وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المركز الجامعي عبد الحفيظ بوالصوف ميلة
معهد العلوم الإقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم الإقتصادية والعلوم التجارية

السنة الثانية علوم اقتصادية و علوم تجارية — السنة الجامعية 2023/2022م

التصحيح النموذجي لإمتحان الإستدراك السداسي الثالث في مادة الإحصـــاء (3)

حل التمرين الأول (04 نقاط)

1- تحديد الفرضيات:

01 نقطة

$$\begin{cases} H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 \\ H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0 \end{cases} \dots\dots\dots\dots$$

2- التوزيع والقيم الحرجة:

لذينا مستوى المعنوية: $\alpha = 0.05 \Leftarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$، و بالتالي: $\pm Z_{\frac{\alpha}{2}} = \pm 1.96$، وحيث أن الإختبار ذو اتجاهين، ومنطقة الرفض تكون موزعة على جانبي التوزيع

01 نقطة

$$\pm Z_{\frac{\alpha}{2}} = \pm 1.96 \dots\dots\dots\dots$$

3- حساب إحصائية الاختبار Z_{cal}:

01 نقطة

$$Z_{cal} = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \sqrt{\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}} = \frac{(25-15)-0}{\sqrt{\frac{25}{36} + \sqrt{\frac{16}{30}}}} = \frac{10}{0.83+0.73} = +6.41 \dots\dots\dots\dots$$

4- المقارنة واتخاذ القرار:

01 نقطة

$$\dots\dots\dots\dots$$

حيث أن: $|Z_{cal} = +6.41| \geq (+Z_{\frac{\alpha}{2}} = +1.96) \Leftarrow$ نرفض الفرضية الصفرية، وبالتالي نقبل الفرضية البديلة، وهذا يعني أن متوسطي المجتمعين فرق معنوي عند مستوى المعنوية$(\alpha = 0.05)$

حل التمرين الثاني(04 نقاط)

01 نقطة

1- تحديد الفرضيات:.....

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 1800 \\ H_1 : \mu < 1800 \end{cases}$$

01 نقطة

2- التوزيع والقيم الحرجة:.....

حيث أن مستوى المعنوية $(\alpha = 0.01)$ وحيث أن الإختبار ذو الجانب الأيسر، إذن تكون منطقة الرفض موزعة بالكامل على يسار المنحني وهي: $-Z_\alpha = -2.32$

01 نقطة

3- حساب إحصائية الإختبار Z_{cal}:.....

$$Z_{cal} = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\delta / \sqrt{n}} = \frac{2000 - 1800}{94.87 / \sqrt{200}} = \frac{-200}{6.71} = -29.81$$

01 نقطة

4- المقارنة واتخاذ القرار:.....

حيث أن $-29.81 = Z_{cal} < -Z_\alpha = -1.64 \Leftarrow$ نرفض الفرضية الصفرية، وبالتالي نقبل الفرضية البديلة، وهذا يعني أن متوسط وزن الصناديق يقل فعلاً عن 1800 غرام عند مستوى المعنوية الإحصائية $(\alpha = 0.01)$.

حل التمرين الثالث(05 نقاط)

عند مستوى ثقة 90% تكون: $\pm Z_{\frac{\alpha}{2}} = \pm 1.64$.

01 نقطة

$$\hat{P}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{70}{100} = 0.70$$

01 نقطة

$$\hat{P}_2 = \frac{x_2}{n_1} = \frac{40}{80} = 0.5$$

$$\sigma_{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2)} = \sqrt{\frac{\hat{P}_1(1-\hat{P}_1)}{n_1} + \frac{\hat{P}_2(1-\hat{P}_2)}{n_2}} = \sqrt{\frac{0.70(1-0.70)}{100} + \frac{0.5(1-0.5)}{80}} = 0.04 + 0.05 = 0.09$$

1.5 نقطة

ويكون مجال الثقة هو:

$$(\hat{P}_1 - \hat{P}_2) - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma_{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2)} \le P_1 - P_2 \le (\hat{P}_1 - \hat{P}_2) + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sigma_{(\hat{P}_1 - \hat{P}_2)}$$

$$.....(0.70 - 0.50) - (1.64 \times 0.09) \le P_1 - P_2 \le (0.70 - 0.50) + (1.64 \times 0.09)$$

0.5 نقطة

$$0.05 \le P_1 - P_2 \le 0.35$$

التعليق: نحن واثقين بنسبة 95% أن الفرق بين نسبتي نجاح العمليات الجراحية في المجتمعين المجهولين يقع في المجال [5%، 35%].....

حل التمرين الرابع(04 نقاط)

1- حساب المتوسط والتباين والإنحراف المعياري للوسط الحسابي $\overline{X}$ لأطوال في العينة:

01 نقطة ..... $\mu_{\overline{X}} = \mu = 1.2kg$

01 نقطة ..... $\sigma^2_{\overline{X}} = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{2}{25} = 0.04kg$

01 نقطة ..... $\sigma_{\overline{X}} = \sqrt{0.08} = 0.2\,kg$

2- حساب الإحتمال:

1 نقطة .....
$$P(\overline{X} \geq 1) = P\left(Z \geq \frac{1-1.2}{0.2}\right) = P(Z \geq -1)$$
$$= 1 - \varphi(-1) = 1 - 0.15866 \approx 0.84 = 84\%$$

حل التمرين الخامس(05 نقاط)

1- إيجاد التوزيع الإحتمالي لتوزيع الفرق بين متوسطي العينتين:

01نقطة ..... بالتطبيق المباشر للعلاقة: $\overline{X}_1 - \overline{X}_2 \sim N(\mu_1 - \mu_2\,,\, \frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2})$

نحصل على: $\overline{X}_1 - \overline{X}_2 \sim N(750 - 700\,,\, \frac{40^2}{45} + \frac{20^2}{35}) = N(50, 46.98)$

وبالتالي فإن:

01نقطة .....
$$Z_{cal} = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{46.98}} = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - 50}{6.85}$$
$$= \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - 50}{6.85} \sim N(0,1)$$

2- حساب الإحتمال $P(200 \leq \overline{X}_1 - \overline{X}_2 \leq 300)$:

1 نقطة
$$P(50 \leq \overline{X}_1 - \overline{X}_2 \leq 60) = P\left(\frac{50-50}{6.85} \leq Z \leq \frac{60-50}{6.85}\right)$$

1 نقطة
$$= P\left(0 \leq Z \leq \frac{10}{6.85}\right) \approx P(0 \leq Z \leq 1.46) = \phi(1.46) - \varphi(0)$$
$$= 0.92785 - 0.50 = 0.42785 \approx 0.43 \approx 43\%$$

انتهـــــــــى