

Centre Universitaire de Mila  
Institut des sciences et de la technologie  
Département de mathématiques et informatique

Master 1 I2A

Année : 2022/2023

Module : Algorithmique avancée et complexité

TD 4

Exercice 1 : algorithmes probabilistes

Etant donné un ensemble  $E$  de  $n$  entiers tel que :  $i \in E$  et  $j \in E$   $i \neq j$ . Soit  $E^k$  un ensemble de combinaisons tel que chaque combinaison  $c = (e_1, e_2, \dots, e_k)$  est composée de  $k$  éléments de  $E$ . On dit que la combinaison  $c = (e_1, e_2, \dots, e_k) \in E^k$  est une combinaison ordonnée si :  $e_1 \leq e_2 \leq \dots \leq e_{k-1} \leq e_k$ . Soit  $O^k$  un sous-ensemble de  $E^k$  qui contient toutes les combinaisons ordonnées. On considère que les entiers de  $E$  sont stockés dans une liste  $L$  et nous avons déjà des fonctions suivantes :

- Ajouter ( $L, i$ ) : qui ajoute un entier  $e$  dans la liste  $L$ ;
- Supprimer ( $L, i$ ) : qui supprime un entier  $e$  de la liste  $L$ ;
- Aléatoire ( $L$ ) : qui retourne un entier sélectionné aléatoirement à partir de la liste  $L$ ;

En utilisant ces fonctions, écrire un algorithme probabiliste qui estime la valeur du ratio  $r$  où :

$$r = |O^k|/|E^k| ?$$

Exercice 2 : Diviser pour régner

Soit  $P$  un ensemble de points dans un espace de deux dimensions (pour chaque  $i \in P$ , nous avons  $x_i$  et  $y_i$ ). Notre objectif est de trouver les deux points les plus proches dans  $P$ . L'algorithme naïf qui teste toutes les possibilités pour trouver ces deux points a une complexité en  $O(n^2)$ .

Proposer un algorithme de type **diviser pour régner** qui trouve les deux points les plus proches dans  $P$  ? (La complexité de votre algorithme doit être meilleure que la complexité de l'algorithme naïf)