert de chaleur

### II.2.1 Bilan d'énergie

Il faut tout d'abord définir un système (S) par ses limites dans l'espace et il faut ensuite établir l'inventaire des différents flux de chaleur qui influent sur l'état du système et qui peuvent être :



**Fig.2 : Système et bilan énergétique**

Pour déterminer le flux de chaleur global, on applique le 1er principe de la thermodynamique afin d'établir le bilan d'énergie du système (S) :

On obtient alors :

$$\varphi_e + \varphi_g = \varphi_s + \varphi_{st}$$

### II.2.2 Expression des flux d'énergie

Il faut ensuite établir les expressions des différents flux d'énergie. En reportant ces expressions dans le bilan d'énergie, on obtient l'équation différentielle dont la résolution permet de connaître l'évolution de la température en chaque point du système.

### II.2.2.1 Conduction

C'est le transfert de chaleur au sein d'un milieu opaque, sans déplacement de matière, sous l'influence d'une différence de température. La propagation de la chaleur par conduction à l'intérieur d'un corps s'effectue selon deux mécanismes distincts : une transmission par les vibrations des atomes ou molécules et une transmission par les électrons libres.

La théorie de la conduction repose sur l'hypothèse de Fourier : la densité de flux est proportionnelle au gradient de température :

$$\vec{\varphi} = -\lambda S \overrightarrow{\text{grad}}(T)$$

En général

$$\varphi = -\lambda S \left( \frac{\partial T}{\partial X} \right)$$

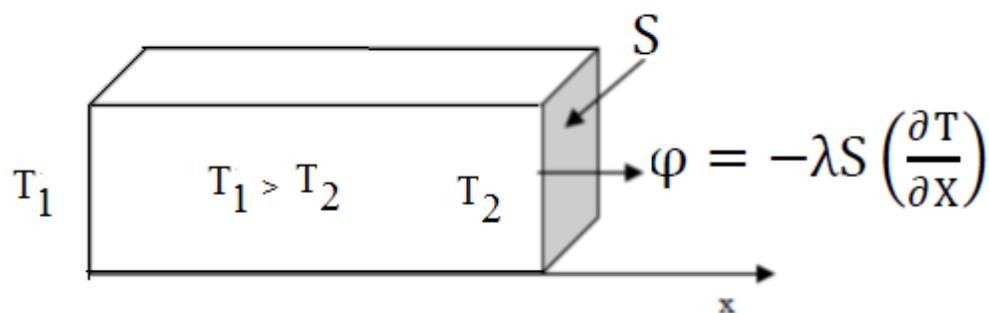
Avec :

$\varphi$  : Flux de chaleur transmis par conduction (W)

$\lambda$  : Conductivité thermique du milieu ( $\text{W m}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ )

$x$  : Variable d'espace dans la direction du flux (m)

$S$  : Aire de la section de passage du flux de chaleur ( $\text{m}^2$ )



**Fig.3: Schéma du transfert de chaleur conductif**

On trouvera dans le tableau 1 les valeurs de la conductivité thermique  $\lambda$  de certains matériaux parmi les plus courants.

**Tableau 1 : Conductivité thermique de certains matériaux**

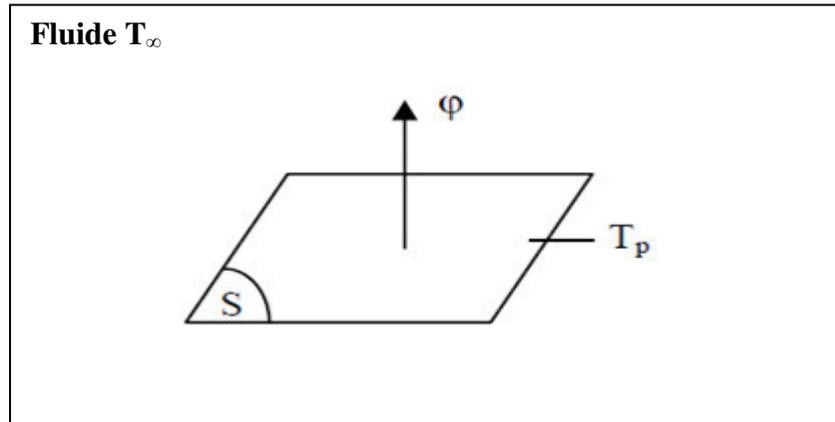
Matériau	$\lambda$ (W.m <sup>-1</sup> . °C <sup>-1</sup> )	Matériau	$\lambda$ (W.m <sup>-1</sup> . °C <sup>-1</sup> )
Argent	419	Plâtre	0,48
Cuivre	386	Amiante	0,16
Aluminium	204	Bois (feuillu-résineux)	0,12-0,23
Acier doux	45	Liège	0,044-0,049
Acier inox	15	Laine de roche	0,038-0,041
Glace	1,88	Laine de verre	0,035-0,051
Béton	1,4	Polystyrène expansé	0,036-0,047
Brique terre cuite	1,1	Polystyrène extrudé	0,028
Verre	1,0	Air	0,026
Eau	0,60	Polyuréthane (mousse)	0,030-0,045

