

CHAPITRE 2 : PORTIQUES ISOSTATIQUES

2.1) DEFINITION

On appelle portique ou cadre toute système plans ou spatiaux rigides constitués par un nombre d'éléments en général rectiligne appelés travées dont les parties horizontales portent le nom poutres ou traverses et les parties transversales transmettant les charges au sol sont appelées poteaux ou montant.

Un portique admet donc trois types de chargement :

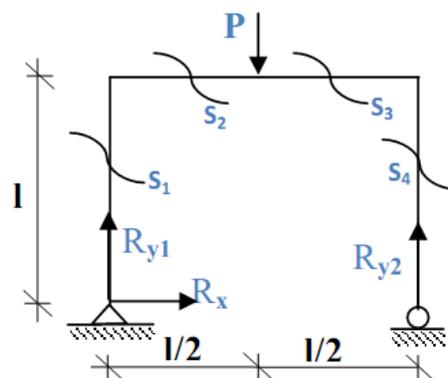
- Charge de traction, compression (appliquer le plus souvent aux poteaux)
- Charge de flexion (appliquer le plus souvent à la poutre)
- Moment de flexion

2.2) METHODE DE CALCUL DES EFFORTS ET DU MOMENT FLECHISSANT

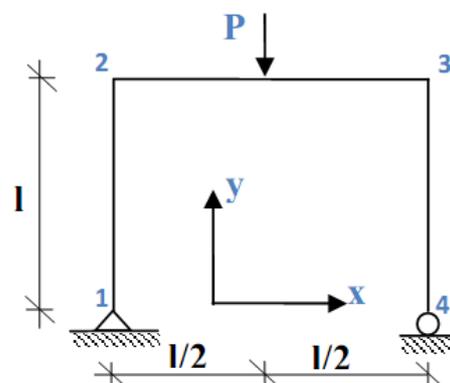
On appliquant la méthode des sections le calcul des efforts normal, effort tranchant et le moment fléchissant peut être déterminé par deux méthodes.

2.2.1) Méthode générale (section)

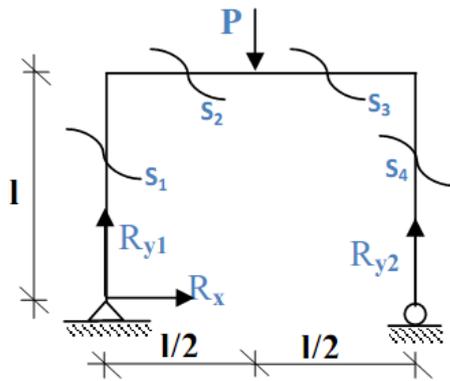
Cette méthode consiste à prendre l'ensemble du portique et faire des sections suivantes x et y telle que :



Exemple 1 : A l'aide de la méthode des sections. Tracer les diagrammes des efforts normaux (N), des efforts tranchants (Q) et des moments fléchissant (Mf).



Solution



Calcul des réactions :

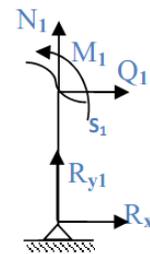
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow R_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \rightarrow R_{y1} + R_{y2} = 0 \\ \sum M_1 = 0 \rightarrow R_{y2}l - P\frac{l}{2} = 0 \end{cases}$$

Donc :

$$R_{y2} = \frac{P}{2} \text{ et } R_{y1} = \frac{P}{2}$$

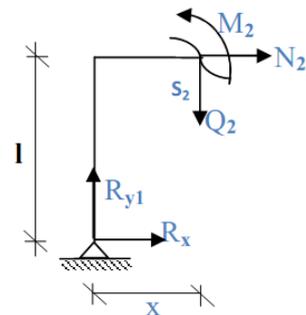
Section 1 : $0 \leq y \leq l$

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \rightarrow N_1 = -\frac{P}{2} \\ \sum F_x = 0 \rightarrow Q_1 = 0 \\ \sum M_{s1} = 0 \rightarrow M_1 = 0 \end{cases}$$



