TD N° 01

Exercice N° 01 :

Un moteur à courant continu à excitation indépendante parfaitement compensé présente les caractéristiques nominales suivantes :U=220V, I=20A, i_{ex}=1,5A, résistance d'induit R=1Ω, N=1200tr/min.
ce moteur fonctionne sur une charge dont le couple résistant varie en fonction de la vitesse de rotation. Cr=f(N) de cette machine est assimilée à une droite passant par les points : (N(tr/min),Cr(Nm)) ; (0,10) , (2000,50).
1) l'intensité du courant d'excitation est maintenue constante à 1.5A.
* Calculer le rapport de proportionnalité K (Vs/rd) entre la fem E et vitesse de rotation N. (**rep**. $k = \frac{5}{\pi} vs/rd$)
* Montrer que la caractéristique mécanique du couple a pour équation : $Ce = \frac{5}{\pi}(U - \frac{N}{6})$.
* Trouver l'équation de la droite Cr=f(N)=aN+b. (**rep**. a=0.02, b=10).
2) pour régler la vitesse de l'ensemble « moteur+charge », on agit sur la tension d'alimentation de l'induit en maintenant toujours i_{ex}=1.5A.
* le démarrage du groupe se fait sans rhéostat : Calculer la tension minimale à appliquer et le courant de l'induit au moment du démarrage (**rep**. Id=6.28A, Ud=6.28V).
* A partir des caractéristiques Cr(N) et C(N), établir la relation N=f(U).
* Calculer la vitesse et l'intensité dans l'induit pour U=100V et U=220V. **rep.** (N=525tr/min, I=12.5A) (N=1197tr/min, I=20.5A)

Exercice N° 02 :

Un moteur à courant continu est alimenté par une source de tension de 24 V. Sa résistance d'induit vaut Ra=1,2 Ω, sa constante de couple vaut kc=0,12 Nm/A et sa constante de vitesse vaut kv=0,12 Vs/rad.
Il entraîne un foret pour percer un trou à vitesse constante. Il consomme un courant constant de 2,4 A.
a) Quelle est sa vitesse de rotation, en [tr/min] ? Calculer sa FEM (E).
b) En admettant que les frottements à l'intérieur du moteur sont négligeables, quel est la valeur du couple que le moteur transmet à la mèche ainsi qua sa puissance électromagnétique?

Exercice N° 03 :

Un moteur à courant continu est connecté à une alimentation de 15 V. Il a les caractéristiques suivantes :
U_{alim}=15 V I_{anom}=800 mA R_a=8 Ω L_a=0.8 mH C_{enom}=0.016 Nm
J_{mot}=1.5x10-6 Kgm^2 Inertie de la charge Icarge=4.5x10^{-6} Kgm^2

1. Considérant que le moteur est bloqué mécaniquement, exprimer et représenter le courant en fonction du temps (calculer le courant au régime permanent et la constante de temps électrique (τ_e).
2. le moteur tourne librement avec sa charge :
a) Déterminer les constantes *kc* et *kv* sachant que *kc=kv*.
b) Calculer la constante de temps électromécanique (τ_{em}), et voir si l'inductance de ce moteur peut être négligée dans ce problème. On donne $\tau_{em} = \frac{RJ_{total}}{k_v^2 + Rf}$
f : coefficient des frottements visqueux.
c) Exprimer et représenter sa vitesse en fonction du temps, en négligeant tous les frottements.
d) Exprimer et représenter cette même vitesse, mais en considérant qu'il y a en plus un frottement visqueux $f\omega$= 6,8 · 10^{-6}Nm·s/rad.

Exercice N° 03 :

Un petit moteur à CC entraîne une charge constituée uniquement d'une roue. On considère que les frottements sont négligeables. Il n'est pas alimenté, il est à l'arrêt.
Les caractéristiques du moteur sont:
Constante du couple : *kc*=0.032 Nm/A
Constante de vitesse : *kv*=0.032 Vs/rad.
Résistance de l'induit : *Ra*= 6Ω.
Inductance de l'induit : *La*=0,96mH.
Inertie du moteur : J_m= 5,4.10^{-6} kgm^2.
Inertie de la charge : J_{ch}= 14,6.10^{-6} kgm^2.

À l'instant t=0, on connecte le moteur subitement à une alimentation de tension continue U=20v, et il se met à tourner.

1. Calculer les constantes de temps électrique et mécanique.
2. Expliquer en quelques mots pour quelle raison il est possible de négliger l'effet de l'inductance, lorsqu'on s'intéresse à l'évolution de la vitesse de ce moteur.
3. Quelle est la vitesse du moteur à l'instant t_1=117 ms et t_2=11,7s ?On donne (e^{-1}=0.3679) et (e^{-100}=0).

* Dans quel cas le régime de la vitesse est établi ?