### II.2.2.2 Convection

C'est le transfert de chaleur entre un solide et un fluide, l'énergie étant transmise par déplacement du fluide.

La convection thermique est le transfert d'énergie entre deux milieux, dont l'un au moins est un fluide, par un déplacement moléculaire. Il implique les effets combinés de la conduction et du mouvement du fluide. En l'absence de mouvement du fluide, le transfert de chaleur est assuré exclusivement par la conduction pure. Indépendamment de la nature de la convection (libre ou forcée), le flux de chaleur est exprimé par la loi de Newton de refroidissement :

$$\dot{Q}_{Conv} = hA_p (T_p - T_\infty)$$



**Fig. 4 : Schéma du transfert de chaleur convectif**

Avec :

$\phi$  : Flux de chaleur transmis par convection (W)

$h$  : Coefficient de transfert de chaleur par convection ( $\text{W m}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ )

$T_p$  : Température de surface du solide ( $^\circ\text{C}$ )

$T_\infty$  : Température du fluide loin de la surface du solide ( $^\circ\text{C}$ )

$A_p$  Aire de la surface de contact solide/fluide ( $\text{m}^2$ )

**Exemple 1 :** Soit un fil traversé par un courant électrique d'une intensité  $I=1,5$  A. Lorsque ses dimensions sont respectivement  $D=3$  mm et  $L=2$  m, la différence de potentiel entre les bornes est de 60 Volts. Si la température du milieu extérieur est de  $15^\circ\text{C}$ , calculer le coefficient  $h$  pour que le fil préserve une température  $T_p \leq 150$   $^\circ\text{C}$  ?

**Solution :** La puissance consommée dans le fil électrique est :

$$P = U * I = 60 * 1,5 = 90 \text{ Watt.}$$

La surface d'échange est la surface latérale du fil électrique :

$$A_p = \pi D * L = 3,14 * 2 * 3 * 10^{-3} = 18,85 * 10^{-3} \text{ m}^2$$

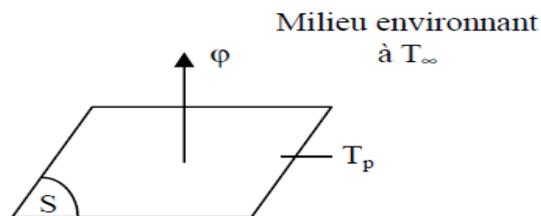
Conformément au principe de la conservation de l'énergie, on a :

$$P = \dot{Q}_{Conv} = hA_p (T_p - T_\infty) \quad \Rightarrow$$

$$h = \frac{P}{A_p (T_p - T_\infty)} = \frac{90}{18,85 * 10^{-3} * (150 - 15)} = 35,367 \text{ W } /(\text{m}^2 * \text{K})$$

**Remarque :** La valeur du coefficient de transfert de chaleur par convection  $h$  est fonction de la nature du fluide, de sa température, de sa vitesse et des caractéristiques géométriques de la surface de contact solide/fluide.