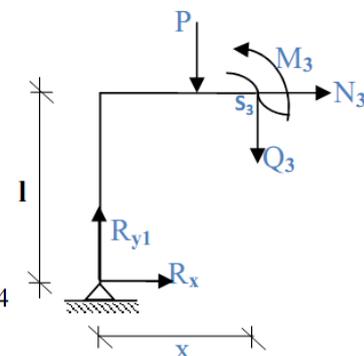
Section 2 : $0 \leq x \leq l/2$

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow N_2 = 0 \\ \sum F_y = 0 \rightarrow Q_2 = \frac{P}{2} \\ \sum M_{s2} = 0 \rightarrow M_2 = R_{y1}x \Rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow M_2 = 0 \\ x=l/2 \rightarrow M_2 = Pl/4 \end{cases} \end{cases}$$



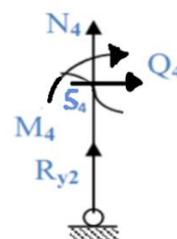
Section 3 : $l/2 \leq x \leq l$

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow N_3 = 0 \\ \sum F_y = 0 \rightarrow Q_3 = -\frac{P}{2} \\ \sum M_{s3} = 0 \rightarrow M_3 = R_{y1}x - P(x - l/2) \Rightarrow \begin{cases} x=l/2 \rightarrow M_3 = Pl/4 \\ x=l \rightarrow M_3 = 0 \end{cases} \end{cases}$$

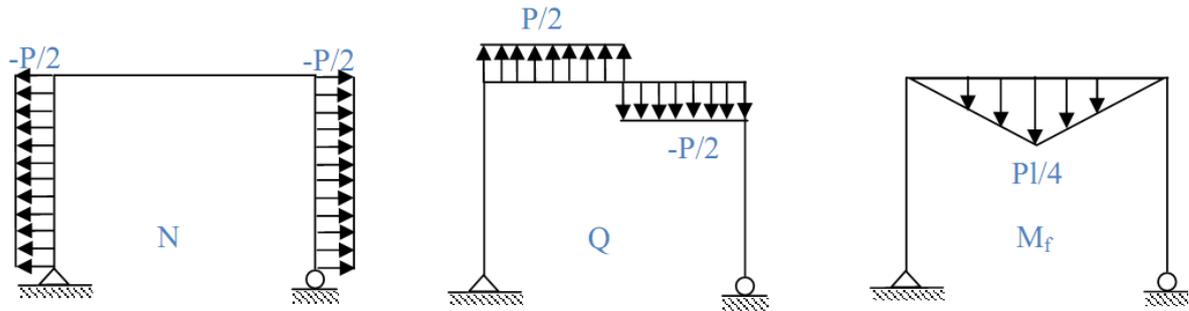


Section 4 : $0 \leq y \leq l$

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow Q_4 = 0 \\ \sum F_y = 0 \rightarrow N_4 = -\frac{P}{2} \\ \sum M_{s4} = 0 \rightarrow M_4 = 0 \end{cases}$$

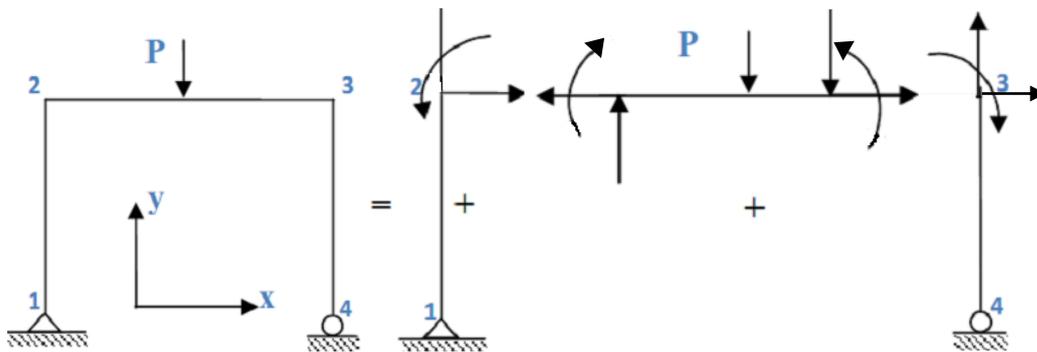


Diagrammes de sollicitation :



