Centre universitaire Abdelhafid Boussouf, Mila
Institut des Sciences et Technologies
Département de génie mécanique
Transfert de chaleur II
Pr. S. Saouli

Exercice n°34

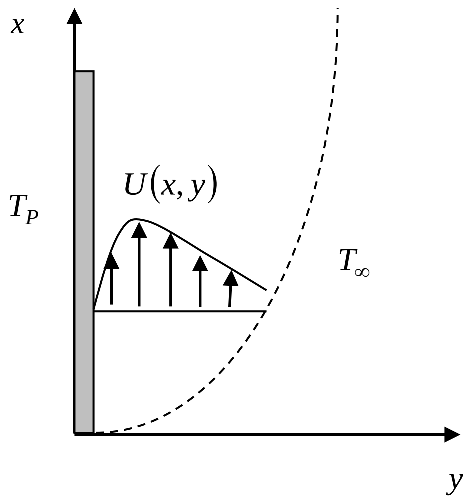
Considérons une couche limite laminaire causée par l'effet de flottaison. si le fluide est incompressible et si l'écoulement est bidimensionnel et que les propriétés thermophysiques sont constante, les équations de la couche limite, dans ce cas, s'écrivent

$$\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}=0$$

$$U\frac{\partial U}{\partial x}+V\frac{\partial U}{\partial y}=-g-\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}+\nu\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$$

$$U\frac{\partial T}{\partial x}+V\frac{\partial T}{\partial y}=a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

a) Ecrire une relation entre le gradient de la pression et l'accélération de la gravité,



b) Sachant que la masse volumique du fluide ρ est fonction de la température, écrire son expression en utilisant un développement limité autour de la température T_∞ en se limitant au premier ordre,

c) Si nous introduisons le coefficient d'expansion thermique β défini par la relation

$$\beta=-\frac{1}{\rho(T)}\frac{\partial\rho(T)}{\partial T}$$

déduire l'expression de la masse volumique du fluide ρ est fonction de la température relation,

d) Ecrire, à présent, les équations de la couche limite laminaire pour la convection libre,

e) Si nous introduisons les grandeurs adimensionnelles

$$\hat{x} = \frac{x}{L}, \hat{y} = \frac{y}{L}, \hat{U} = \frac{U}{U_\infty}, \hat{V} = \frac{V}{U_\infty}, \hat{T} = \frac{T - T_P}{T_P - T_\infty}$$

écrire les équations de la couche limite laminaire sous leurs formes adimensionnelles,

f) Montrer que le terme $\frac{g\beta(T_P - T_\infty)L}{U_\infty^2}$ peut être transformé et devenir

$$\frac{g\beta(T_P - T_\infty)L}{U_\infty^2} = \frac{Gr}{\mathrm{Re}_L^2}$$

où Gr est un nouveau nombre adimensionnel appelé nombre de Grashof

$$Gr = \frac{g\beta(T_P - T_\infty)L^3}{\nu^2}$$

g) Donner une interprétation physique de ce nombre,
h) Ecrire la forme finale des équations de la couche limite laminaire sous leurs formes adimensionnelles,
i) Que peut-on en conclure.

Exercice n°35

a) Ecrire, pour une surface plane verticale et isotherme, les équations de la couche limite laminaire,

b) Que doivent être les conditions aux limites,

c) Introduisons la variable η et la fonction $f(\eta)$ tel que

$$\eta = \frac{y}{x}\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{\frac{1}{4}}, \Psi(x, y) = 4\nu\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{\frac{1}{4}} f(\eta), \theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_P - T_\infty}$$

où $Gr_x = \frac{g\beta(T_P - T_\infty)x^3}{\nu^2}$, calculer les composantes de la vitesse U et V et transformer les équations de la couche limite,

d) Le nombre de Nusselt local Nu_x est calculé à partir de la loi de Newton

$$Nu_x = \frac{h_x x}{\lambda} = \frac{\left(\dfrac{q_P}{T_P - T_\infty}\right)x}{\lambda}$$

où q_P est le flux de chaleur pariétal donné par la loi de Fourier

$$q_P = -\lambda\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}$$

en fonction de la variable η et de la température adimensionnelle $\theta(\eta)$, écrire ce flux de chaleur et déduire l'expression du nombre de Nusselt local.