### II.2.2.3 Rayonnement



**Fig.5 : Schéma du transfert de chaleur radiatif**

Le rayonnement c'est un transfert d'énergie électromagnétique entre deux surfaces (même dans le vide). Dans les problèmes de conduction, on prend en compte le rayonnement entre un solide et le milieu environnant et dans ce cas nous avons la relation suivante :

$$\phi = \sigma \epsilon_p S (T_p^4 - T_\infty^4)$$

Avec:

$\phi$ : flux de chaleur transmise par rayonnement (W);

$\sigma$ : constante de Stefan ( $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ );

$\epsilon_p$  Facteur d'émission de la surface

$T_p$  Température de la surface (K)

$T_\infty$  Température du milieu environnant la surface (K)

S Aire de la surface (m<sup>2</sup>)

### II.2.2.4 Stockage d'énergie

Le stockage d'énergie dans un corps correspond à une augmentation de son énergie interne au cours du temps d'où (à pression constante et en l'absence de changement d'état) :

$$\phi_{st} = \rho V c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Avec :

$\phi_{st}$  : Flux de chaleur stocké (W)

$\rho$  : Masse volumique ( $\text{kg m}^{-3}$ )

$V$  : Volume ( $\text{m}^3$ ) ;  $c$  Chaleur spécifique ( $\text{J kg}^{-1} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ )

$T$  : Température ( $^\circ\text{C}$ ) ;  $t$  Temps (S)

Le produit  $\rho V c$  est appelé la capacitance thermique du corps.

### II.2.2.5 Génération d'énergie

Elle intervient lorsqu'une autre forme d'énergie (chimique, électrique, mécanique, nucléaire) est convertie en énergie thermique. On peut l'écrire sous la forme :

$$\phi_g = \dot{q} V$$

Avec :  $\phi_g$  Flux d'énergie thermique générée (W)

$\dot{q}$  Densité volumique d'énergie générée ( $\text{W m}^{-3}$ )

$V$  Volume ( $\text{m}^3$ )

## II.3 Transfert de chaleur par conduction en régime Permanent

### II.3.1 L'équation de la chaleur

Dans sa forme monodimensionnelle, elle décrit le transfert de chaleur unidirectionnel au travers d'un mur plan :

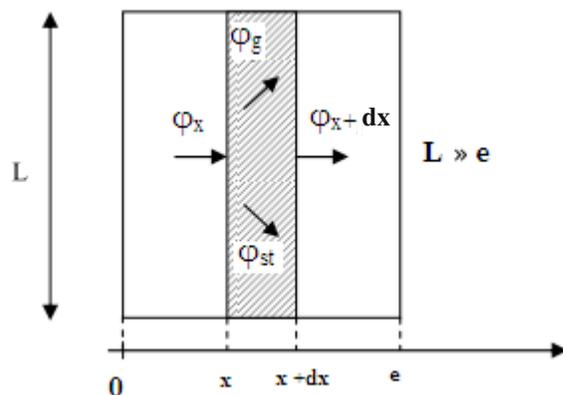


Fig. 6 : Bilan thermique sur un système élémentaire

Considérons un système d'épaisseur  $dx$  dans la direction  $x$  et de section d'aire  $S$  normalement à la direction  $Ox$ . Le bilan d'énergie sur ce système s'écrit :

$$\varphi_x + \varphi_g = \varphi_{x+dx} + \varphi_{st}$$

Avec :

$$\varphi_x = -\lambda S \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_x \quad \text{et} \quad \varphi_{x+dx} = -\lambda S \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x+dx}$$

$$\varphi_g = \dot{q} S dx$$

$$\varphi_{st} = \rho c S dx \frac{\partial T}{\partial t}$$

En reportant dans le bilan d'énergie et en divisant par  $dx$ , nous obtenons :

$$\frac{(\lambda S \frac{\partial T}{\partial x})_{x+dx} - (\lambda S \frac{\partial T}{\partial x})_x}{dx} + \dot{q} S = \rho c S \frac{\partial T}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda S \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{q} S = \rho c S \frac{\partial T}{\partial t}$$

Et dans le cas tridimensionnel, nous obtenons l'équation de la chaleur dans le cas le plus général :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

Cette équation peut se simplifier dans un certain nombre de cas :

- Si le milieu est isotrope :  $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z = \lambda$
- Si il n'y a pas de génération d'énergie à l'intérieur du système :  $\dot{q} = 0$
- Si le milieu est homogène,  $\lambda$  n'est fonction que de  $T$ .

