Université Abdelhafid Boussouf - Mila — 2022 – 2023

Institut des Sciences et de la Technologie — **Algèbre 3**

Département des Mathématiques et informatique

Examen Final

Exercice 1. *1) Soit la matrice* $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

— *Déterminer la forme de Jordan J de A.*
— *Calculer J^n pour tout $n \in \mathbb{N}$.*
— *Déterminer une matrice de passage P pour A.*
— *Calculer A^n.*

2) Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

— *Calculer e^{tA}.*

Exercice 2. *On note E un R-espace vectoriel de dimension finie, f un endomorphisme de E et IdE l'endomorphisme identité de E.*

— *Si $det(f) = 0$, f admet-il des vecteurs propres ?*
— *Si $f^2 = -2IdE$, f admet-il des vecteurs propres ?*

Exercice 3. *Soit la matrice* $A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & y & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

1. trouver x et y tels que la matrice A admet le vecteur $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ *pour le vecteur propre.*

2. Si $x = y = 1$. Diagonaliser la matrice A (déterminer la matrice de passage).