

- Chapitre 1.** Généralités sur le calcul de dynamique des fluides (CFD).
- Chapitre 2.** La méthode des volumes finis pour les problèmes de diffusion.
- Chapitre 3.** La méthode des volumes finis pour les problèmes de convection - diffusion
- Chapitre 4.** Les algorithmes de solution (SIMPLE, SIMPLEC, PISO, SIMPLER)
- Chapitre 5.** Solution des équations algébriques discrétisées
- Chapitre 6.** La méthode des volumes finis pour les écoulements transitoires
- Chapitre 7.** La méthode des volumes finis pour les problèmes de convection - diffusion (méthode $\gamma - \omega$).

Références

- [1] S. V. Patankar (1980)
"Numerical Heat Transfer and Fluid Flow"
Hemisphere, Washington, DC.
- [2] H. K. Versteeg, W. Malalasekera (2007)
"Introduction to Computational Fluid Dynamics:
The finite volume method" (2nd Edition)
PEARSON, Prentice Hall
- [3] Y. Cengel, J. Cimbala. (2018)
"Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications", 4th Edition
Mc Graw-Hill, USA.



Chapitre 1

1.1. Introduction

1.1.1. Motivation

Il existe deux approches fondamentales pour la conception et l'analyse des systèmes d'ingénierie qui impliquent un écoulement de fluide : l'expérimentation et le calcul. La première implique généralement la construction de modèles qui sont testés dans des souffleries ou d'autres installations, tandis que la seconde implique la résolution d'équations différentielles, soit analytiquement, soit par calcul. Dans le présent chapitre, nous présentons une brève introduction à la dynamique des fluides numériques (CFD).

CFD est l'utilisation d'ordinateurs et des techniques pour résoudre des problèmes impliquant l'écoulement de fluides.

Le CFD est certainement devenu un outil regroupant les disciplines des fluides avec les mathématiques et avec l'informatique. (Fig. 1.1).

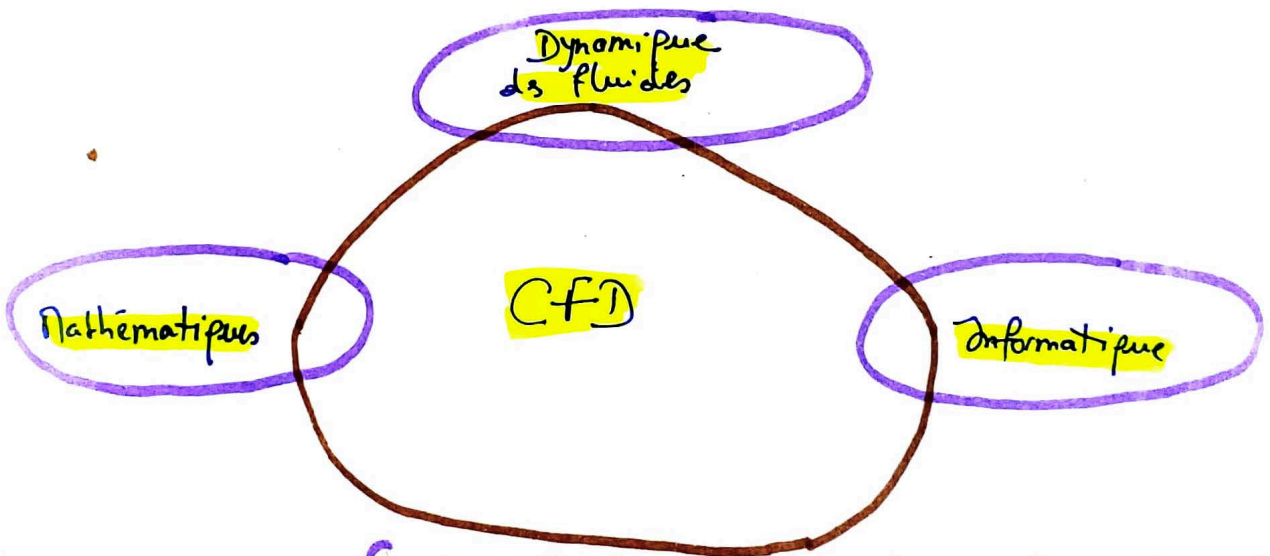


Fig. 1.1: Différentes disciplines contenues dans le CFD.

Chapitre 1

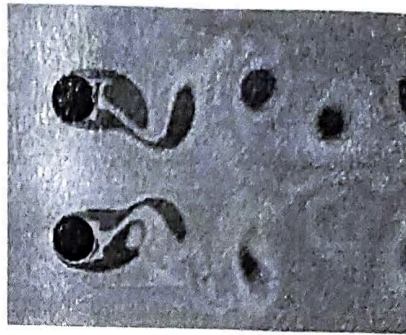
Généralités sur le Calcul de Dynamique des Fluides (CFD)

1.1.2 Applications du CFD

Le CFD peut être utilisé pour mieux comprendre les processus physiques qui se produisent dans l'écoulement des fluides autour des objets. La figure 1.2 illustre l'écoulement autour de deux cylindres et la figure 1.3 montre un autre exemple du calcul CFD pour un écoulement autour de trois cylindres.



(a)

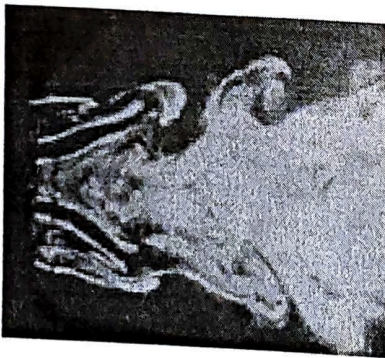


(b)

Fig. 1.2: Écoulement autour de deux cylindres [4]

(a) observation expérimentale

(b) Simulation numérique basée sur le modèle LES, "Large Eddy Simulation"



(a)



(b)

Fig. 1.3: Écoulement autour de trois cylindres [4]

(a) expérimentale

(b) LES

Méthode des volumes finis, Master 1 Energétique

Chapitre 1

Généralités sur le Calcul de Dynamique des Fluides (CFD)

1.1.3 Équations du mouvement

Pour un écoulement laminaire permanent d'un fluide visqueux, incompressible, newtonien, sous effets de surface libre, les équations du mouvement sont l'équation de continuité et l'équation de Navier-Stokes (qui représente le transport de quantité de mouvement dans tout le domaine de calcul).