$$\lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{d\lambda}{dT} \left[ \frac{\partial T^2}{\partial x^2} + \frac{\partial T^2}{\partial y^2} + \frac{\partial T^2}{\partial z^2} \right] = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$$

d) Si de plus  $\lambda$  est constant (écart modéré de température), nous obtenons l'équation de Poisson :

$$a \nabla^2 T = \frac{\partial T}{\partial t}$$

Le rapport  $a = \lambda / cp$  est appelé la diffusivité thermique ( $m^2.s^{-1}$ ) qui caractérise la vitesse de propagation d'un flux de chaleur à travers un matériau.

e) En régime permanent, nous obtenons l'équation de Laplace :

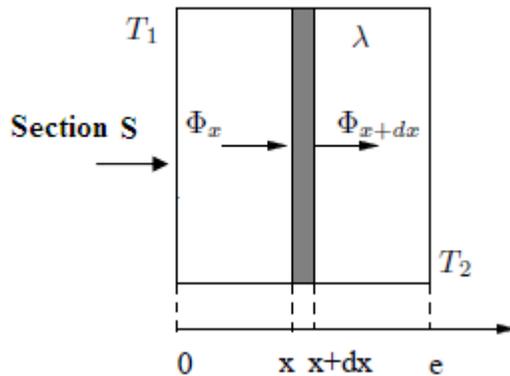
$$a \nabla^2 T = 0$$

### II.3.2 Transfert unidirectionnel

#### II.3.2.1 Mur simple

On se placera dans le cas où le transfert de chaleur est unidirectionnel et où il n'y a pas de génération ni de stockage d'énergie.

On considère un mur d'épaisseur  $e$ , de conductivité thermique  $\lambda$  et de grandes dimensions transversales dont les faces extrêmes sont à des températures  $T_1$  et  $T_2$  :



**Fig.7 : Bilan thermique élémentaire sur un mur simple**

En effectuant un bilan thermique sur le système (S) constitué par la tranche de mur comprise entre les abscisses  $x$  et  $x + dx$ , En régime stationnaire :

Le flux thermique est conservé à travers les différentes sections droites du solide. Pour une plaque plane de largeur  $L$ , on a :

$$\dot{Q}_{cond} = -\lambda A \left( \frac{dT}{dx} \right) = C_1$$

En supposant que la conductivité thermique du matériau est constante, l'intégration de cette équation différentielle ordinaire permet d'établir le profil de la température qui est une droite dont l'allure est :

$$T(x) = C_1 x + C_2$$

En utilisant les conditions aux limites de part et d'autre de la paroi, on a :

$$C.L.1: \quad x=0, \quad T=T_0 \quad \Rightarrow C_2 = T_0$$

$$C.L.2: \quad x=L, \quad T=T_L \quad \Rightarrow C_1 = \frac{T_L - T_0}{L}$$

D'où le profil recherché :

$$T(x) = \frac{T_L - T_0}{L} x + T_0$$

Et le flux thermique entre les deux faces est :

$$\dot{Q} = -\lambda * A * \frac{dT}{dx} = \frac{\lambda A}{L} (T_0 - T_L)$$

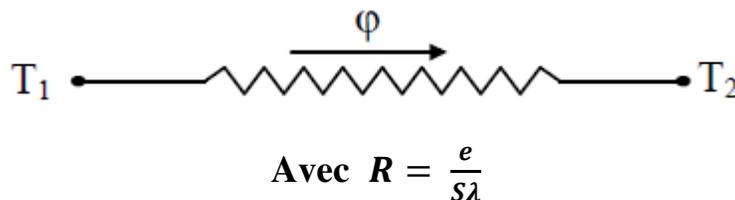
Pour un matériau composite dont le nombre de couches est n, le flux thermique à travers les différentes lamelles du mur a pour expression :

$$\dot{Q} = \frac{\lambda_i A}{L_i} (T_{i-1} - T_i) = Cste$$

La relation précédente peut également se mettre sous la forme :

