الفصل الخامس:

القروض واهتلاكها

1- تعريف القرض وقيمته الإسمية:

يُعرف القرض بأنه المبلغ الذي يستحق على شخص لشخص آخر سواء كان الشخص طبيعياً أو اعتبارياً.

والقيمة الإسمية للقرض هي المبلغ المتعاقد عليه والمتوجب على المقترض أداءه بتاريخ العقد للمقرض، وغالباً ما يتم حساب الفوائد على هذه القيمة، وبمعدل فائدة يُدعى بمعدل الفائدة الإسمي.

ويعد القرض طويل أو متوسط الأجل إذا تجاوزت مدة الإقتراض السنة الواحدة، ويعامل عندئذ بالفائدة المركبة عرفاً، إلا إذا اتفق على خلاف ذلك بين المتعاقدين.

2- طرق إستهلاك القروض:

يتم إستهلاك القروض بطرق مختلفة منها:

- طريقة إستهلاك القروض بالدفعات الثابتة (المتساوية).
- طريقة إستهلاك القروض بالإستهلاكات الثابتة (المتساوية).

2-1- طريقة إستهلاك القروض بالدفعات الثابتة:

في هذه الطريقة من تسديد القروض، تدفع دورياً (سنوياً، سداسياً،...) دفعة ثابتة إلى المقرض بعدد معين متفق عليه بين الطرفين (المقرض والمقترض)، بحيث أنه بتسديد الدفعة الأخيرة يتحرر المقترض تجاه المقرض حيث يكون بهذا قد سدد أصل القرض مع فوائده.

وتتكون الدفعة من جزئين أحدهما جزء من رأس المال الأصلي ويسمى الإستهلاك، والثاني الفائدة على القرض المتبقي.

إن عملية إستهلاك القروض بالدفعات الثابتة تطابق عملية تسديد قرض بدفعات نهاية الفترة (كما تناولناه في الفصل الثاني) حيث يُمثل مجموع الدفعات في نهاية مدة القرض جملة القرض. أما أصل القرض أو قيمته الحالية في بداية أول سنة تسديد فتساوي القيمة الحالية للدفعات.

لنتفرض أن:

A_0: أصل القرض.

a: قيمة الدفعة والتي تتكون من الإستهلاك والفائدة.

K: الإستهلاك: وهو يتزايد حسب السنوات.

I: الفائدة: وهي تتناقص حسب السنوات إذا تُطبق على الباقي من القرض كل سنة.

n: مدة القرض.

لدينا قانون القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة كما يلي:

$$A_0 = a\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

ومن خلال العلاقة السابقة نتحصل على قيمة الدفعة كما يلي:

$$a = A_0 \times \left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right]$$

حيث يتم إستخدام الجدول المالي رقم 5 للحصول على المقدار $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$

ويُمكن تشكيل جدول إستهلاك القروض كما يلي:

السنوات	رصيد الدين في بداية السنة	الفائدة السنوية	الدفعة	الإستهلاك للفترة	رصيد الدين في آخر السنة
1	A_0	$I_1=A_0xi$	a	$K_1=a-I_1$	A_0-K_1
2	$A_1=A_0-K$	$I_2=A_1xi$	a	$K_2=a-I_2$	A_1-K_2
3	$A_2=A_1-K$	$I_3=A_2xi$	a	$K_3=a-I_3$	A_2-K_3
.	.	.	.	.	.
4	$A_{n-1}=A_{n-2}-K$	$I_n=A_{n-1}xi$	a	$K_n=a-I_n$	$A_{n-1}-K_n$
Σ	–	$\sum_1^n I$	$\sum a = n \times a$	$\sum_1^n K$	–

مثال 5-1:

تحصلت إحدى المؤسسات على قرض قيمته 50000 وحدة نقدية، يُسدد بدفعات ثابتة سنوية في نهاية كل سنة ولمدة 6 سنوات بمعدل فائدة 7%.

