

**TD#1 (Chapitre 1 : Généralités sur la dynamique des fluides numériques CFD)**

**Exo.1**

Un code CFD est utilisé pour résoudre un écoulement laminaire incompressible bidimensionnel ( $x$  et  $y$ ), et sans surfaces libres. Le fluide est Newtonien. Des conditions aux limites appropriées sont utilisées. Énumérer les variables (inconnues) du problème et les équations correspondantes à résoudre. Les équations correspondantes qui doivent être résolues par l'ordinateur.

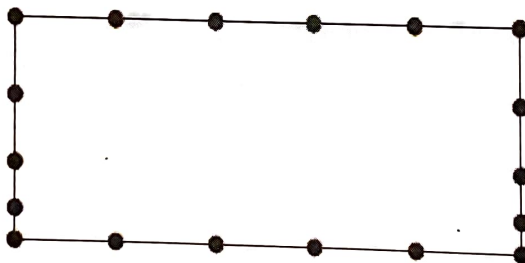
**Exo.2**

Rédiger une brève définition et une description de chacun des éléments suivants, et donner un ou des exemples, si nécessaire :

(a) domaine de calcul, (b) maillage, (c) équation de transport, (d) équations couplées.

**Exo.3**

Quelle est la différence entre un nœud et un intervalle ? et comment sont-ils liés aux cellules ? Dans la Fig. exo.3, combien de nœuds et combien d'intervalles se trouvent sur chaque arête ?



*Fig.exo.3*

**Exo.4**

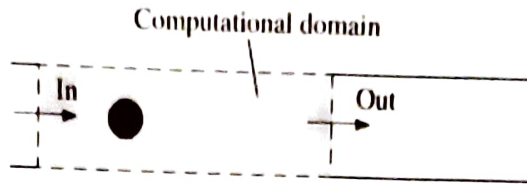
Pour le domaine de calcul bidimensionnel de la Fig. exo.3, avec la distribution de nœuds donnée, dessiner une grille *structurée* simple utilisant des cellules à quatre côtés et dessiner une grille *non structurée* simple utilisant des cellules à trois côtés. Combien de cellules y a-t-il dans chaque grille ? Discuter vos résultats.

**Exo.5**

Résumer les étapes d'une analyse CFD typique d'un champ d'écoulement laminaire permanent.

**Exo.6**

Supposons que vous utilisiez le CFD pour simuler un écoulement à travers un conduit dans lequel se trouve un cylindre circulaire (voir la *Figure exo.6*). Le conduit est long, mais pour économiser les capacités de l'ordinateur, vous choisissez un domaine de calcul à proximité du cylindre uniquement. Expliquez pourquoi le bord « aval » du domaine de calcul doit être plus éloigné du cylindre que le bord « amont ».



*Figure exo.6*

**Exo.7**

Rédiger une brève discussion sur l'importance de chacun des éléments suivants dans le cadre d'une solution itérative de CFD: (a) conditions initiales, (b) résidu, (c) itération, et (d) post-traitement.

**Exo.8**

Énumérer six conditions aux limites qui sont utilisées avec le CFD pour résoudre les problèmes d'écoulement de fluide incompressible. Pour chaque un, fournir une brève description et donner un exemple explicatif de l'utilisation de cette condition aux limites.

Prof. R. Bessaïh

Solution TD#1

**Exo.1**

Il n'y a que trois inconnues dans ce problème,  $u$ ,  $v$  et  $P$  (ou  $P'$ ). Ainsi, nous avons besoin de trois équations : continuité, quantité de mouvement suivant  $x$  et quantité de mouvement suivant  $y$ . Ces équations, lorsqu'elles sont combinées avec les conditions aux limites appropriées, sont suffisantes pour résoudre le problème.

**Discussion** : Les équations réelles à résoudre par l'ordinateur sont des versions *discrétisées* des équations différentielles.