$$\varphi = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e}{S\lambda}}$$

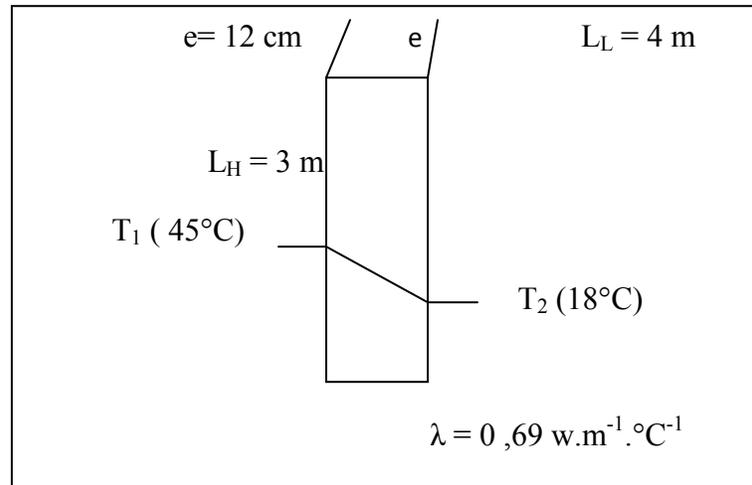
cette relation est analogue à la loi d'Ohm en électricité qui définit l'intensité du courant comme le rapport de la différence de potentiel électrique sur la résistance électrique. La température apparaît ainsi comme un potentiel thermique et le terme  $e/S\lambda$  apparaît comme la résistance thermique d'un mur plan d'épaisseur  $e$ , de conductivité thermique  $\lambda$  et de surface latérale  $S$ . On se ramène donc au schéma équivalent représenté sur la Fig.8.



**Fig.8 : Schéma électrique équivalent d'un mur simple**

**Exemple 2 :**

Calculer la perte calorifique au travers d'un mur en briques de 12 cm d'épaisseur, 3 m de hauteur et de 4 m de largeur. Les températures des deux faces du mur sont respectivement de 45°C et de 18°C. ( $\lambda = 0,69 \text{ W/m} \cdot ^\circ\text{C}$ )

**Corrigé :**

La densité du flux de Conduction en régime permanent :  $\Phi$  est constant

$$\Phi \cdot dx = \phi \cdot S = -\frac{\lambda dT}{dx} \cdot S \Rightarrow \Phi \cdot dx = -dT \Rightarrow \Phi \int_0^e dx = \int_{T_1}^{T_2} -\lambda S dT$$

$$\Rightarrow \Phi \cdot e = \lambda \cdot S (T_1 - T_2) \text{ donc}$$

$$\Phi = \frac{\lambda \cdot S (T_1 - T_2)}{e}$$

$$\text{A.N.} \quad \Phi = \frac{0,69 (45-18) \cdot 3 \cdot 4}{0,12} = 1863 \text{ watt}$$

**II.3.2.2 Mur multicouches**

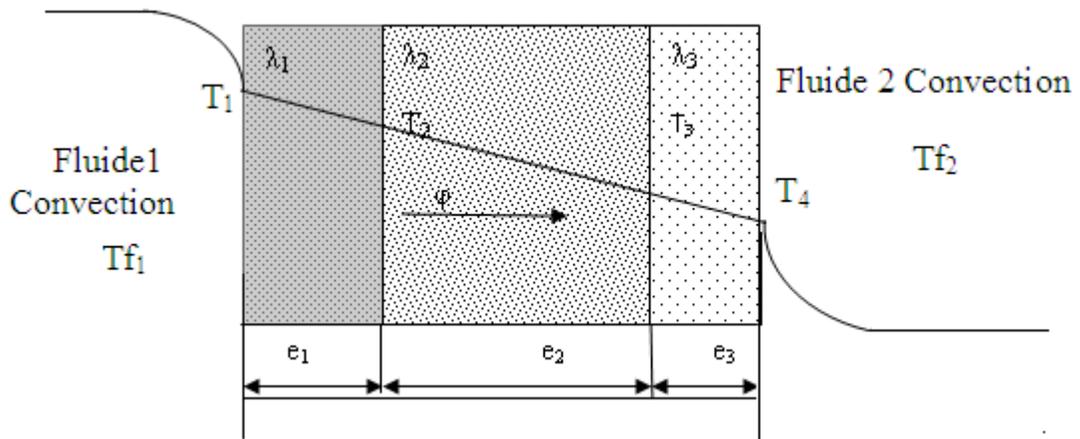
C'est le cas des murs réels constitués de plusieurs couches de matériaux différents et où on ne connaît que les températures  $T_{f1}$  et  $T_{f2}$  des fluides en contact avec les deux faces du mur de surface latérale  $S$ : Les surfaces isothermes sont planes et parallèles, la résistance d'un mur s'écrit  $R = e / \lambda S$  avec  $e$ , épaisseur du mur et  $S$  sa surface.