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1.1)$$

$$(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p' + \nu \nabla^2 \vec{V} \quad (1.2)$$

où $\vec{V}$ est la vitesse du fluide, ρ est la masse volumique, et ν est la viscosité cinématique ($\nu = \mu/\rho$). Notons que l'éq. (1.1) est une équation scalaire, tandis que l'éq. (1.2) est une équation vectorielle. Ainsi, pour un écoulement tridimensionnel en coordonnées cartésiennes, il existe quatre équations différentielles couplées pour quatre inconnues, u, v, w , et p' (fig. 1.3).

Continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

x - quantité de mouvement

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

y - quantité de mouvement

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

z - quantité de mouvement

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

Fig. 1.3: Les équations du mouvement pour le cas d'écoulement permanent, laminaire, d'un fluide newtonien et incompressible avec des propriétés constantes. quatre équations en coordonnées cartésiennes et quatre inconnues: u, v, w , et p' .

Chapitre 1

Généralités sur le Calcul de Dynamique des Fluides (CFD)

1.1.4 Procédure de résolution

Pour résoudre numériquement les équations (1.1) et (1.2), les étapes suivantes sont effectuées :

1. Un **domaine de calcul** est choisi, et une grille (également appelée **maillage**) est générée; le domaine est divisé en de nombreux petits éléments appelés **cellules**.

Pour les domaines bidimensionnels (2-D), les cellules sont des surfaces, tandis que pour des domaines tridimensionnels (3-D), les cellules sont des volumes (Fig. 1.4)

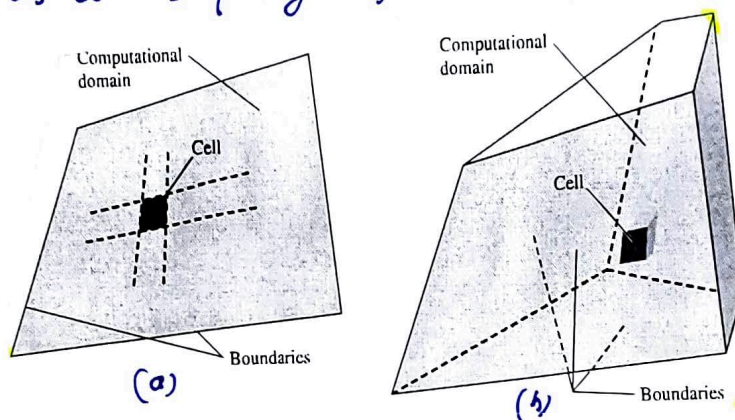


Fig. 1.4: Un domaine de calcul est la région de l'espace [Kip.3] dans laquelle les équations du mouvement sont résolues par CFD. Une **cellule** est un petit sous-ensemble du domaine de calcul.
(a) un domaine 2-D et une cellule quadrilatérale
(b) " " 3-D et une cellule hexaédrique.

Les limites (Boundaries) du domaine 2-D sont appelées **arêtes**, tandis que celles d'un domaine 3-D sont appelées **faces**.

Chapitre 1

Généralités sur le Calcul de Dynamique des Fluides (CFD)

Remarque: La qualité d'une solution CFD dépend fortement de la qualité de la grille (Fig. 1.5)

Ne procédez pas aux calculs CFD tant que vous n'avez pas généré une grille de haute qualité.

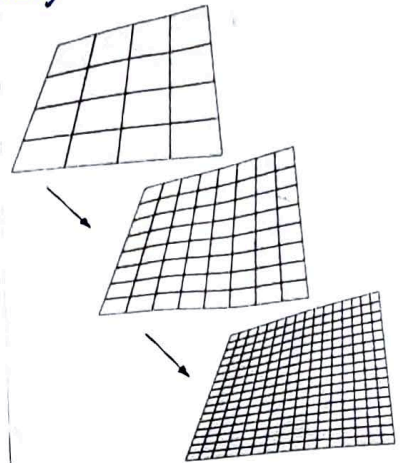


Fig. 1.6: Les solutions des équations du mouvement sont d'abord obtenues sur 1 grille grossière suivie par des grilles successivement plus fines [3]

Fig. 1.5: Une grille de qualité est indispensible à une simulation de CFD de qualité.

1. Les conditions aux limites (Boundary Conditions) sont spécifiées sur chaque arête du domaine de calcul 2-D ou sur chaque face du domaine (écoulement 3-D).
2. Le type de fluide (eau, air, mende, etc.) est spécifié, ainsi que les propriétés du fluide (température, masse volumique, viscosité, etc.).
3. Les paramètres numériques et les algorithmes de solution sont sélectionnés (voir chapitres 3 et 4).
4. Les valeurs initiales de tous les variables du champ d'écoulement sont spécifiées par chaque cellule.

Chapitre 1

Généralités sur le Calcul de Dynamique des Fluides (CFD)

6. En commençant par les estimations initiales, les formes discrétisées des équations (1.1) et (1.2) sont résolues de manière itérative, généralement au centre de chaque cellule.

Si l'on mettait tous les termes de l'eq. (1.2) d'un seul côté de l'équation, la solution serait "exacte" lorsque la somme de ces termes, définie comme le Résidu, est nulle pour chaque cellule du domaine. Dans une solution CFD, cependant, la somme n'est jamais identique à zéro, mais diminue au fur et à mesure des itérations.

Un Résidu peut être considéré comme une mesure de la déviation de la solution d'une équation de transport donnée qui s'écarte de la solution exacte.

7. Une fois la solution a convergé, les variables du champ d'écoulement telles que la vitesse et la pression sont tracées et analysées. La plupart des codes CFD commerciaux ont des post-processeurs intégrés, conçus pour une analyse graphique rapide du champ d'écoulement.

8. Les propriétés globales du champ d'écoulement, telles que la chute de pression, les forces (P_{portance}^{FL} et F_D^{FD}) et les moments M agissant sur un corps, sont calculées à partir de la solution convergente (Fig. 1.6).

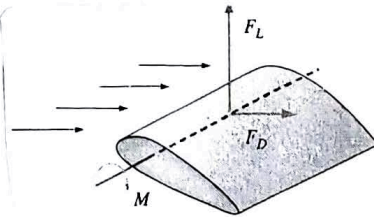


Fig. 1.6: Les forces de Portance F_L et de traînée F_D et les moments M sont calculés après une solution CFD a convergé [3].

Chapitre 1

Généralités sur le Calcul de Dynamique des Fluides (CFD)

1.1.5 Equations de mouvement supplémentaires

Si la conversion d'énergie ou le transfert de chaleur sont importants dans le problème, une autre équation de transport (l'équation d'énergie), doit également être résolue. Si les différences de température entraînent des changements significatifs de la masse volumique, une équation d'état (loi des gaz parfaits) est utilisée. Si la flottabilité (buoyancy) est importante, l'effet de la température sur la masse volumique est reflété dans le terme de gravité (eq. 1.9).

