وزارة التعليــم العالــي والبحـث العلمـي

المركــز الجامعي عبد الحفيظ بوالصوف ميلـة

معهد العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم الجذع المشترك

السنة الجامعية2023/2022

سنة أولى جدع مشترك

المدة : 1,5 سا

تصحيح إمتحان الرياضيات 1

التمرين الأول

1/ يمكن إجلاس 5 أشخاص على 5كراسي بـ $5! = 120$ طريقة مختلفة / (2ن)

2/ عدد المجموعات المكونة من ثلاث عناصر التي يمكن تشكيلها من مجموعة ذات 10 عناصر هو $120 = \frac{10!}{(10-3)!3!}$=$C_{10}^{3}$/ (2ن)

3/ إذا كان لشخص ما 4 هواتف و 6 أصدقاء ، بحيث أن إثنين من هواتفه A و B لا يحملان رقم واحدا من أصدقائه و أن أحد أصدقائه الآخرين يملك 3 هواتف ولا يمكن مكالمته إلا بالهاتفين A أو B يريد هذا الشخص إجراء مكالمة لأحد أصدقائه و يمكنه فعل ذالك بـ $4.7^2.5^2 = 4900$ طريقة مختلفة / (2ن)

التمرين الثاني

أ/ لتكن V_n متتالية معرفة كما يلي

$$\begin{cases} V_0 = 0 \\ \forall\, n \in \mathbb{N}^*, \quad S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \cdots + V_n = \frac{n^2-1}{4} \end{cases}$$

- تعيين الحد العام لـ V_n

$$V_n = S_n - S_{n-1} \qquad (0.5ن)$$

$$S_{n-1} = \frac{n^2-2n}{4} \qquad (0.5ن)$$

$$V_n = S_n - S_{n-1} = \frac{n^2-1}{4} - \frac{n^2-2n}{4} = \frac{1}{2}n - \frac{1}{4} \qquad (1 ن)$$

ب/ إيجاد المشتقات النونية للدالتين f و g حيث

$$f(x) = x^p \quad , p \geq 1$$

$$f^{(1)}(x) = px^{p-1} \ ; \ f^{(2)}(x) = p(p-1)x^{p-2} \ ; \ f^{(3)}(x) = p(p-1)(p-2)x^{p-3} \quad 1pts$$

$$f^{(n)}(x) = \begin{cases} p(p-1)(p-2)\ldots.(p-n+1)x^{p-n} & ; si\ n \leq p \\ 0 \quad ; & si\ \ n > p \end{cases} \quad 1pts$$

$$\grave{g}(x) = \frac{1}{x} \quad , g''(x) = -\frac{1}{x^2} \quad , \quad g^{(3)}(x) = 2\frac{1}{x^3} \quad , \quad g^{(4)}(x) = -2\,.\,3\frac{1}{x^4} \quad 1pts$$

$$g^{(n)}(x) = (-1)^{n+1}\,.\,2\,.\,\ 3\,.\,4 \ldots (n-1)\frac{1}{x^n} = (-1)^{n+1}(n-1)!\frac{1}{x^n} \quad 1pts$$

التمرين الثالث

1- بإستعمال نظرية التزايدات المنتهية برهن أن : (2ن)

$$\forall\, x > 0\ , \frac{1}{x+1} < Ln(x+1) - Lnx < \frac{1}{x}$$

-1 ليكن $x > 0$: نطبق نظرية التزايدات المنتهية على الدالة Ln في المجال $[x\,, x+1]$ إذن يوجد $c \in]x\,, x+1[$ حيث :

$$\frac{1}{c} = \frac{Ln(x+1) - Lnx}{(x+1) - x}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{c} = Ln(x+1) - Lnx$$

لكن $x < c < x+1$ إذن $\frac{1}{x+1} < \frac{1}{c} < \frac{1}{x}$ و $\frac{1}{x+1} < Ln(x+1) - Lnx < \frac{1}{x}$ (1).........

2- إستنتج أن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بـ :

$$f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

أنها رتيبة (2ن)

-1 رتابة f على $\mathbb{R}_+^*$:

$$f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e^{xLn\left(1+\frac{1}{x}\right)}$$

$$\grave{f}(x) = \left[Ln(x+1) - Lnx - \frac{1}{(1+x)}\right] e^{xLn\left(1+\frac{1}{x}\right)}$$ 1pts

لكن حسب (1)

1pts $$\left[Ln(x+1) - Lnx - \frac{1}{(1+x)}\right] > 0$$

إذن $\grave{f}(x) > 0 \ , \ \forall \ x \in \mathbb{R}_+^*$ و f متزايدة تماما على $\mathbb{R}_+^*$

3 - أوجد النهاية : $\lim\limits_{x\to\infty}[Lnf](x) = \lim\limits_{x\to+\infty} xLn\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ (2ن)

لحساب هذه النهاية نضع $\frac{1}{x} = y$ لدينا $y \to 0^+ \Leftrightarrow x \to +\infty$

إذن : $$\lim_{x\to+\infty}[Lnf](x) = \lim_{x\to0}\frac{Ln(1+x)}{x} = 1$$

4 .- إستنتج النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (2ن)

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = e^{\lim\limits_{x\to+\infty} Lnf(x)} = e^1 = e$$

....

توضيح السؤال الثالث من التمرين الأول

4 طرق لإختيار الهاتف	A	B	C	D
عدد طرق إختيار رقم الخط في الهاتف	7 طرق لإختيار رقم خط	7 طرق لإختيار رقم خط	5 طرق لإختيار رقم خط	5 طرق لإختيار رقم خط

$$4.7^2.5^2$$