D'où

$$R_{eq} = \sum_{i=1}^N \frac{e_i}{\lambda_i S} + \frac{1}{h_1 S} + \frac{1}{h_2 S}$$

Alors le flux  $\phi$  échangé lors de la traversée du mur multicouche est donné par la relation:

$$\phi(W) = \frac{T_{fl1} - T_{fl2}}{\frac{1}{h_1 S} + \frac{1}{h_2 S} + \frac{e_1}{\lambda_1 S} + \frac{e_2}{\lambda_2 S} + \frac{e_3}{\lambda_3 S}}$$



**Fig. 8 : flux et températures dans un mur multicouches**

Nous avons considéré que les contacts entre les couches de différentes natures étaient parfaits et qu'il n'existait pas de discontinuités de températures aux interfaces. En réalité, compte tenu de la rugosité de surfaces, une micro-couche d'air existe entre les creux des surfaces en regard et il créa une résistance thermique  $R$  (l'air est isolant) appelée résistance thermique de contact.

### Exemple 3 :

Le mur d'un four comporte trois couches de matériaux différents accolées les unes aux autres (en serie) :

- Une couche de briques réfractaires ( $\lambda = 1,21 \text{ W/m.}^\circ\text{C}$ );
- Une couche de revêtement calorifuge ( $\lambda = 0,08 \text{ W/m.}^\circ\text{C}$ );

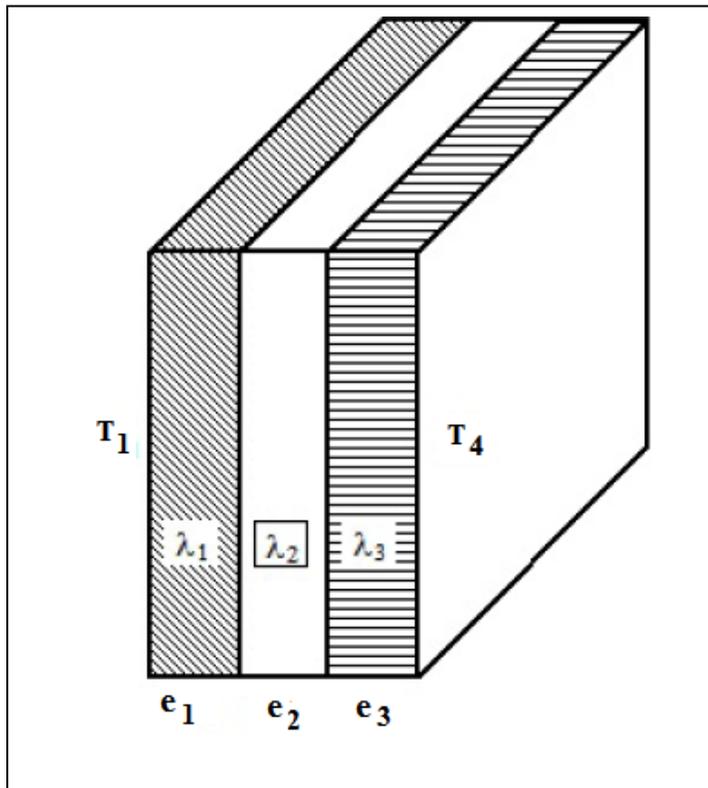
- Une couche de briques ( $\lambda = 0,69 \text{ W/m}\cdot\text{°C}$ ).

Chaque couche a une épaisseur de 10 cm. La température est de  $872\text{°C}$  à l'intérieur du four et de  $32\text{°C}$  à l'extérieur.

1. Si la surface du mur est de  $42 \text{ m}^2$ , calculer la perte calorifique par conduction pendant 24 heures en joule.
2. Quelle est la température  $T_m$  au milieu du revêtement ?