1.1.6. Génération et indépendance du maillage

La première étape (et sans doute la plus importante) d'une solution CFD est la génération d'une grille qui définit les cellules sur lesquelles les variables d'écoulement (vitesse, pression, etc.) sont calculées dans tout le domaine de calcul.

De nombreux codes CFD peuvent fonctionner avec des grilles structurées ou non structurées.

- Une grille (maillage) structurée est constituée de cellules planes à quatre arêtes (2-D) ou de cellules volumétriques à six faces (3-D). Une illustration d'une grille structurée 2-D est présentée à la figure 1.7.

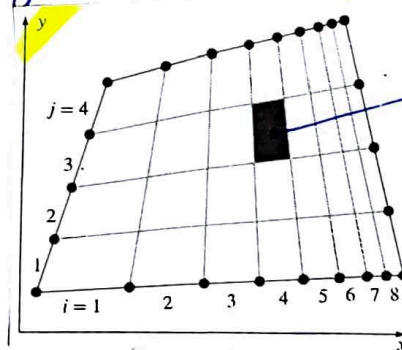


Fig. 1.7: Maillage structuré [3]

Chapitre 1

Généralités sur le Calcul de Dynamique des Fluides (CFD)

- Une grille non structurée est constituée de cellules de formes diverses, mais typiquement des triangles ou quadrilatères (2-D) et des tétraèdres ou hexaèdres (3-D) sont utilisés. Deux grilles non structurées sont présentées à la fig. 1.8.

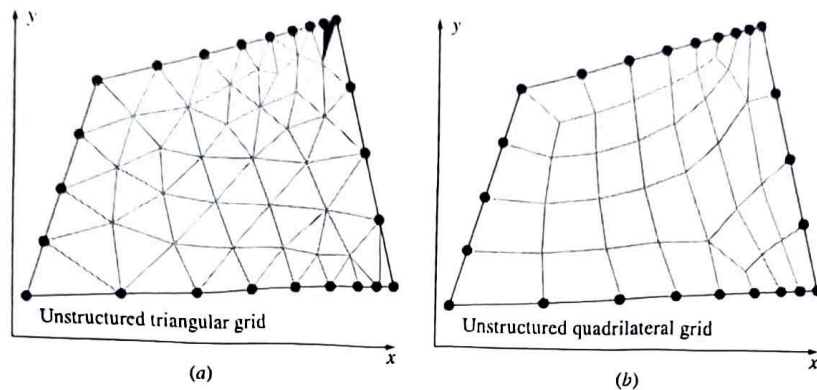


Fig. 1.8: Deux grilles non structurées [3]
(a) maillage (grille) triangulaire non structurée
(b) " " quadrilatères " "

1.1.7 Conditions aux limites

Des conditions aux limites appropriées sont nécessaires pour obtenir une solution CFD précise (Fig. 1.9). Il existe plusieurs types de conditions aux limites disponibles.

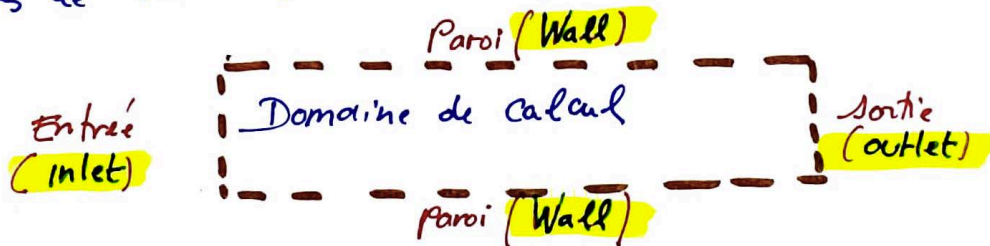


Fig. 1.9: Des conditions aux limites sont nécessaires pour obtenir une solution CFD.

Chapitre 1

Généralités sur le Calcul de Dynamique des Fluides (CFD)

A). Conditions aux limites d'entrée / sortie (inflow/outflow)

La figure 1.10 montre les différentes conditions aux limites d'entrée / sortie (inflow/outflow).

