I. CHAMP ET POTENTIEL ELECROSTATIQUE :

Le fait que deux charges voisines soient soumises à deux forces d'attraction ou de répulsion, nous entraîne à considérer que toute chaque charge électrique modifie les propriétés physiques du champ spatial qui l'entoure. Pour décrire cette modification, on dit que toute charge électrique crée dans le champ spatial qui l'entoure un champ électrique.

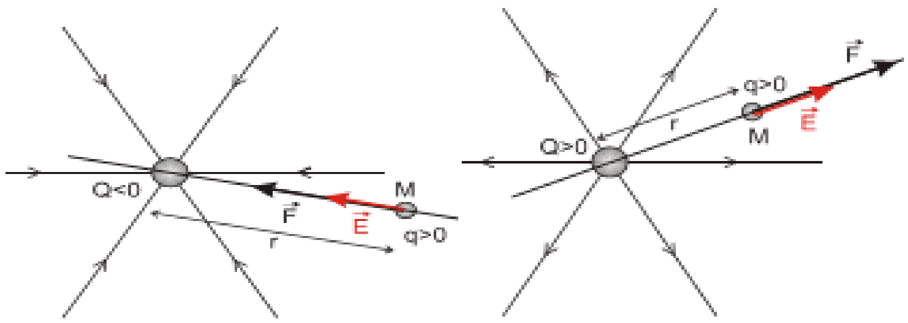
III.1. Champ et potentiel électrostatique crée par une charge ponctuelle :

Quel est le vecteur E en un point M quelconque du champ créé par Q (M à la distance r de Q)

On place en M une charge test q > 0 :

- Norme de E :

La force F subie par q dans le champ s'écrit : F = |q| E
(1)



D'après la loi de Coulomb F s'écrit également : $F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|qQ|}{r^2}$ (2)

(1) et (2) → champ E au point M : $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|Q|}{r^2}$

- Direction de E : droite passant par la charge source et le point M
- Sens de E : Q > 0: E centrifuge
  Q < 0: E centripète
- Le champ crée par une charge positive est donc sortant (dans le sens de u_r)
- Le champ crée par une charge négative est entrant (sens opposé à u_r)

On définit le Potentiel créée par la charge q_1 au point $\boldsymbol{M}$ par :

$$\boxed{V_1(r) = \frac{1}{4\pi.\varepsilon_0} \frac{q_1}{r}}$$

- Les ***Lignes de champs*** sont les lignes en tout point parallèles au champ électrique.
- Les ***Surfaces équipotentielles*** sont des surfaces où en tout point le potentiel est le même.

- Les lignes de champs sont en tout point perpendiculaire aux surfaces équipotentielles.
- L'ensemble des lignes de champs et des surfaces équipotentiel constitue le ***Spectre du champ électrique***.

L'énergie potentielle électrique d'une charge q_2 placée en $\boldsymbol{M}$ est donnée par

$\boxed{U = K\frac{q_1 q_2}{r}}$ Donc $\boxed{U = q_2 . V_1(r)}$

Notations : Pour une charge q .

Le champ crée en un point M est donné par $\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = K\frac{q}{r^2}\vec{u}_r}$ ou $\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = K\frac{q}{r^3}\vec{r}}$

Le potentiel crée en un point M est donné par $\boxed{V(r) = K\frac{q}{r}}$

III. 2. Relation entre le champ et le potentiel électrostatique :

D'après les équations précédentes on peut démontrer que :

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = -\overrightarrow{grad}(V(r))} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\vec{F}(\vec{r}) = -\overrightarrow{grad}(U(r))}$$

Nous définissons la différentielle totale d'une fonction $V(r)$ à trois variables par

$$dV = \frac{\partial V}{\partial x}.dx + \frac{\partial V}{\partial y}.dy + \frac{\partial V}{\partial z}.dz$$

Comme $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V) = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}.\vec{e}_x + \frac{\partial V}{\partial y}.\vec{e}_y + \frac{\partial V}{\partial z}.\vec{e}_z\right)$ et

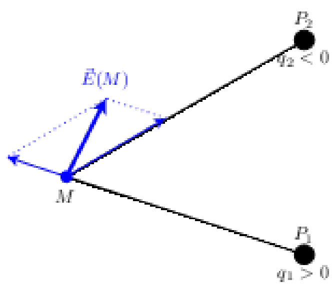
$d\vec{l} = dx.\vec{e}_x + dy.\vec{e}_y + dz.\vec{e}_z$

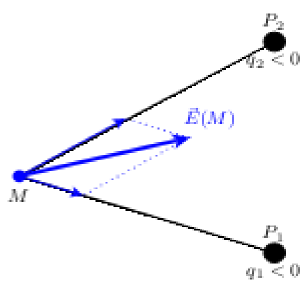
Il vient que

$$\boxed{dV = -\vec{E} \bullet d\vec{l}}$$

III. 3. Champ et potentiel crée par une distribution de charges :

Principe de superposition (démonstration et limites) **:** Cas de deux charges.



