

Série d'exercices N 03

Exercice 1

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes

❶ $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$

❷ $f(x, y) = \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$

❸ $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x + y}$

❹ $f(x, y) = x^2 + y + \ln(x^2 + y^2)$

Exercice 2

Calculer les dérivées partielles d'ordre 1 des fonctions suivantes

❶ $f(x, y) = e^x \tan y$

❷ $f(x, y) = (x^2 + y^2) \sin(xy)$

❸ $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$

❹ $f(x, y) = \sqrt{1 + x^2 y^2}$.

Exercice 3

On considère la fonction réelle de deux variables f définie par

$$f(x, y) = \frac{x^2}{y - 2x^2}$$

❶ Déterminer l'ensemble de définition de f

❷ Calculer le gradient de f au point $(1, 1)$.

Exercice 4

Calculer les dérivées partielles d'ordre 2 des fonctions suivantes

❶ $f(x, y) = xe^{xy}$

❷ $f(x, y) = \ln(x + \sqrt{x^2 + y^2})$

❸ $f(x, y) = x^2(x - y)$

❹ $f(x, y) = x^4 + y^3 + 2y \cos(x) + 5y$.

Exercice 5

Calculer les intégrales doubles suivantes

$$\textcircled{1} I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x+y) dx dy$$

$$\textcircled{2} I_2 = \int_1^2 \int_{-1}^1 \frac{x^2}{y} dx dy$$

$$\textcircled{3} I_3 = \int_0^2 \int_0^1 y \frac{e^{2x+y^2}}{1+e^x} dx dy$$

$$\textcircled{4} I_4 = \iint_D (x+y) dx dy \text{ avec } D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq y, x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$\textcircled{5} I_5 = \iint_D \frac{1}{(x+y)^3} dx dy \text{ avec } D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 1, y \geq 1, x+y \leq 3\}.$$

Exercice 6

Calculer les intégrales triples suivantes

$$\textcircled{1} I_1 = \iiint_P \frac{x^2 y}{z} dx dy dz \text{ avec } P = [0,1] \times [0,1] \times [1,2]$$

$$\textcircled{2} I_2 = \iiint_P f(x,y,z) dx dy dz$$

$$\text{avec } f(x,y,z) = 1 \text{ et } P = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x,y,z \geq 0, x+y+2z \leq 1\}.$$