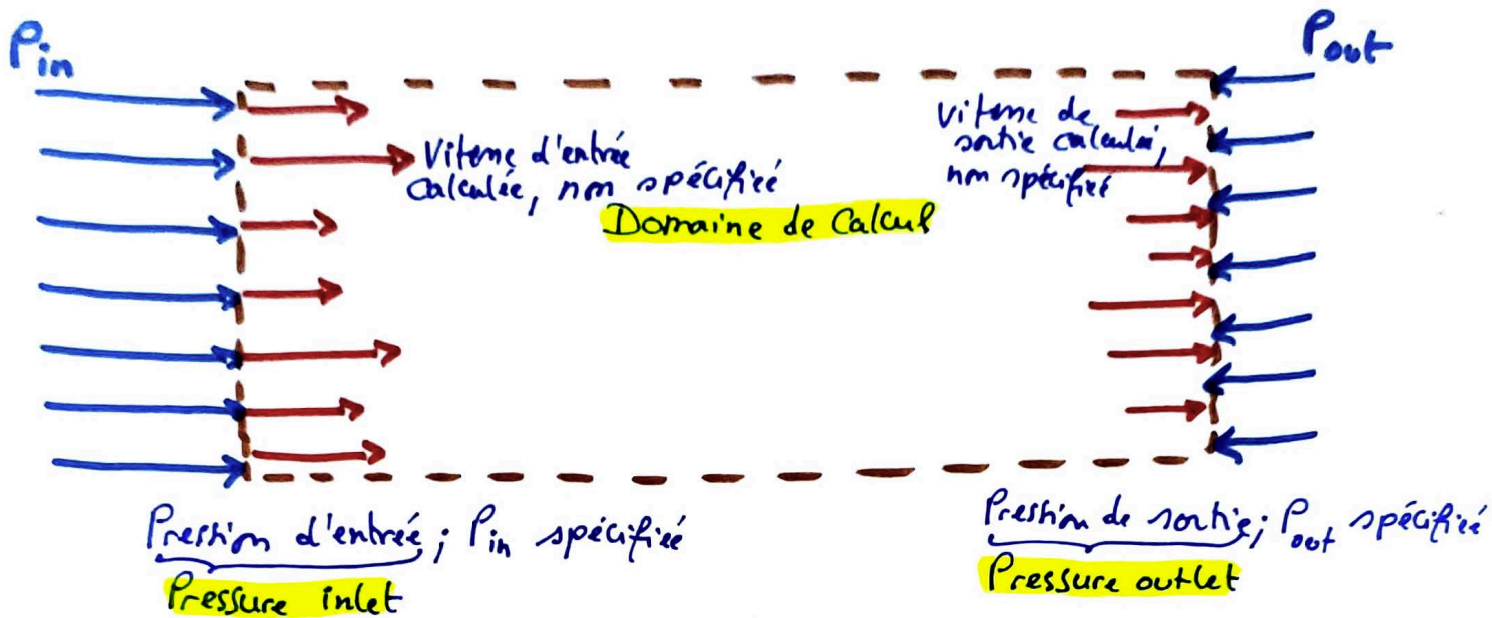


Fig. 1.10: À une pression d'entrée ou une pression de sortie, nous spécifions la pression sur la face, mais nous ne pouvons pas spécifier la vitesse à travers la face. Au fur et à mesure que la solution CFD converge, la vitesse s'ajuste de telle sorte que les conditions aux limites de pression prescrites soient satisfaites.

Chapitre 1

Généralités sur le Calcul de Dynamique des Fluides (CFD)

Remarques:

- i). Par exemple, si un conduit est suffisamment long pour que l'écoulement se développe pleinement (fully developed) à la sortie, la condition aux limites de sortie serait appropriée, puisque la vitese ne change pas dans la direction normale à la face de sortie (voir fig. 1.11).
(Condition aux limite de sortie $\equiv$ outflow d'écoulement).

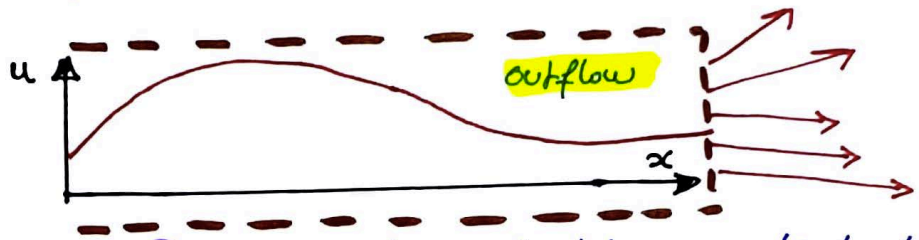


fig. 1.11: A une condition aux limites de sortie (outflow), le gradient de vitesse normale à la face de sortie est zéro. Comme illustré ici pour u en fonction de x le long d'une ligne horizontale. Notez que ni la pression ni la vitesse ne sont spécifiées à une limite d'écoulement.

- ii). Si l'écoulement se développe toujours, mais que la pression à la sortie est connue, une condition aux limites de sortie de pression (Pressure outlet) serait plus appropriée qu'une condition aux limite outflow).
- iii). Un écoulement inversé (Reverse flow) à la condition aux limites de sortie de pression (Pressure outlet) est généralement une indication du calcul n'est pas assez grand. Si l'écoulement le domaine inversé persiste, la solution CFD, le domaine de calcul doit être étendu.

B] Conditions aux limites de paroi (Wall boundary conditions)

La Condition aux limites la plus simple est celle d'une paroi (Wall).
Étant donné que le fluide ne peut pas traverser une paroi, la composante normale de la vitesse est fixée à zéro par rapport à la paroi. Sur la figure 1.9 (page 8), par exemple, les limites supérieure et inférieure de ce domaine sont spécifiées comme conditions aux limites de paroi sans glissement.

C] Conditions aux limites diverses

Certaines limites d'un domaine de calcul ne sont ni des parois, ni des entrées ou des sorties, mais imposent plutôt une sorte de symétrie ou de périodicité.

Par exemple, la condition aux limites périodique (periodic) est utile lorsque la géométrie implique une répétition (fig. 1.12).
La condition de frontière de symétrie (symmetry) oblige les variables du champ d'écoulement à être en miroir à travers un plan de symétrie sont fixés à la même valeur (fig. 1.13).

Fig. 1.12:
Condition aux
limites p
périodique [3]

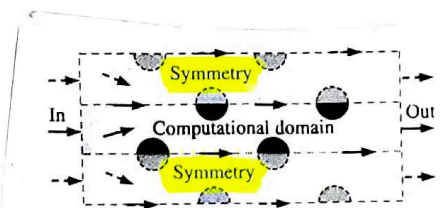
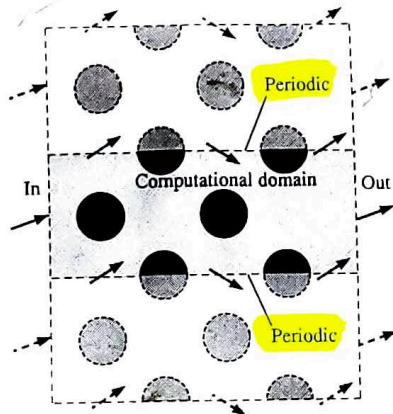


Fig. 1.13: Conditions aux
limites de
symétrie [3]

1.2 Calculs CFD Laminaire

Considérons l'écoulement d'eau à température ambiante à l'intérieur d'un tube rond ligne de longueur $L = 40\text{ cm}$ et de diamètre $D = 1.00\text{ cm}$. Nous supposons que l'eau entre à une vitesse égale à $V = 0.005024\text{ m/s}$. La viscosité cinématique de l'eau est $\nu = 1.005 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$, produisant un nombre de Reynolds $Re = VD/\nu = 500$. Nous supposons l'écoulement incompressible, laminaire, permanent (Fig. 1.14).

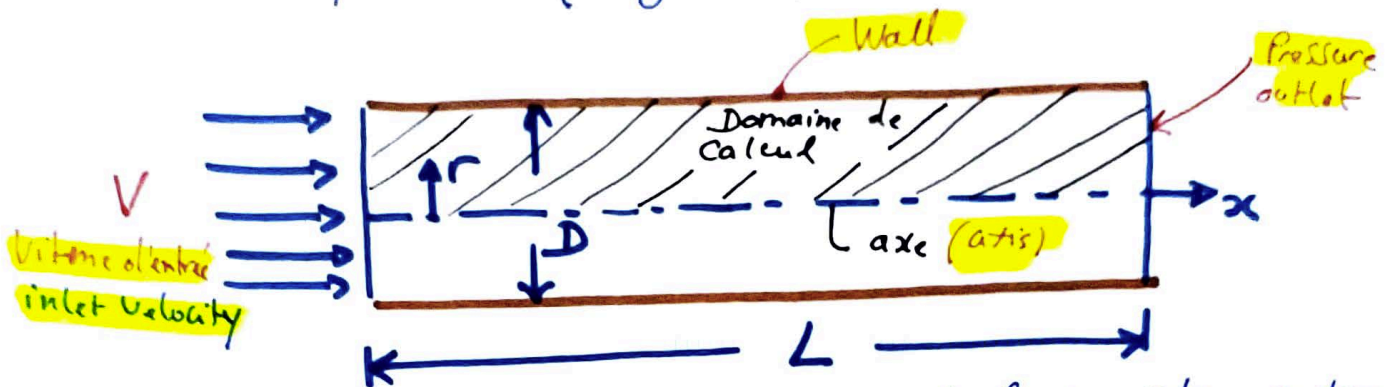


Fig. 1.14.

