المتغيرات العشوائية المستمرة

التمرين 1:

X متغير عشوائي مستمر دالة كثافته الاحتمالية هي:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{2}{27}(1+x) & ;2\le x\le 5\\ 0 & ;x\notin[2;5]\end{cases}$$

- تأكد أن f(x) دالة كثافة احتمالية.
- أوجد دالة التوزيع F(x).
- **أحسب** $P(x<3);\ P(3\le x<4)$

التمرين 2:

ليكن x متغير عشوائي مستمر له دالة كثافة احتمالية:

$$f(x)=\begin{cases}10 & ;0.95\le x\le 1.05\\ 0 & ;x\notin[0.95;1.05]\end{cases}$$

- أوجد دالة التوزيع التجميعية F(x).
- أوجد xi الذي يحقق $P(X>x_i)=0.9$

التمرين 3:

ليكن x متغير عشوائي له دالة التوزيع التجميعية F(x).

$$F(x)=\begin{cases}0 & ;x<-1\\ \frac{x^3+1}{9} & ;-1\le x<23\\ 1 & ;x\ge 2\end{cases}$$

- أوجد P(1<x0.5)؛
- أوجد E(2x+4)؛
- أحسب الوسيط الحسابي لهذا المتغير.

التمرين 4:

لدينا التابع التالي:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{64}x^2 & ;0<x<4\\ 0 & ;x\notin\,]0;4[\end{cases}$$

- تأكد أن التابع المعطى تابع كثافة ومثله بيانيا؟
- أوجد احتمال $P(1\prec x\prec\frac{3}{2})$

التمرين 5:

إذا كان وقت الانتظار في صفوف إحدى المراكز التجارية له دالة الكثافة الاحتمالية التالية:

$$f(t)=\begin{cases}ct(25+t^2) & ;0\le t\le 5\\ 0 & ;x\notin[0;5]\end{cases}$$

- أوجد قيمة c؛
- أوجد احتمال الانتظار في الصف بين 2 و4 دقائق؛
- أوجد قيمة المتوسط الحسابي.

التمرين 6:

الوقت الذي يستغرقه(t) الأفراد في قراءة كتيب معين له دالة كثافة احتمالية f(t):

$$f(t)=\begin{cases}\frac{1}{2\sqrt{t}} & ;x\in[4;9]\\ 0 & ;x\notin[4;9]\end{cases}$$

- أوجد الوقت t الذي يستغرقه 90% من الأفراد لقراءة كتيب؛
- أوجد E(t); V(t)

التمرين 7:

ليكن x متغير عشوائي مستمر له دالة كثافة احتمالية f(x):

$$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{4}(x^2-1) & ;x\in[0;2]\\ 0 & ;x\notin[0;2]\end{cases}$$

- أحسب المتوسط الحسابي μ لـx؛
- أحسب الانحراف المعياري σ_X لـx؛
- أحسب $P(1\le x\le \mu+\sigma_X)$

التمرين 8: [1]

ليكن x متغير عشوائي مستمر له دالة كثافة احتمالية:

$$f(x)=\begin{cases}Ke^{0.2x};x\in[0;5]\\ 0 & ;x\notin[0;5]\end{cases}$$

- بين أن $K=\frac{1}{5(e-1)}$؛
- أرسم f(x)؛
- أوجد xi حيث P(x<xi)=0,8

التمرين 9:

إذا كان الإنفاق الشهري للأسرة بالألف دينار على المواد الغذائية له دالة كثافة احتمالية تأخذ الصورة التالية:

$$f(x)=\begin{cases}cx(10-x) & ;x\in[0;10]\\ 0 & ;x\notin[0;10]\end{cases}$$

- أحسب قيمة الثابت c.
- احسب احتمال أن إنفاق الأسرة يتراوح ما بين[5; 8] ألف دينار جزائري خلال الشهر.
- إذا كان لدينا 600 أسرة، فما هو عدد الأسر المتوقع أن يقل إنفاقها عن 3 آلاف خلال الشهر.
- أوجد دالة التوزيع التجميعية F(x).
- أوجد التوقع الرياضي والانحراف المعياري ومعامل الاختلاف النسبي للإنفاق الشهري.

التمرين 10:

ليكن لدينا تابع التوزيع F(x) المعرف كما يلي:

$$F(x)=\begin{cases}0 & ;x\prec 0\\ cx^3 & ;0\le x\le 3\\ 1 & ;x\succ 3\end{cases}$$

- أوجد f(x) ثم أوجد c حتى تكون f(x) دالة كثافة احتمالية.
- **أحسب** $P(1\le x\le 2)$; $P(x\prec 1)$.
- مثل F (x) بيانيا.

[1] التمارين 8، 9، 10 موجهة للطلبة ولا تحل على مستوى التطبيقات.