المطلوب:

بطريقة الدفعات الثابتة:

1- أحسب قيمة الدفعة الثابتة؟

2- قم بإعداد جدول إستهلاك القرض؟

الحل:

$A_0 = 50000$ وحدة نقدية

$n = 6$ سنوات

$i = 7\%$

1- حساب قيمة الدفعة الثابتة:

$$a = A_0 \times \left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right] = 50000 \times \left[\frac{0.07}{1-(1.07)^{-6}}\right]$$

$$a = 50000 \times (0.2097958) = \mathbf{10489.79}$$ وحدة نقدية

2- إعداد جدول إستهلاك القرض:

السنوات	رصيد الدين في بداية السنة	الفائدة السنوية	الدفعة	الإستهلاك للفترة	رصيد الدين في آخر السنة
1	50000	3500=0.07x50000	10489.79	6989.79	43010.21
2	43010.21	3010.71=0.07x43010.21	10489.79	7479.08	35531.13
3	35531.13	2487.18=0.07x35531.13	10489.79	8002.61	27528.52
4	27528.52	1927=0.07x27528.52	10489.79	8562.79	18965.73
5	18965.73	1327.6=0.07x18965.73	10489.79	9162.19	9803.54
6	9803.54	686.25=0.07x9803.54	10489.79	9803.54	0
المجموع		12938.74	-	50000	-

وفيما يلي بعض العلاقات فيما بين عناصر جدول إستهلاك القرض:

- **العلاقة بين الإستهلاكات:**

إذا أخذنا في أي سطر من جدول إستهلاك القرض:

$$\mathrm{A_s = A_{s-1} - K_s}$$

وبوضع الفرق بين دفعتين متساويتين:

$$a_{s+1} - a_s = (A_s \times i + K_{s+1}) - (A_{s-1} \times i + K_s)$$

وبالتعويض عن قيمة A_s بـ $A_{s-1} - K_s$

$$a - a = (A_{s-1} \times i - K_s \times i + K_{s+1}) - (A_{s-1} \times i + K_s)$$
$$0 = -K_s \times i + K_{s+1} - K_s \Rightarrow K_{s+1} = K_s \times i + K_s \Rightarrow K_{s+1} = K_s(1 + i)$$

وهذا يعني أن الإستهلاك في أي سطر يساوي الإستهلاك السابق له مضروب في المقدار $(1 + i)$.

وبالتالي فالإستهلاكات تكون فيما بينها متتالية هندسية حدها الأول هو K_1 وأساسها $(1 + i)$ وعدد حدودها n، ومن هذا نستطيع وضع العلاقات:

$$K_x = K_{x-s}(1 + i)^s$$
$$K_x = K_1(1 + i)^{x-1}$$
$$K_x = K_p(1 + i)^{x-p}$$

- **العلاقة بين أصل القرض والإستهلاكات:**

من جدول إستهلاك القروض لدينا:

$$A_0 = K_1 + K_2 + K_3 + \cdots + K_n$$

وإذ إستخدمنا العلاقة التالية:

$$K_x = K_1(1 + i)^{x-1}$$

يُمكن إعادة كتابة العلاقة كما يلي:

$$A_0 = K_1 + K_1(1+i) + K_1(1+i)^2 + \cdots + K_1(1+i)^{n-1}$$

وبما أن الطرف الأيسر من المعادلة يُمثل متوالية هندسية أساسها $(1+i)$، حدها الأول K_1 وعدد حدودها n. إذا:

$$A_0 = K_1\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

ويتم الحصول على المقدار $\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]$ من الجدول المالي رقم 3.

$$K_1 = A_0\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] \Rightarrow K_1 = A_0\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} - i\right]$$

ويتم الحصول على المقدار $\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\right]$ من الجدول المالي رقم 5.