**Corrigé :**

**1) Calcul de la perte calorifique**



La conduction à travers un mur composites en régime permanent :  $\Phi$  est constant

$$\Phi = \varphi \cdot S = -\frac{\lambda dT}{dX} \cdot S$$

On intègre pour chaque épaisseur l'équation de flux de chaleur chaque valeur de  $\lambda$  constante

$$\Phi \int_0^e dx = \int_{T_1}^{T_2} -\lambda S dT \quad \text{on aura} \quad \Phi \cdot e_1 = \lambda \cdot S_1 (T_1 - T_2)$$

**Puisque**  $\Phi$  est constant nous pouvons écrire :

$$\Phi = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e_1}{\lambda_1 S}} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{e_2}{\lambda_2 S}} = \frac{T_3 - T_4}{\frac{e_3}{\lambda_3 S}}$$

**Finalement**

$$\Phi = \frac{T_1 - T_4}{\frac{e_1}{\lambda_1 S} + \frac{e_2}{\lambda_2 S} + \frac{e_3}{\lambda_3 S}}$$

$$\text{A.N. } \Phi = \frac{872 - 32}{\frac{0.1}{1.21 \cdot 42} + \frac{0.1}{0.08 \cdot 42} + \frac{0.1}{0.69 \cdot 42}} \quad \Phi = 23,877 \text{ Kw}$$

La perte calorifique par conduction pendant 24 heures ce n'est que  $\Phi \cdot 24 \text{ h}$ .

$$\text{D'où } \Phi = 24 \cdot 23.877 = 573,048 \text{ kw.h}$$

Sachant que, Un kilowattheure vaut 3 600 kilojoules.

$$\Phi = 573,048 \cdot 3600 \cdot 1000 = 2,06 \cdot 10^9 \text{ J}$$

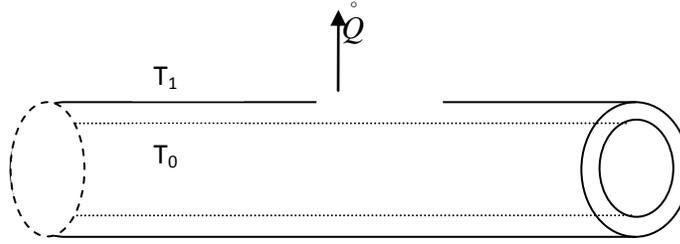
- 2) Pour calculer  $T_m$  il est impératif de calculer  $T_2$  et  $T_3$  car  $T_m$  se trouve entre les deux températures.

$$T_2 = T_1 - \Phi \frac{e_1}{\lambda_1 S}; \quad T_3 = T_4 + \Phi \frac{e_3}{\lambda_3 S} \quad \text{et} \quad T_m = \frac{T_2 + T_3}{2}$$

$$T_2 = 825 \text{ }^\circ\text{C}; \quad T_3 = 114.4 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T_m = 469,7 \text{ }^\circ\text{C}$$

### II.3.2.3 Section cylindrique



**Fig.9 : Schéma de transfert dans un cylindre creux**

En régime stationnaire, le flux thermique est conservé à travers les différentes couches cylindriques du solide. Pour un cylindre d'épaisseur  $dr$  et de longueur  $L$ , le flux thermique s'écrit :

$$\phi = -\lambda A \left( \frac{dT}{dr} \right) = C_1$$

avec  $A = 2\pi r L$

En supposant que la conductivité thermique du matériau est constante, l'intégration de cette équation différentielle ordinaire permet d'établir le profil de la température dont l'allure est :

$$T(r) = C_1 \ln r + C_2$$

En utilisant les conditions aux limites de part et d'autre de la paroi du cylindre, on a :

$$C.L.1: \quad r = R_0, \quad T = T_0 \quad \Rightarrow T_0 = C_1 \ln R_0 + C_2$$

$$C.L.2: \quad r = R_1, \quad T = T_1 \quad \Rightarrow T_1 = C_1 \ln R_1 + C_2$$

Il en découle que le profil de température suit une loi logarithmique avec :

$$C_1 = \frac{T_1 - T_0}{\ln\left(\frac{R_1}{R_0}\right)} \quad \text{et} \quad C_2 = T_0 - \frac{T_1 - T_0}{\ln\left(\frac{R_1}{R_0}\right)} \ln R_0$$

et le flux thermique entre les deux faces est :

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= -\lambda * A * \frac{dT}{dx} = -2\pi r L \lambda \frac{dT}{dr} \\ \dot{\phi} &= 2\pi L \lambda \frac{T_0 - T_1}{\ln\left(\frac{R_1}{R_0}\right)} \end{aligned}$$