À cause de la symétrie autour de l'axe x , l'écoulement à travers un tube rond peut être résolu numériquement avec une tranche 2-D de $r = 0$ à $D/2$.

Six maillages structurés sont générés pour ce domaine de calcul :

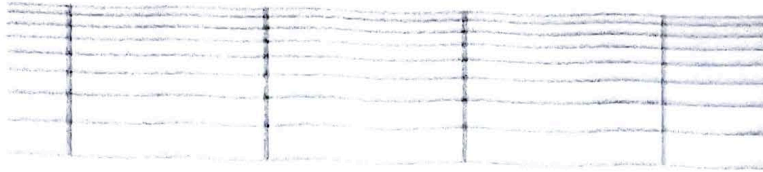
Maillage	Dimensions	Type
(a)	40×8	très grossier
b	80×16	grossier
c	160×32	moyen

Fig. 1.15.

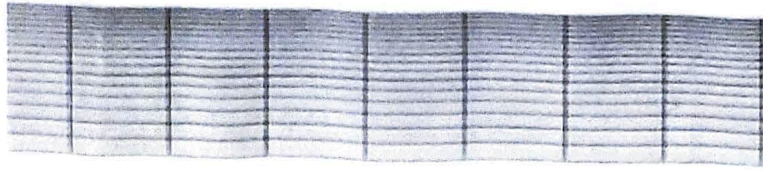
Chapitre 1

Généralités sur le Calcul de Dynamique des Fluides (CFD)

(40x8)



(80x16)



(160x32)

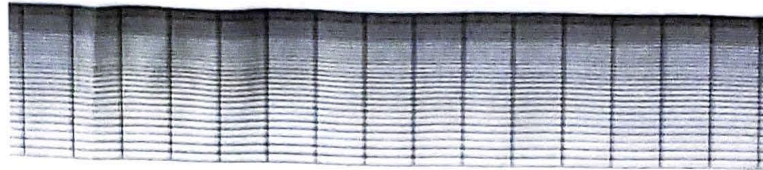
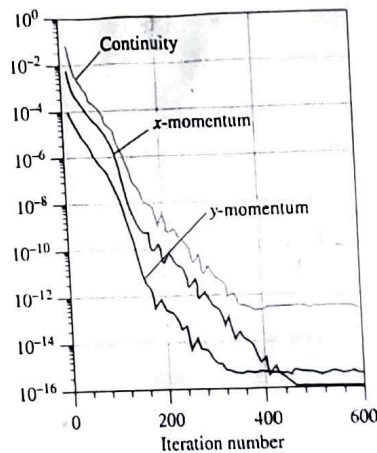


Fig. 1.15: Différents maillages structurés [3]

Le code CFD est exécuté jusqu'à convergence (tous les résidus se stabilisent). La décroissance des résidus est tracée sur la fig. 1.16 pour le cas de la fig. (1.15a).

Fig. 1.16:

La décroissance des résidus avec le nombre d'itération. [3].



1.3. Calcul CFD Turbulent

Les simulations CFD d'écoulement turbulent sont beaucoup plus difficiles que celles d'écoulement laminaire. La raison en est que les caractéristiques les plus fines du champ d'écoulement turbulent sont toujours instables et tridimensionnelles — des structures tourbillonnantes aléatoires appelées tourbillons turbulents de toutes orientations se produisent dans un écoulement turbulent (Fig. 1.17)

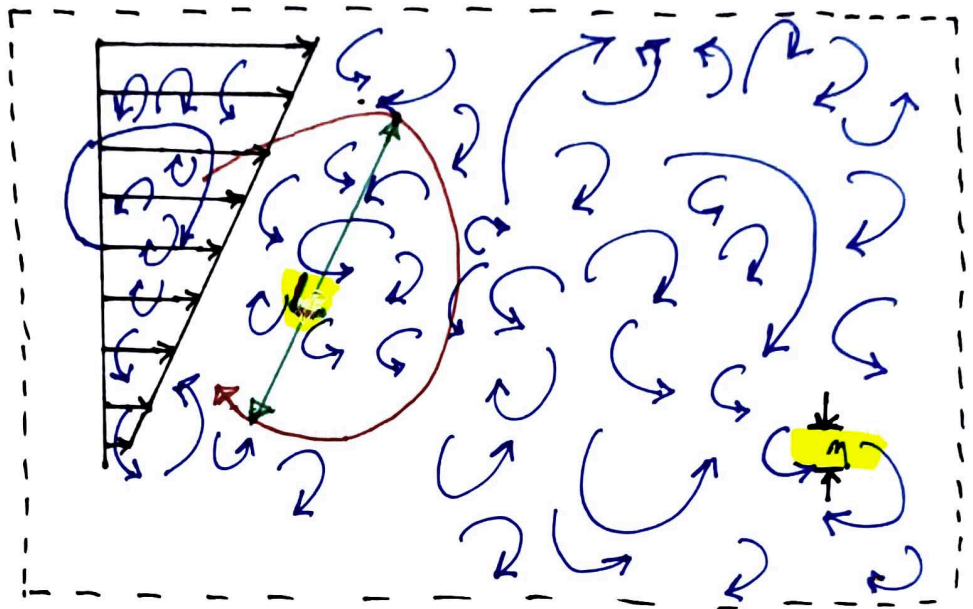


Fig. 1.17: Tous les écoulements turbulents, même ceux qui sont stables en moyenne, contiennent des tourbillons turbulents tridimensionnels instables de différentes tailles. Montré est le profil de vitesse moyenne et certains des tourbillons; les plus petits tourbillons turbulents (taille l) sont de l'ordre de grandeur plus petits que les plus grands tourbillons turbulents (taille L)