SOLUTION TD N° 01

Exercice N° 02 :

a/ $\Omega = \frac{U_a - R_a.I_a}{ke} = 176rd/s$, (N=1682 tr/min), $E = U_a - R_a.I_a = k_e.\Omega = 21.12$ V

b/ $C_{em} = k_c.I_a = 0.288$ Nm , $P_{em} = C_{em}.\Omega = 48.96$ W

Exercice N° 03 :

1. De l'équation électrique du moteur à CC :

$$u(t) = R_a i_a(t) + L\frac{di_a(t)}{dt} + e(t) \quad , e(t) = k_e\omega(t)$$

Comme le rotor est bloqué mécaniquement, donc la vitesse est nulle, $e(t)$est également nulle, alors l'équation se réduit à :

$$u(t) = R_a i_a(t) + L_a\frac{di_a(t)}{dt}$$

L'établissement du courant est de même que pour une bobine (inductance et résistance en série). La solution générale de cette équation, la valeur initiale du courant est nulle, est de la forme :

$$i_a(t) = \frac{U}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{el}}})$$

Avec :

I_p=Ua/Ra=15/0.8=1.875A (régime permanent)

Cte de temps électrique :$\tau_{el} = \frac{L_a}{R_a} = \frac{0.8*10^{-3}}{8} = 10^{-4}s = 0.1ms$

2. **a**

On connait le couple et le courant nominal, on peut calculer :

kc=C_{en}/I_n=0.016/0.8 = 0.02 Nm/A

kv=*kc*= 0.02 Vs/rad

b/ cte de temps électromécanique : $\tau_m = \frac{RJ_{total}}{k_v^2+Rf_v} = \frac{8*(1.5+4.5).10^{-6}}{0.02^2+8*0} = \frac{48.10^{-6}}{0.0004} = 0.12s = 120ms$

Cte de temps électrique $\tau_{el} = \frac{L_a}{R_a} = \frac{0.8*10^{-3}}{8} = 10^{-4}s = 0.1ms$

Le rapport entre ces deux constantes est : $\frac{\tau_m}{\tau_{el}} = \frac{120}{0.1} = 1200$

Le rapport entre ces deux constantes de temps est de 1200. Dans ces conditions, pour s'intéresser à l'évolution de la vitesse on a qu'a négligé les effets de l'inductance de l'induit.

c. les couples de frottement et résistant sont nuls, donc le couple électromagnétique produit par le moteur sert à accélérer le moteur et la charge. On a donc :

$$C_{em}(t) = (Jm + Jc)\frac{d\omega(t)}{dt},$$

$$i_a(t) = \frac{C_{em}(t)}{k_c} = \frac{J_{total}}{k_c}\frac{d\omega(t)}{dt},$$

L'équation électrique du moteur, où il est considéré que La≈0, devient alors :

$$u(t) = R_a i_a(t) + k_e\omega(t) \qquad (**)$$

$$u(t) = R_a\frac{J_{total}}{k_c}\frac{d\omega(t)}{dt} + k_e\omega(t) \;\Rightarrow\; R_a\frac{J_{total}}{k_c}\frac{d\omega(t)}{dt} + k_e\omega(t) - u(t) = 0$$, divisons par k_e

$$\Rightarrow R_a \frac{J_{total}}{k_c.k_e}\frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) - \frac{u(t)}{k_e} = 0$$

Introduisons les paramètres suivants :

$$\tau_{méc} = \frac{R_a.J_{total}}{k_c.k_e} = \frac{8.6.10^{-6}}{0,02.0,02} = 120\ ms$$

$$\omega_\infty = \frac{U}{k_e} = \frac{15}{0,02} = 750\ rad/s$$

$l'équation\ différentielle\ précédente\ devient$:

$$\Rightarrow \tau_{méc}\frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) - \omega_\infty = 0$$

La solution de cette équation est :$\omega(t) = \omega_\infty(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{méc}}})$

d. Exprimons cette même vitesse si un frottement visqueux est en plus.

$C_{em} = C_{acc} + C_{visq} = J_{tot}\frac{d\omega(t)}{dt} + f_v\omega(t) = k_e i_a(t) \Rightarrow i_a(t) = \frac{J_{tot}\frac{d\omega(t)}{dt} + f_v\omega(t)}{k_e}$

Du fait que : $k_e = k_c$; alors l'éq. Elec. (**)du moteur devient :

$u(t) = R_a\frac{J_{tot}\frac{d\omega(t)}{dt} + f_v\omega(t)}{k_e} + k_e\omega(t) \Rightarrow u(t) = \frac{R_a.J_{tot}}{k_e}\frac{d\omega(t)}{dt} + \frac{R_a.f_v}{k_e}\omega(t) + k_e\omega(t)$

$\Rightarrow u(t) = \frac{R_a.J_{tot}}{k_e}\frac{d\omega(t)}{dt} + (\frac{R_a.f_v}{k_e} + k_e)\omega(t) \quad \Rightarrow \frac{R_a.J_{tot}}{k_e}\frac{d\omega(t)}{dt} + \left(\frac{R_a.f_v}{k_e} + k_e\right)\omega(t) - u(t) = 0$