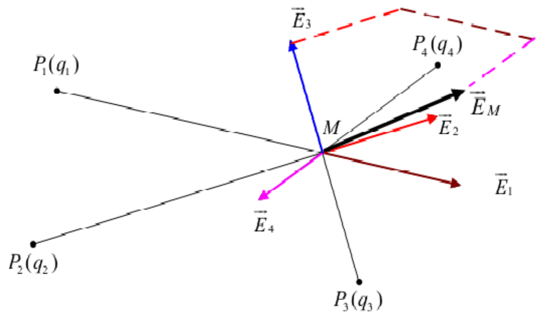


Champ et potentiel crée par une distribution discrète de charges q_i :

Le champ électrostatique $\vec{E}(M)$ qui résulte de $\vec{F}$ est la somme vectorielle des champs $\vec{E}_i(M)$ crées par les charges q_i :

$$\vec{E}(M) = \sum_i^n \vec{E}_i(M) = \sum_i \frac{1}{4\pi.\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i \qquad\qquad V(r) = \sum_i \frac{1}{4\pi.\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_i}$$

Exemple : Cas de quatre charges identiques ou non placées sur les sommets d'un carré, trouver le champ et le potentiel créé en son centre.



Energie électrique interne d'un ensemble de charges ponctuelles.

U_{TOT} est la somme de toutes les énergies potentielles entre charges prises deux à deux (sans répéter la même énergie potentielle deux fois), donc :

$$\boxed{U_{TOT} = \sum_i \sum_j U_{ij} = \frac{1}{2} \sum_i \sum_j K \frac{q_i.q_j}{r_{ij}}} \qquad (i \neq j)$$

Champ et potentiel crée par une distribution continue de charges :

a- ***cas d'une distribution linéique uniforme :***

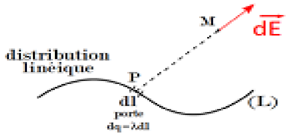
Densité linéique :

C'est le cas d'une distribution de charges sur un fil, rectiligne ou curviligne, et la densité est dite linéique. Elle notée généralement par λ. Sa dimension est $C.L^{-1}$. Son unité est Coulomb/mètre (C/m) et elle donnée par l'équation : $q = \lambda.l$ ou

$dq = \lambda.dl$

où *l* est la distance sur laquelle est distribuée la charge *q*

λ est la densité de charge linéique : $\lambda = \frac{dq}{dl} = \frac{Q}{L}$



$$E_L(r) = \frac{1}{4\pi.\varepsilon_0}\lambda.\int_L \frac{1}{r^2}dl \qquad V_L(r) = \frac{1}{4\pi.\varepsilon_0}\lambda.\int_L \frac{1}{r}dl$$

Exemple : Trouvez le champ crée par une distribution circulaire uniforme de charges positives en un point se trouvant à une hauteur *h* au dessus du centre.

b- ***cas d'une distribution surfacique uniforme :***

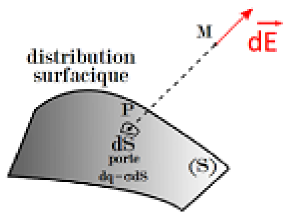
Densité surfacique :

C'est le cas d'une distribution de charges sur une surface, rectiligne ou curviligne. La densité de charge est dite surfacique. Elle notée généralement par σ. Sa dimension est : $C.L^{-2}$. Son unité est Coulomb/mètre (C/m^2) et elle donnée par :

$q = \sigma.S \qquad dq = \sigma.dS$

Où σ est la densité de charge surfacique : $\sigma = \frac{dq}{ds} = \frac{Q}{S}$

$$E_S(r) = \frac{1}{4\pi.\varepsilon_0}\sigma.\iint_S \frac{1}{r^2}dS \qquad V_S(r) = \frac{1}{4\pi.\varepsilon_0}\sigma.\iint_S \frac{1}{r}dS$$



Exemple : Trouvez le champ crée par un disque chargé (+) uniformément sur toute sa surface en un point se trouvant à une hauteur *h* au dessus du centre.

c- ***cas d'une distribution volumique uniforme :***

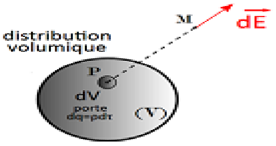
Densité volumique :

C'est le cas d'une distribution de charges sur un volume, comme dans le cas d'une solution ionique. La densité est dite Volumique. Elle notée généralement par ρ. Sa dimension est: Son unité est Coulomb/mètre (C/m^3) et elle donnée par l'équation :

$$q = \rho.V \quad dq = \rho.dV$$

où V est le volume dans lequel est distribuée la charge q

φ est la densité de charge volumique : $\varphi = \frac{dq}{dv} = \frac{Q}{V}$



$$E(r) = \frac{1}{4\pi.\varepsilon_0}\rho.\iiint \frac{1}{r^2}dV \qquad\qquad V(r) = \frac{1}{4\pi.\varepsilon_0}\varphi.\iiint \frac{1}{r}dV$$

III. 4. <u>Travail de la force électrique :</u>

Le travail d'une force entre deux points étant défini par $\boxed{W_A^B = \int_A^B \vec{F} \bullet d\vec{l}}$

D'où le travail de la force électrique subit par une charge q qui se déplace dans un champ électrostatique $\vec{E}$ suivant une courbe L est égal à :

$$W_A^B = q\int_A^B \vec{E} \bullet d\vec{l} = -q\int_A^B dV = -qV(B) + qV(A) \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{W_A^B = U(A) - U(B)}$$

D'où le travail de cette force ne dépend pas du chemin suivis, mais uniquement des positions initiale et finale de la charge q.

L'intégrale $\int_L \vec{E} \bullet d\vec{l}$ est appelée ***circulation du champ électrique*** sur la courbe L.