• Turbulence près d'une paroi

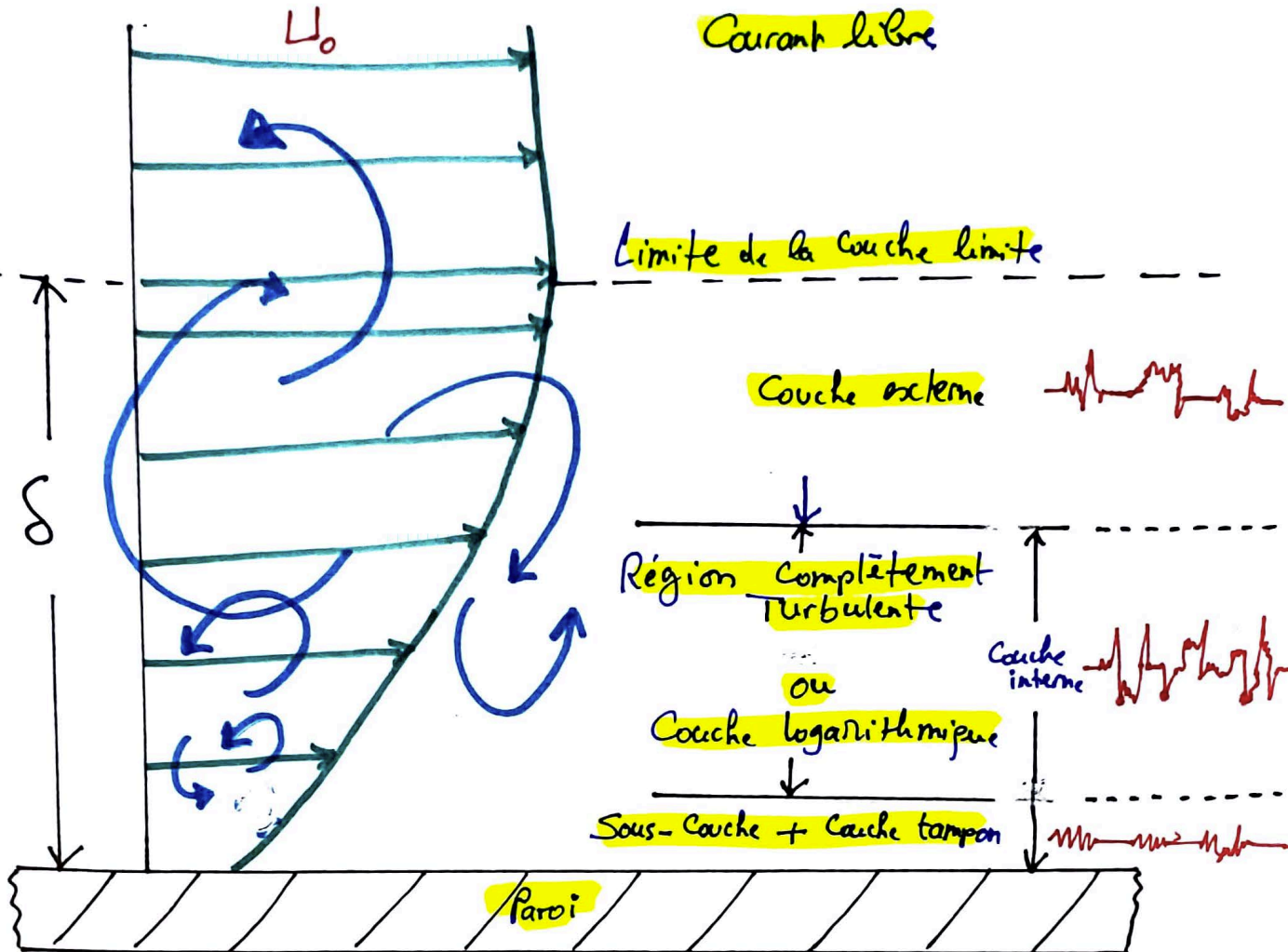


Fig. A.18: La structure des écoulements proches des parois.

Chapitre 1

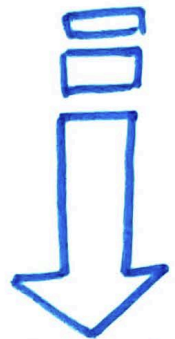
Généralités sur le Calcul de Dynamique des Fluides (CFD)

De nombreux modèles de turbulence sont utilisés aujourd'hui, y compris les modèles algébriques, à une équation, à deux équations et à contraintes de Reynolds.

Les modèles de turbulence disponibles dans Ansys-Fluent sont:

Modèle basé sur RANS	One - Equation Model
	Spalart - Allmaras
	Two - Equations Models
	- Standard $k-\epsilon$
	- RNG $k-\epsilon$
	- Realizable $k-\epsilon^*$

	Standard $k-\omega$
	SST $k-\omega^*$
	Reynolds Stress Model
	$k-kL-\omega$ Transition Model
	SST Transition Model



Augmentation du
Coût de calcul
par itération



Detached Eddy Simulation

Large Eddy Simulation (LES)

RANS = Équation de Navier Stokes moyennée de Reynolds

Chapitre 1

Généralités sur le Calcul de Dynamique des Fluides (CFD)

• La LES

La LES est la simulation de grands tourbillons. Cette technique permet de résoudre les grandes caractéristiques instantanées des tourbillons turbulents, tandis que les tourbillons turbulents dissipatifs à petite échelle sont modélisés (fig. 1.19).