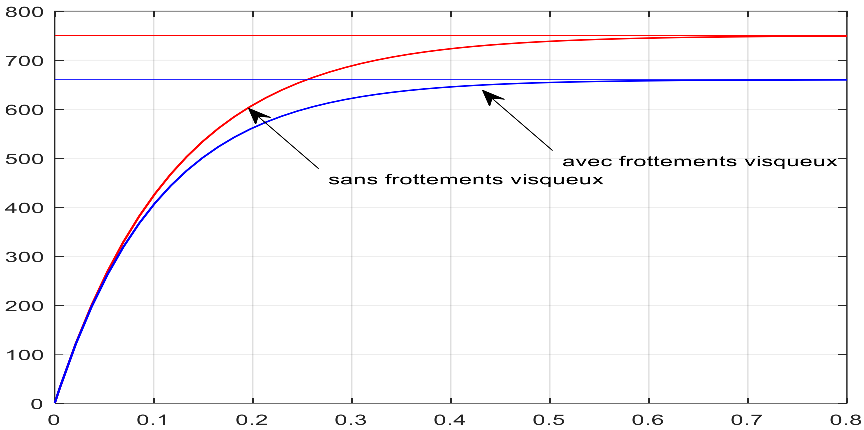
On pose : $a = \left(\frac{R_a.f_v}{k_e} + k_e\right)$ et divisons l'équation par a :

$\Rightarrow \frac{1}{a}\frac{R_a.Jtot}{R_a.f_v + k_c^2}\frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) - \frac{u(t)}{a} = 0$

Avec :$\frac{1}{a}\frac{R_a.Jtot}{k_e} = \tau'_{mec} = \frac{R_a.Jtot}{R_a.f_v + k_c^2} = \frac{8.6.10^{-6}}{8.\ 6,8.\ 10^{-6} + 4.10^{-4}} = 0.1056s = 105,6\ ms$: nouvelle constante de temps mécanique.

Et : $\omega'_\infty = \frac{U}{a} = \frac{Uk_c}{R_a.f_v + k_c^2} = \frac{15.\ 0,02}{8.\ 6,8.10^{-6} + 0,02^2} = 660\ rad/s$

La solution graphique avec les deux conditions avec frottement visqueux et sans frottement visqueux.



Exercice 03 /

1. la constante de temps électrique :$\tau_{el} = \frac{L_a}{R_a} = \frac{0,96.10^{-3}}{6} = 0,16^{-3}s = 0,16ms$

la constante de temps mécanique: $\tau_{méc} = \frac{R_a.(J_m + J_{ch})}{k_c.k_e} = \frac{6.\ 20.10^{-6}}{0,032.\ 0,032} = 0,117s = 117ms$

2. Le rapport entre ces deux constantes est : $\frac{\tau_m}{\tau_{el}} = \frac{117}{0.16} = 731,25$

Le rapport entre ces deux constantes de temps est de 731,25. Dans ces conditions, pour s'intéresser à l'évolution de la vitesse on a qu'a négligé les effets de l'inductance de l'induit. $\tau_{el} \ll \tau_m$ le régime transitoire de courant, à l'enclenchement, est négligé par rapport à celui de la vitesse, de ce fait on peut négliger l'effet de l'inductance.

3. L'équation électrique du moteur, où il est considéré que La≈0, devient alors :

$$u(t) = R_a i_a(t) + k_e \omega(t)$$

$$u(t) = R_a \frac{J_{total}}{k_c} \frac{d\omega(t)}{dt} + k_e \omega(t) \;\Rightarrow\; R_a \frac{J_{total}}{k_c} \frac{d\omega(t)}{dt} + k_e \omega(t) - u(t) = 0$$, divisons par k_e

$$\Rightarrow R_a \frac{J_{total}}{k_c . k_e} \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) - \frac{u(t)}{k_e} = 0$$

Introduisons les paramètres suivants :

$$\tau_{méc} = \frac{R_a . J_{total}}{k_c . k_e} = 117\ ms$$

$$\omega_\infty = \frac{U}{k_e} = \frac{20}{0{,}032} = 625\ rad/s$$

$l'équation\ diférentielle\ précédente\ devient$:

$$\Rightarrow \tau_{méc} \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) - \omega_\infty = 0$$

La solution de cette équation est : $\omega(t) = \omega_\infty (1 - e^{-\frac{t}{\tau_{méc}}})$

A t=117 ms, la vitesse est : : $\omega(t) = 625\left(1 - e^{-\frac{0.117}{0.117}}\right) = 395{,}07\ rad/s$; régime non établi, $\omega_\infty = 625 rad/s$

A t=11,7 s, la vitesse est : : $\omega(t) = 625(1 - 0) = 625\ rad/s$; régime établi, $\omega_\infty = 625 rad/s$