**Exo.2**

- Un domaine de calcul** est une région de l'espace (soit 2-D soit 3-D) dans laquelle les équations numériques de l'écoulement du fluide sont résolues par CFD. Le domaine de calcul est délimité par des **arêtes** (2-D) ou des **faces** (3-D) sur lesquelles les conditions aux limites sont appliquées.
- Un maillage** est généré en divisant le domaine de calcul en petites **cellules**. Les équations numériques sont alors résolues dans chaque cellule du maillage. Un maillage est aussi appelé **grille**.
- Une équation de transport** est une équation différentielle représentant la façon dont une propriété est transportée à travers un champ d'écoulement. Les équations de transport de la mécanique des fluides sont des équations de conservation. Par exemple, l'équation de continuité est une équation différentielle représentant le transport de la masse, ainsi que la conservation de la masse. L'équation de Navier-Stokes est une équation différentielle représentant le transport de la quantité de mouvement, ainsi que la conservation de la quantité de mouvement.
- Les équations sont dites couplées** lorsqu'au moins une des variables (inconnues) apparaît dans plus d'une équation. En d'autres termes, les équations ne peuvent pas être résolues seules, mais doivent être résolues simultanément les unes avec les autres.  
C'est le cas de la mécanique des fluides puisque chaque composante de la vitesse, par exemple, apparaît dans l'équation de continuité et dans les trois composantes de l'équation de Navier-Stokes.

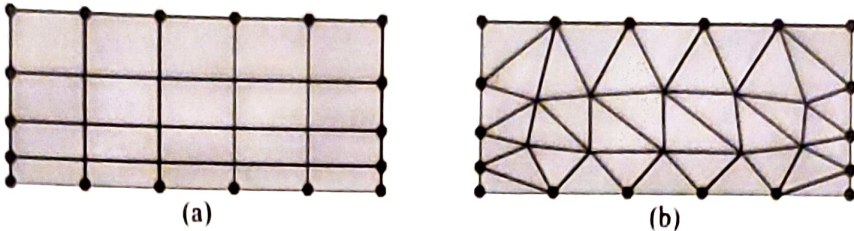
**Exo.3**

Les **nœuds** sont des points le long d'une arête d'un domaine de calcul qui représentent les sommets des cellules. En d'autres mots, ce sont les points où les coins des cellules se rencontrent. Les **intervalles**, d'autre part, sont des segments de ligne courts entre nœuds. Les intervalles représentent les petits bords des cellules elles-mêmes. Sur la figure exo.3 il y a 6 nœuds et 5 intervalles en haut et les bords inférieurs. Il y a 5 nœuds et 4 intervalles sur les bords gauche et droit.

#### Exo.4

Il y a  $5 \times 4 = 20$  cellules dans la grille structurée (a), et il y a 36 cellules dans la grille non structurée (b).

**Discussion :** en fonction de la façon dont les étudiants construisent leur grille non structurée, la forme, la taille et le nombre de cellules peuvent différer considérablement.



#### Exo.5

1. Spécifier un **domaine de calcul** et générez une **grille**.
2. Spécifier les **conditions aux limites** sur toutes les **arêtes** ou **faces**.
3. Spécifier le **type de fluide** et ses **propriétés**.
4. Spécifier les **paramètres numériques** et les **algorithmes de solution**.
5. Appliquer les **conditions initiales** comme point de départ de l'itération.
6. **Itérer** vers une solution.
7. Après **convergence**, analyser les résultats (post-traitement).
8. Calculer les **propriétés globales** et **intégrales** selon les besoins.

#### Exo.6

L'écoulement se sépare au-dessus du corps, générant un sillage avec un **écoulement inversé** et des **tourbillons en aval du corps**. Il n'y a pas de tels problèmes en amont. Par conséquent, il est toujours sage d'étendre la partie aval du domaine aussi loin que si nécessaire pour éviter les problèmes d'**écoulement inverse** à la limite de sortie.

**Discussion :** Les mêmes problèmes se posent à la sortie des conduits et des tubes - il faut parfois rallonger le conduit pour éviter l'écoulement inverse à la limite de sortie.