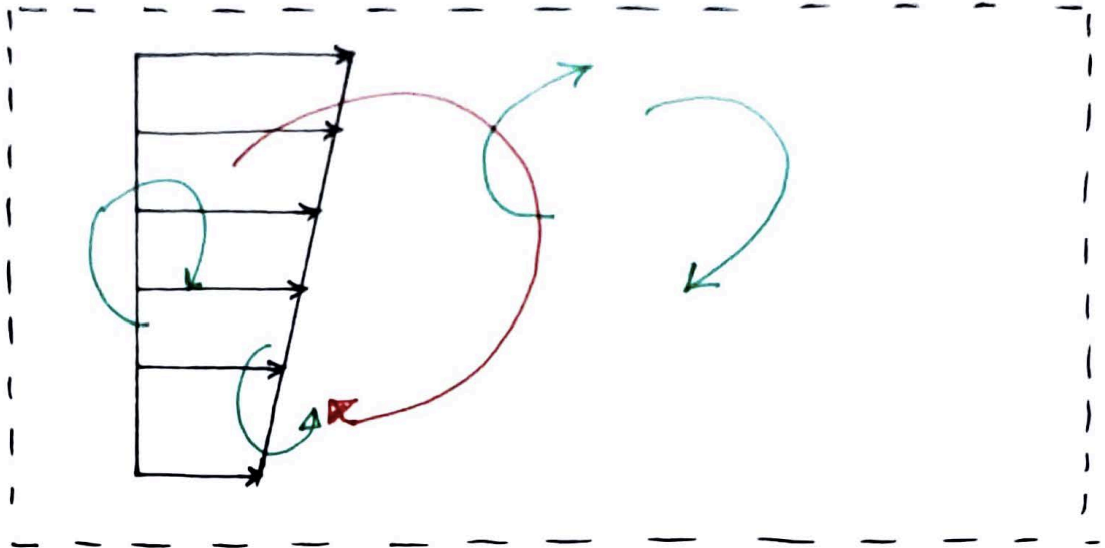


Fig. 1.19: La LES est une simplification de la simulation numérique directe (DNS) dans laquelle seuls les grands tourbillons turbulents sont résolus, ce qui réduit considérablement les besoins informatiques. Montré est le profil de vitesse moyenne et les tourbillons résolus.

- La DNS (Direct numerical simulation) est une technique CFD qui simule les tourbillons turbulents pertinents dans l'écoulement.

• Equation RANS en régime permanent

Lors de l'utilisation d'un modèle de turbulence, l'équation de Navier-Stokes stationnaire (eq. 1.2) est remplacée par ce que l'on appelle l'équation de Navier-Stokes moyennée de Reynolds (RANS), illustrée ici pour un écoulement turbulent stationnaire, incompressible,

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p' + \nu \nabla^2 \vec{V} + \vec{\nabla} \cdot (\tau_{ij, \text{turbulent}}) \quad (1.3)$$

Comparée à l'eq. (1.2), il y a un terme supplémentaire sur le côté droit de l'eq. (1.3) pour les fluctuations turbulentes. $\tau_{ij, \text{turbulent}}$ est un tenseur connu sous le nom de tenseur de contrainte de Reynolds spécifique. En coordonnées cartésiennes,

$\tau_{ij, \text{turbulent}}$ est

$$\tau_{ij, \text{turbulent}} = - \begin{pmatrix} \overline{u'^2} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{u'v'} & \overline{v'^2} & \overline{v'w'} \\ \overline{u'w'} & \overline{v'w'} & \overline{w'^2} \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

Valeurs moyennes

Chapitre 1

Généralités sur le Calcul de Dynamique des Fluides (CFD)

• Écoulement autour d'un cylindre circulaire à $Re = 10\,000$

La figure 1.20 montre des lignes de courant (Streamlines) obtenues par des simulations CFD d'un écoulement turbulent autour d'un cylindre circulaire à $Re = 10^4$.

Maillage grossier
(30 x 60)



(a)

Maillage moyen.
(60 x 120)



(b)

Maillage fin
(120 x 240)

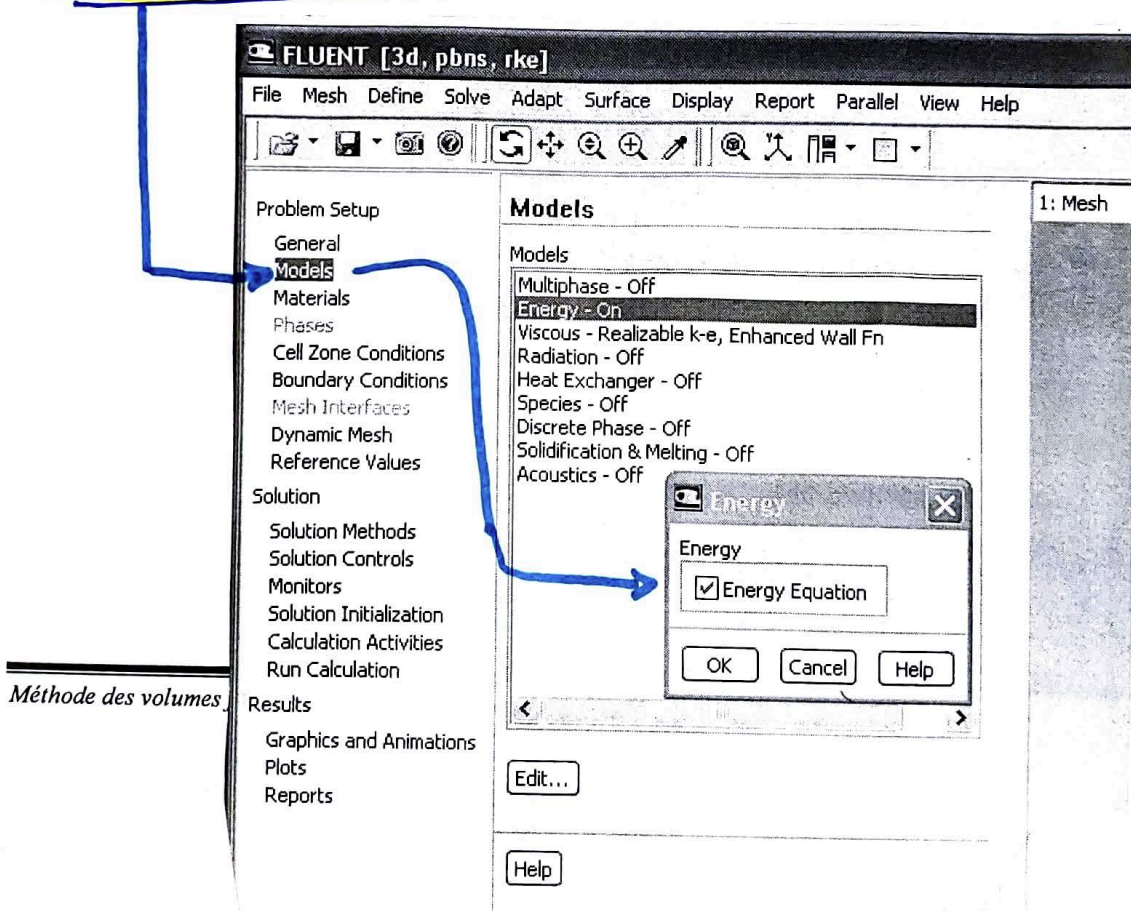


(c)

Fig. 1.20: Lignes de courant sur un cylindre circulaire
à $Re = 10^4$ [3].