– **حساب جزء من القرض المسدد بعد عدد من الدفعات والجزء المتبقي:**

1- الجزء من الدين المدفوع: من علاقة القيمة الأصلية:

$$A_0 = K_1\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right] = a\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

فإن الإستهلاكات التي تكون الدين المدفوع من السنة الأولى حتى السنة m تساوي B_m

$$B_m = \sum_{s=1}^{m} K_s$$

$$B_m = K_1\left[\frac{(1+i)^m - 1}{i}\right]$$

$$B_m = a\left[\frac{1-(1+i)^{-m}}{i}\right]$$

2- الجزء من الدين المتبقي:

يُمكن الحصول على الجزء من الدين الغير مسدد (أو المتبقي) بعد عدد من السنوات m كما يلي:

$$B_{nm} = K_{m+1}\left[\frac{(1+i)^{(n-m)} - 1}{i}\right]$$

$$B_{nm} = a\left[\frac{1-(1+i)^{-(n-m)}}{i}\right]$$

- **حساب قيمة الدفعة عن طريق الإستهلاك الأخير:**

من جدول إستهلاك القروض نلاحظ أن المبلغ الباقي للتسديد للسنة الأخيرة يساوي مبلغ قسط الإستهلاك الأخير، أي : $A_{n-1} = K_n \quad .....1$

ونعلم من جهة أخرى أن: $a = K_n + A_{n-1} \times i \quad ....2$

وبتعويض 1 في 2 نجد:

$$a = K_n + K_n \times i \Rightarrow a = K_n(1+i)$$

ومن العلاقة السابقة يُمكن الحصول على قيمة الإستهلاك الأخير باستخدام قيمة الدفعة كما يلي:

$$K_n = a(1+i)^{-n}$$

- **العلاقة فيما بين الفرق بين كل فائدتين متتاليتين:**

لدينا:

$$I_1 = A_0 \times i = a - K_1$$
$$I_2 = A_1 \times i = a - K_2$$
$$I_3 = A_2 \times i = a - K_3$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$I_n = A_{n-1} \times i = a - K_n$$

فإذا أخذنا الفرق بين الفوائد المتتالية:

$$I_1 - I_2 = a - K_1 - (a - K_2) = K_2 - K_1 = K_1(1+i) - K_1 = K_1 \times i$$
$$I_2 - I_3 = a - K_2 - (a - K_3) = K_3 - K_2 = K_1(1+i)^2 - K_1(1+i) = K_1(1+i) \times i$$
$$I_3 - I_4 = a - K_3 - (a - K_4) = K_4 - K_3 = K_1(1+i)^3 - K_1(1+i)^2 = K_1(1+i)^2 \times i$$

وهكذا مع باقي الفوائد إن وُجدت.

مثال 5-2:

ليكن لديك جدول إستهلاك القرض التالي:

السنوات	رصيد الدين في بداية السنة	الفائدة السنوية	الدفعة	الإستهلاك للفترة	رصيد الدين في آخر السنة
1		2052.75		8191.05	
2		1581.76			
3					
4				9686.81	0
المجموع					-

المطلوب:

بطريقة الدفعات الثابتة أكمل جدول إستهلاك القرض؟

الحل:

يتم الحصول على معدل الفائدة من خلال العلاقة التالية:

$$I_1 - I_2 = K_1 \times i \Rightarrow i = \frac{I_1 - I_2}{K_1} = \frac{2052.75 - 1581.76}{8191.05} = 0.0575 = 5.75\%$$

وبالحصول على معدل الفائدة يُمكن إيجاد قيمة الدفعة من خلال العلاقة التالية:

$$a = K_n(1+i) \Rightarrow a = 9686.81(1.0575) = 10243.80$$

كما يُمكن الحصول على قيمة الدفعة من خلال جمع فائدة السنة الأولى مع إستهلاك نفس السنة.