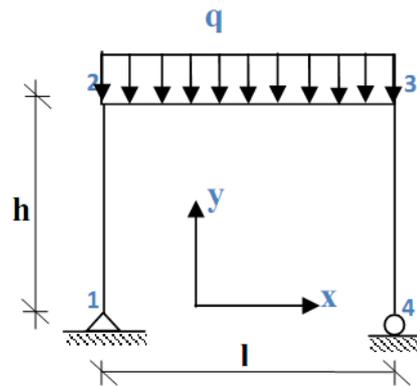
2.2.2) méthode des travées

Cette méthode consiste à isoler chaque travée de telle façon qu’il reste toujours en équilibre, les diagrammes de l’effort normal, tranchant et moment fléchissant et la superposition de l’ensemble de chaque travée.



Exemple 2 :

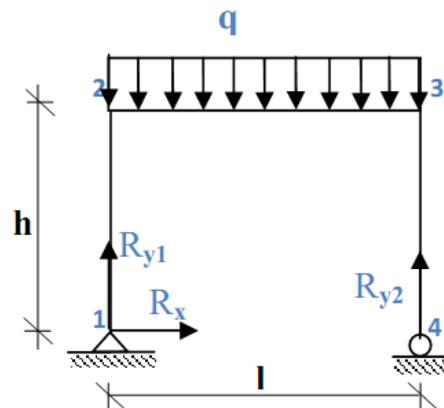
A l’aide de la méthode des travées. Tracer les diagrammes des efforts normaux (N), des efforts tranchants (Q) et des moments fléchissant (Mf).



Solution :

Calcul des réactions :

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow R_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \rightarrow R_{y1} + R_{y2} = ql \\ \sum M_1 = 0 \rightarrow R_{y2} l - q \frac{l^2}{2} = 0 \end{cases}$$

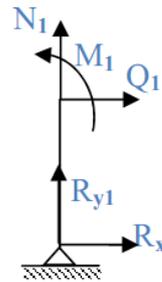


Donc :

$$R_{y2} = \frac{ql}{2} \text{ et } R_{y1} = \frac{ql}{2}$$

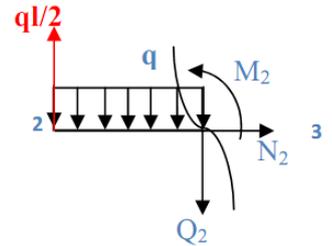
Le montant [1.2]

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \rightarrow N_1 = -\frac{ql}{2} \\ \sum F_x = 0 \rightarrow Q_1 = 0 \\ \sum M_{(1)} = 0 \rightarrow M_1 = 0 \end{cases}$$



Traverse [2.3]

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \rightarrow \frac{ql}{2} - qx - Q_2 = 0 \rightarrow Q_2 = \frac{ql}{2} - qx \Rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow Q_2 = \frac{ql}{2} \\ x=l \rightarrow Q_2 = -\frac{ql}{2} \end{cases} \\ \sum F_x = 0 \rightarrow N_2 = 0 \\ \sum M_{(1)} = 0 \rightarrow M_2 = \frac{ql}{2}x - \frac{q}{2}x^2 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow M_2 = 0 \\ x=l \rightarrow M_2 = 0 \end{cases} \end{cases}$$



Pour calculer la valeur maximale du moment fléchissant on calcule :

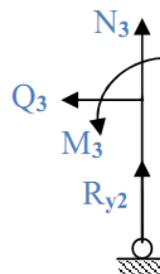
$$\frac{dM_2}{dx} = 0 \rightarrow \frac{ql}{2} - qx = 0 \Rightarrow x = \frac{l}{2}$$

Donc :

$$M_{\max} (l/2) = q \frac{l^2}{8}$$

Montant [3.4]

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \rightarrow Q_3 = 0 \\ \sum F_y = 0 \rightarrow N_3 = -\frac{ql}{2} \\ \sum M_s = 0 \rightarrow M_3 = 0 \end{cases}$$



Diagrammes de sollicitation