1.4. CFD avec Transfert de chaleur

- Tous les modes de transfert thermique peuvent être pris en compte ds la simulation CFD:
 - Conduction
 - Convection (forcée et naturelle).
 - Transfert de chaleur conjugué
 - Rayonnement
 - Changement de phase
 - Diffusion des espèces.
- Pour modéliser le transfert de chaleur, l'équation d'énergie doit être activée



Chapitre 1

Généralités sur le Calcul de Dynamique des Fluides (CFD)

- **Convection:** Lorsque'un fluide se déplace, il transporte de la chaleur avec lui. Ainsi, le transfert de chaleur peut être étroitement couplé à la solution d'écoulement de fluide.
 - Le taux de transfert de chaleur dépend fortement de la vitesse du fluide (Fig. 1.21).
 - Les propriétés du fluide peuvent varier considérablement avec la température (par exemple, l'air).

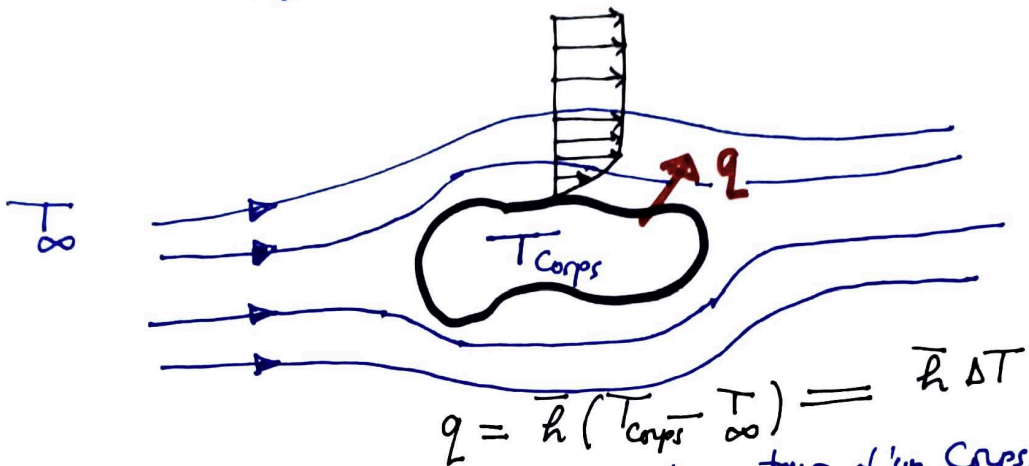


Fig. 1.21: Ecoulement autour d'un Corps.

$\bar{h}$ = Coefficient de transfert de chaleur moyen ($\text{W/m}^2 \cdot \text{K}$).

- **Conduction:** Le transfert de chaleur par conduction est régi par la loi de Fourier

$$q_{\text{Conduction}} = -K \nabla T$$

Conductivité

- K peut être fonction de la température T . (Thermique)
- pour les matériaux isotropes, K est une valeur constante
- " " " anisotropes, K est une matrice.

Chapitre 1

Généralités sur le Calcul de Dynamique des Fluides (CFD)

Conditions Thermiques à la paroi

- Flux de chaleur (Heat Flux)
- Temperature
- Convection $\rightarrow q_{conv} = h_{ext} (T_{ext} - T_w)$
- Radiation $\rightarrow q_{rad} = \epsilon_{ext} \sigma (T_{\infty}^4 - T_w^4)$
- Mixte (Mixed) $\rightarrow q_{mixed} = h_{ext} (T_{ext} - T_w) + \epsilon_{ext} \sigma (T_{\infty}^4 - T_w^4)$
- Via un système de couplage (via system coupling) $\rightarrow$ Peut être utilisé lorsque le logiciel Fluent est couplé avec un autre système dans Workbench, utilisant les couplages de système.

Wall

Zone Name: wall

Adjacent Cell Zone: part1

Momentum Thermal Radiation Species DPM Multiphase UDS Wall Film

Thermal Conditions

- ☐ Heat Flux
- ☐ Temperature
- ☐ Convection
- ☐ Radiation
- ☒ Mixed
- ☐ via System Coupling

Material Name: aluminum Edit...

Heat Transfer Coefficient (w/m2-k): 5 constant

Free Stream Temperature (k): 300 constant

External Emissivity: 0.9 constant

External Radiation Temperature (k): 300 constant

Wall Thickness (in): 0.002

Heat Generation Rate (w/m3): 0 constant

OK Cancel Help

$$\begin{cases} \sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4 & (\text{Constante de Stefan-Boltzmann}) \\ \epsilon = \text{Emissivité externe} \end{cases}$$

Chapitre 1

Généralités sur le Calcul de Dynamique des Fluides (CFD)

- Il existe trois types de convection

- **Convection naturelle** : le fluide se déplace sous l'effet de la flottabilité (buoyancy).

- **Convection forcée** : l'écoulement est induit par des moyens externes.

- **Convection avec changement de phase** : Le Corps est suffisamment chaud pour provoquer un changement de phase du fluide.

- **Exemple** : Lorsque de l'air froid traverse un corps chaud, il attire l'air chaud près du corps et le remplace par de l'air froid. (voir 1.22).

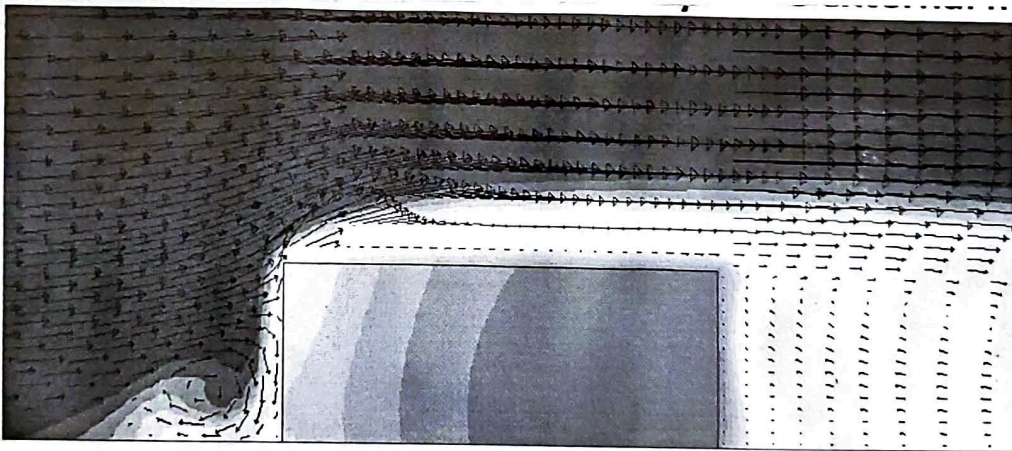


Fig. 1.22: Écoulement et transfert de chaleur à travers un bloc chauffé *