ونتحصل على أصل المبلغ كما يلي:

$$A_0 = \frac{I_1}{i} = \frac{2052.75}{0.0575} = 35700 \text{ وحدة نقدية}$$

وبالحصول على القيم السابقة يُمكن إتمام جدول إستهلاك القرض كما يلي:

السنوات	رصيد الدين في بداية السنة	الفائدة السنوية	الدفعة	الإستهلاك للفترة	رصيد الدين في آخر السنة
1	35700	2052.75	10243.80	8191.05	27508.95
2	27508.95	1581.76	10243.80	8662.04	18846.91
3	18846.91	1083.70	10243.80	9160.10	9686.81
4	9686.81	556.99	10243.80	9686.81	0
المجموع		5275.20	40975.20	35700	-

2-2- طريقة إستهلاك القروض بالإستهلاكات الثابتة:

بمقتضى هذه الطريقة يقوم المدين بتوفية أصل القرض على أقساط متساوية كل منها : $K = \frac{A_0}{n}$

حيث:

K: الإستهلاك أو القسط المتساوي (جزء من قيمة القرض).

A_0: قيمة القرض.

n: عدد الأقساط.

ويضاف إلى كل قسط منها الفوائد والتي تكون على كامل القرض في الدورة الأولى، وعلى أرصدته المتناقصة في الدورات التالية.

والملاحظ هنا أن الفوائد المحسوبة هي فائدة بسيطة محسوبة في نهاية كل دورة على رأس المال الذي كان موضوع القرض في تلك الفترة.

لنرمز بـ a إلى قيمة الدفعة. و i معدل الفائدة. ومنه:

$$a_1 = K + A_0 \times i$$
$$a_2 = K + (A_0 - K) \times i$$
$$a_3 = K + (A_0 - 2K) \times i$$
$$a_4 = K + (A_0 - 3K) \times i$$

....

$$a_n = K + (A_0 - (n-1)K) \times i$$
$$a_n = K + K \times i \Rightarrow a_n = K(1+i)$$

ويُمكن تشكيل جدول إستهلاك القروض كما يلي:

السنوات	رصيد الدين في بداية السنة	الفائدة السنوية	الإستهلاك المتساوي	الدفعة	رصيد الدين في آخر السنة
1	A_0	$I_1 = A_0 xi$	K	$a_1 = K + I_1$	$A_0 - K$
2	$A_1 = A_0 - K$	$I_2 = A_1 xi$	K	$a_2 = K + I_2$	$A_1 - K$
3	$A_2 = A_1 - K$	$I_3 = A_2 xi$	K	$a_3 = K + I_3$	$A_2 - K$
.	.	.	.	.	.
n	$A_{n-1} = A_{n-2} - K$	$I_n = A_{n-1} xi$	K	$a_n = K + I_n$	$A_{n-1} - K$
	–	$\sum_1^n I$	$\sum K$	$\sum_1^n a$	

وفيما يلي بعض العلاقات فيما بين عناصر جدول إستهلاك القرض:

- **علاقات الدفعات:**

$$a_1 = \frac{A_0}{n} + A_0 \times i = M + I_1$$
$$a_s = M + I_s = \frac{A_0}{n} + A_{s-1} \times i$$
$$a_{s+1} = M + I_{s+1} = \frac{A_0}{n} + A_s \times i$$

ولدينا:

$$A_s = A_{s-1} - \frac{A_0}{n}$$
$$a_{s+1} = \frac{A_0}{n} + \left(A_{s-1} - \frac{A_0}{n}\right) \times i = \left(\frac{A_0}{n} + A_{s-1} \times i\right) - \frac{A_0}{n} \times i$$
$$a_{s+1} = a_s - \frac{A_0}{n} \times i$$

