Centre Universitaire Abdelhafid Boussouf - Mila
Institut des Sciences et de la Technologie
Matière : Mathématique Statistique Informatique
Responsable de la matière: **Dr. HAFIRASSOU Zineb**

Année universitaire 2022-2023
Département de SNV
1^{er} Année TCSNV, Semestre I

Série d'exercices N 01

Exercice 1

Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes
$f(x) = \dfrac{x^3+3}{1-|x|}$, $f(x) = \ln\left(\dfrac{2+x}{2-x}\right)$, $f(x) = \dfrac{\cos(x)}{1+\sin(2x)}$, $f(x) = \sqrt{x^2+3x-10}$
$f(x) = (x-2)\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$.

Exercice 2

❶ Etudier la parité des fonctions suivantes
$f(x) = \dfrac{x^3}{1+x^2}$, $f(x) = \ln\left(\sqrt{1+4x^2}+2x\right)$, $f(x) = \sin(x)+\cos(x)$, $f(x) = \dfrac{\tan(x)-x}{x^3\cos(x)}$.

❷ Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction définie par

$$f(x) = \frac{\cos(x)}{1+x^2}, \qquad \forall x \in \mathbb{R}.$$

- Montrer que f est majorée et minorée sur $\mathbb{R}$.

❸ Etudier la monotonie des fonctions suivantes dans les intervalles indiqués
a) $f(x) = x^2, \qquad x \in \mathbb{R}_+$ et $x \in \mathbb{R}_-$.
b) $f(x) = \tan(x), \qquad x \in]\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.

Exercice 3

Calculer lorsqu'elles existent les limites suivantes
$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+8}-\sqrt{x-4}$, $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2+2|x|}{x}$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x}}}$.

Exercice 4

❶ Etudier la continuité des fonctions suivantes
a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(x)}{|x|} & si \quad x \neq 0, \\ 1 & si \quad x = 0. \end{cases}$ b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{4x}-1}{x} & si \quad x \neq 0, \\ 4 & si \quad x = 0. \end{cases}$

Exercice 5

❶ Soit f une fonction définie par

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & si \;\; x < -2, \\ a & si \;\; x = -2, \\ (2x+b)^2 & si \;\; x > -2. \end{cases}$$

Déterminer les réels a, b pour que f soit continue sur $\mathbb{R}$.

❷ Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+2x^2)}{x} - 1 & si \;\; x < 0, \\ b & si \;\; x = 0, \\ x^2 + x - a & si \;\; x > 0. \end{cases}$$

a) Déterminer les réels a, b pour que f soit continue au point $x_0 = 0$.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution dans l'intervalle $[-1, 1]$.

Exercice 6

❶ Soit g une fonction définie sur $\mathbb{R}_+$ par

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & si \;\; 0 \leq x \leq 1, \\ ax^2 + bx + 1 & si \;\; x > 1. \end{cases}$$

Déterminer les réels a, b pour que g soit dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$. Calculer $g'(x)$.

❷ Soit h une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$h(x) = \begin{cases} x - 1 & si \;\; x < e, \\ a\ln(x) + b & si \;\; x \geq e. \end{cases}$$

Déterminer les réels a, b pour que h soit dérivable sur $\mathbb{R}$. Calculer $h'(x)$.

Exercice 7

Calculer les dérivées des fonctions suivantes

$f(x) = \tan(x)$, $f(x) = \sin(2x+6) + \cos(3x+1)$, $f(x) = \ln(\ln(x))$, $f(x) = \sqrt[3]{x^3+2}$, $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}}$.