Exercice n°36

Sachant que la courbe du pouvoir émissif spectral $E_{\lambda,b}(\lambda,T)$ présente un maximum, trouver l'équation qui permet de déduire la loi de déplacement de Wien.

Exercice n°37

Montrer que le pouvoir émissif spectral maximal correspondant à $\lambda_m T = C_3$, est $E_b(\lambda_{\max},T) = C_4 T^5$, calculer la valeur numérique de la constante C_4.

Exercice n°38

D'après la théorie électromagnétique de la lumière, la pression de radiation dans une cavité de volume V et de température T est $P = \frac{u}{3}$ où u est la densité d'énergie par unité de volume. Déduire la loi de Stefan-Boltzmann à partir du premier et du deuxième principe de la thermodynamique.

Exercice n°39

Calculer la quantité de chaleur émise par une surface noire à $4000°C$ et déduire les fractions d'énergie émises dans les bandes spectrales suivantes :
$[0-0.38], [0.38-0.78], [0.78-\infty]\ \mu m$

Exercice n°40

La température du filament d'une lampe à incandescence est $2500\,K$. Si nous supposons que le filament est un corps noir, déterminer :

a) La fraction d'énergie rayonnée dans la bande visible,
b) La longueur d'onde correspondante à l'émission maximale.

Données : $\lambda_1 = 0{,}4\mu m$, $\lambda_2 = 0{,}76\mu m$

Exercice n°41

Considérons une sphère de diamètre $20\,cm$ à $800\,K$ suspendue dans l'air. Si nous supposons que la sphère est un corps noir, déterminer :

a) Le pouvoir émissif total,
b) La quantité de rayonnement émis pendant cinq minutes,
c) Le pouvoir émissif à la longueur d'onde $3\,\mu m$.

Exercice n°42

a) Trouver l'expression de l'élément de surface en coordonnées sphériques,
b) Déduire l'expression de l'angle solide en coordonnées sphériques sur une sphère de rayon r,
c) Calculer l'angle solide associé à une sphère et à un hémisphère.

Exercice n°43

La densité d'énergie contenue dans le volume d'une cavité contenant un rayonnement électromagnétique est

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}\overline{E}$$

De la thermodynamique statistique, nous savons que la probabilité de trouver un système N_i à l'état d'énergie E_i est donnée par la ce que nous appelons la distribution de Boltzmann

$$P = Ae^{-\frac{E_i}{kT}}$$

où k est la constante de Boltzmann et T est la température absolue du système. Par conséquent, l'énergie moyenne $\overline{E}$ d'un tel système est

$$\overline{E_i} = \frac{\int_0^\infty E_i e^{-\frac{E_i}{kT}} dE_i}{\int_0^\infty e^{-\frac{E_i}{kT}} dE_i}$$

L'hypothèse de Planck est que l'énergie échangée entre les oscillateurs sur la paroi de la cavité d'un corps noir et les ondes électromagnétiques stationnaires qui s'y trouvent se fait par paquets d'énergie discrets appelés quantas donnés par la formule

$$E_n = nh\nu$$

où n est un nombre entier.

a) Calculer l'énergie moyenne $\overline{E}$ des oscillateurs,

b) Calculer la densité d'énergie u_ν contenue dans le volume de la cavité contenant,

c) Sachant que $E_{\nu,b} = \frac{c}{4} u_\nu$, trouver l'expression du pouvoir émissif spectral E_ν

Exercice n°44

Supposons que le soleil rayonne comme un corps noir, calculer sa température à partir des données suivantes :

$R_S = 7{,}0 \times 10^8 m$: rayon du soleil, $R_{ST} = 15 \times 10^{10} m$: distance soleil-terre, $S = 1380\ W/m^2$: constante solaire (flux d'énergie rayonnée moyenne incidente sur l'atmosphère de la terre.