#### Exo.7

- (a) Dans une solution CFD, nous itérons généralement vers une solution. **Pour commencer, nous faisons quelques conditions initiales pour toutes les variables (inconnues) du problème.** Ces conditions initiales sont fausses, bien sûr, mais elles sont nécessaires comme point de départ. Ensuite, nous commençons le processus d'itération, obtenant finalement la solution.
- (b) **Un résidu est une mesure de la mesure dans laquelle nos variables diffèrent de la solution « exacte ».** On construit un résidu par mettre tous les termes d'une équation de transport d'un côté, de sorte que les termes s'additionnent tous à zéro si la solution est correcte. Comme nous itérons, la somme des termes ne sera pas nulle et le reste est appelé le résidu. Au fur et à mesure que la solution CFD itère en outre, le résidu devrait diminuer.
- (c) **L'itération est le processus numérique de marche vers une solution finale,** en commençant par les conditions initiales, et corriger progressivement la solution. Au fur et à mesure de l'itération, les variables convergent vers leur solution finale en tant que les résidus diminuent.
- (d) **Une fois la solution CFD convergée,** un post-traitement est effectué sur la solution. Les exemples incluent le tracé des champs de vitesse et de pression, le calcul des propriétés globales, la génération d'autres quantités d'écoulement comme la **vorticité**, etc. Post-traitement est effectué une fois la solution CFD trouvée et ne modifie pas les résultats. Le post-traitement n'est généralement pas aussi gourmand en CPU que le processus itératif lui-même.

**Discussion :** Nous avons supposé un **écoulement permanent** dans les discussions ci-dessus.

## Exo.8

**-Axis** : utilisé dans les écoulements axisymétriques comme axe de rotation.  
Exemple : l'axe d'un corps en forme de torpille.

**-Fan** : une arête interne (2-D) ou une face (3-D) à travers laquelle une augmentation soudaine de la pression est spécifiée.

Exemple : l'écoulement axial d'un ventilateur dans un conduit.

**-Interior** : une arête interne (2-D) ou une face (3-D) à travers laquelle rien de spécial ne se passe.

**-Outflow** : une condition aux limites de sortie dans laquelle le gradient des propriétés du fluide est de zéro normal à la sortie frontière. L'écoulement sortant (outflow) est généralement utile loin de l'objet ou de la zone d'intérêt dans un champ d'écoulement.  
Exemple : le lointain champ d'écoulement sur un corps.

**-Periodic** : Lorsque la géométrie physique a une périodicité, la condition aux limites périodique est utilisée pour spécifier que tout ce qui passe par une face de la paire périodique doit entrer simultanément dans l'autre face de la paire périodique.

Exemple : dans un échangeur de chaleur où il y a plusieurs rangées de tubes.

**-Pressure inlet** : une limite d'entrée dans laquelle la pression (mais pas la vitesse) est connue et spécifiée sur la face.

**-Pressure outlet** : une limite de sortie dans laquelle la pression (mais pas la vitesse) est connue et spécifiée sur la face.

Exemple : la sortie d'un tube exposé à la pression atmosphérique.

**-Symmetry** : une face sur lequel les gradients de toutes les variables d'écoulement sont mis à zéro perpendiculairement à la face - le résultat est une image miroir à travers le plan de symétrie. Le fluide ne peut pas traverser un plan de symétrie.

Exemple : le plan médian de l'écoulement sur un cylindre circulaire dont la moitié inférieure est une image miroir de la moitié supérieure.

**-Velocity inlet** : une condition aux limites dans laquelle la vitesse (mais pas la pression) est connue et spécifiée à travers la face.

Exemple : un courant libre uniforme entrant dans un domaine de calcul d'un côté.

**-Wall** : une limite à travers laquelle le fluide ne peut pas passer et à laquelle la condition de non-glissement (ou une condition de contrainte de cisaillement) est appliqué.

Exemple : la surface d'un profil aérodynamique modélisé par CFD.

**Discussion** : Il existe des conditions aux limites supplémentaires utilisées dans les calculs CFD.