الفصل الثاني- محاضرة 4

2- 6- التقدير بمجال الثقة لتباين المجتمع σ^2

تكلمنا سابقا في توزيع المعاينة للتباين أنه إذا كان $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ وكان S^2 هو تباين العينة فإن $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ يخضع لتوزيع مربع كاي بدرجة حرية $n-1$ أي $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(n-1)}$.

وعليه، نعرّف مجال الثقة لتباين المجتمع بأنه الفترة التي تحقق ما يلي:

بحل هذه المتباينة بالنسبة لـ σ^2 نجد أن فترة الثقة للتباين كما يلي:

مثال (2- 15):

من مجتمع يتوزع توزيعا طبيعيا تم سحب عينة حجمها **20**، فوجدنا تباينها يساوي **16**، والمطلوب عند مستوى معنوية 5% أوجد مجال الثقة لتباين المجتمع

الحل:

من معطيات هذا المثال لدينا:

$n =$

من جدول توزيع مربع كاي نجد:

$\chi^2_{(\frac{\alpha}{2}, n-1)} = \chi^2_{0.025}$

بالتعويض في مجال الثقة نجد:

2- 7- التقدير بمجال ثقة للنسبة بين تبايني مجتمعين

تكمن أهمية إيجاد مجال الثقة للنسبة بين تبايني مجتمعين في التأكد من وجود تجانس بين المجتمعين من عدمه، فكلما كانت النسبة قريبة من **1** كان المجتمعان أكثر تجانسا (بالتقريب لهما نفس التباين). فعلى سبيل المثال قد نرغب بمقارنة دقة صلاحية إنتاج آلة بآلة أخرى أو دقة فعالية طريقتين لعلاج مرض معين، وبالتالي هذه المقارنة يمكن إجرائها بين تبايني مجتمعين بواسطة النسبة بينهما.

ومن خلال الفصل الأول، توصلنا إلى أنّ:

وبذلك نعرّف مجال الثقة للنسبة بين تبايني مجتمعين بالفترة التي تحقق:

$$P\left(\frac{}{F\left(\frac{\alpha}{2}, n_2 -\right.}\right.$$

بحل هذه المتباينة بالنسبة لـ $\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$ نجد أن فترة الثقة للنسبة بين تبايني المجتمعين كما يلي:

$$\frac{S_2^2}{S_1^2} \cdot \overline{F\left(\frac{\alpha}{2}\right.}$$

مثال (2- 16):

من مجتمع يتوزع توزيعا طبيعيا، تم سحب عينة عشوائية حجمها **25** بتباين يساوي **16**، وسحبت عينة أخرى حجمها **21** بتباين يساوي **12** من مجتمع آخر يتوزع أيضا توزيعا طبيعيا ومستقل عن المجتمع الأول.

والمطلوب، أوجد مجال الثقة للنسبة بين تبايني المجتمعين وذلك عند مستوى معنوية تساوي **5%**.

الحل:

من معطيات هذا المثال لدينا:

$$n_1 = 25$$

من جدول توزيع فيشر نجد:

$$\frac{1}{F\left(\frac{\alpha}{2}, n_2 - 1, n_1 -$$

$$F\left(\frac{\alpha}{2}, n_1 - 1, n_2 -$$

بالتعويض في مجال الثقة نجد:

$$\frac{S_2^2}{S_1^2} \cdot \overline{F\left(\frac{\alpha}{2}\right.}$$