ويُمكن الحصول أيضاً على قيمة الدفعة في أي فترة من خلال العلاقة التالية:

$$a_s = \frac{A_0}{n} + \frac{A_0 \times i}{n} \times \left(n - (s-1)\right)$$

ومن خلال العلاقة التالية نتحصل على مجموع الدفعات كما يلي:

$$\sum a = \left(\frac{a_1 + a_n}{2}\right) n$$

أو أيضاً من خلال العلاقة التالية:

$$\sum a = A_0 \left(1 + \left(\frac{n+1}{2}\right) i\right)$$

- **علاقات الفوائد:**

$$I_1 = A_0 \times i$$

$$I_2 = \left(A_0 - \frac{A_0}{n}\right) \times i = A_0 \times i - \frac{A_0}{n} \times i$$

$$I_3 = \left(A_0 - \frac{A_0}{n} - \frac{A_0}{n}\right) \times i = A_0 \times i - \frac{2A_0}{n} \times i$$

$$I_s = A_0 \times i - \left[\frac{(s-1) \times A_0 \times i}{n}\right]$$

ويُمكن الحصول على مجموع الفوائد من خلال العلاقة التالية:

$$\sum_{s=1}^{n} I_s = \frac{n+1}{2} \times A_0 \times i$$

- **الفرق بين دفعتين وفائدتين:**

يتساوى الفرق بين دفعتين متتاليتين والفرق بين فائدتين متتاليتين في نفس الرتبة كما يلي:

$$a_{s-1} - a_s = I_{s-1} - I_s$$

ويكون الفرق أيضا متساوي بين أي دفعتين غير متتاليتين وفائدتين غير متتاليتين في نفس الرتبة. فمن خلال جدول إستهلاك القرض السابق يُمكن تحديد الفرق بين الدفعة الأولى والثالثة والفرق بين الفائدة الأولى والثالثة كما يلي:

$$\mathrm{a}_1 - \mathrm{a}_3 = \mathrm{I}_1 - \mathrm{I}_3$$

$$K + I_1 - (K + I_3) = \mathrm{I}_1 - \mathrm{I}_3$$

$$K + I_1 - K - I_3 = \mathrm{I}_1 - \mathrm{I}_3$$

$$I_1 - I_3 = \mathrm{I}_1 - \mathrm{I}_3$$

مثال 5-3:

عقدت إحدى الشركات قرضاً بقيمة 100000 وحدة نقدية، تعهدت بتسديده بدفعات نهاية السنة ولمدة 5 سنوات بمعدل فائدة 6%.

المطلوب:

بطريقة الإستهلاكات الثابتة أوجد:

1- قيمة الإستهلاك الثابت؟

2- إعداد جدول إستهلاك القرض؟

3- حساب مجموع فوائد القرض ومجموع الدفعات؟

الحل:

1- إيجاد قيمة الإستهلاك الثابت:

$$K = \frac{A_0}{n} = \frac{100000}{5} = 20000$$

2- إعداد جدول إستهلاك القرض:

السنوات	رصيد الدين في بداية السنة	الفائدة السنوية	الإستهلاك المتساوي	الدفعة	رصيد الدين في آخر السنة
1	100000	6000=0.06x100000	20000	26000	80000
2	80000	4800=0.06x80000	20000	24800	60000
3	60000	3600=0.06x60000	20000	23600	40000
4	40000	2400=0.06x40000	20000	22400	20000
5	20000	1200=0.06x20000	20000	21200	0
المجموع		18000	100000	118000	-

3- حساب مجموع فوائد القرض ومجموع الدفعات:

يُمكن الحصول على مجموع الفوائد مباشرة من جدول إستهلاك القرض من العمود الثالث، أي :

$$\mathrm{I} = \mathbf{18000}$$ وحدة نقدية

أو من خلال العلاقة التالية:

$$\sum_{s=1}^{n} I_s = \frac{n+1}{2} \times A_0 \times i = \frac{5+1}{2} \times 100000 \times 0.06 = \mathbf{18000}$$ وحدة نقدية

ويُمكن الحصول على مجموع قيم الدفعات من جدول إستهلاك القرض من العمود الخامس، أي:

$$\sum a = \mathbf{118000}$$ وحدة نقدية

أو من خلال العلاقة التالية:

$$\sum a = A_0\left(1 + \left(\frac{n+1}{2}\right) i\right) = 100000\left(1 + \left(\frac{5+1}{2}\right) \times 0.06\right)$$

$$\sum a = \mathbf{118000}$$ وحدة نقدية