Pour un matériau composite dont le nombre de couches est n, le flux thermique à travers les différentes couches cylindriques a pour expression :

$$\dot{\phi} = 2\pi L \lambda_i \frac{T_{i-1} - T_i}{\ln\left(\frac{R_i}{R_{i-1}}\right)}$$

En résolvant par rapport à l'écart de températures pour les différents matériaux, on a :

$$(T_0 - T_1) = \frac{1}{2\pi} \frac{\dot{\phi}}{L} \frac{1}{\lambda_1} \ln\left(\frac{R_1}{R_0}\right)$$

$$(T_1 - T_2) = \frac{1}{2\pi} \frac{\dot{\phi}}{L} \frac{1}{\lambda_2} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$(T_{n-1} - T_n) = \frac{1}{2\pi} \frac{\dot{Q}}{L} \frac{1}{\lambda_n} \ln\left(\frac{R_n}{R_{n-1}}\right)$$

Par addition membre à membre, la différence de température entre les bornes extrêmes des sections du tube cylindrique s'écrit :

$$(T_0 - T_n) = \frac{\dot{\phi}}{2\pi L} * \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\lambda}\right)_i * \ln\left(\frac{R_i}{R_{i-1}}\right)$$

De façon analogue, la résistance thermique de la tranche (sandwich) i est:

$$Rt_i = \frac{1}{2\pi L \lambda_i} \ln\left(\frac{R_i}{R_{i-1}}\right)$$

Par conséquent, la résistance globale  $Rt_G$  d'un mur composite est :

$$Rt_G = \frac{1}{2\pi L} \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln\left(\frac{R_i}{R_{i-1}}\right)$$

#### Exemple 4 :

Une conduite cylindrique en acier à conductivité thermique  $\lambda = 46 \text{ W/m.}^\circ\text{C}$ , de diamètre intérieur  $\text{Ø1} = 44 \text{ mm}$  et extérieur  $\text{Ø2} = 54 \text{ mm}$ , transporte un fluide chaud.

Calculez le flux de chaleur perdu par mètre de longueur pour un écart de température de 1°C entre les surfaces internes et externes de la canalisation.

**Solution**

$$d\Phi = -\lambda S \frac{dT}{dr} = -\lambda 2\pi r L \frac{dT}{dr}$$

Séparation de variable  $\Rightarrow$

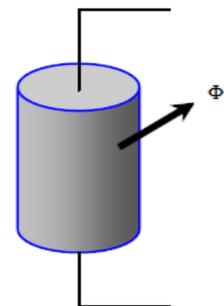
$$\int \frac{d\Phi}{L} = \lambda \int \frac{-2\pi r dT}{dr}$$

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{d\Phi}{L} = \lambda \int_{T_1}^{T_2} -2\pi r dT \quad \Rightarrow \quad \frac{\Phi}{L} = \frac{-2\pi \lambda}{LN \frac{r_2}{r_1}} \Rightarrow \Phi = \frac{46 * 2 * 3.14}{LN \frac{27}{22}} = 1410,58 \text{ w/m}$$

**Exemple 5 :**

Une résistance électrique de forme cylindrique, de longueur 1,5cm et de diamètre 0,4cm, est utilisée dans un circuit électrique. Cette résistance dissipe une puissance de 0,6W. On suppose que le transfert de chaleur est uniforme dans toute la résistance.

-Déterminez la quantité de chaleur dissipée par cette résistance en 24h. De même la densité de ce flux de chaleur.



**Solution**

-La quantité de chaleur dissipée par cette résistance en 24h est de:

$$Q = \Phi \cdot \Delta t = (0.6 \text{ W})(24 \text{ h}) = \mathbf{14.4 \text{ Wh} = 51.84 \text{ kJ}}$$
 avec (1 Wh=3,6kJ).

-La densité du flux de chaleur est:

$$A_s = 2 \frac{\pi D^2}{4} + \pi D L = 3,14 \left( \frac{0.4}{2} + 0,4 * 1,5 \right) = \mathbf{2.136 \text{ cm}^2}$$

$$q = \frac{\Phi}{A_s} = \frac{0.6}{2,136} = \mathbf{0.28 \text{ w/cm}^2}$$