**تمهيد:**

الأرقام القياسية كثيرة الاستخدام في دراسة تطور الظواهر الاقتصادية والاجتماعية، كالإنتاج، الاستهلاك والصادرات و......، غير أنها كثيرة الاستخدام في دراسة تطور الأسعار والنفقات.

**في هذه المحاضرة سوف يتم التطرق إلى:**

- الأرقام القياسية البسيطة؛
- الأرقام القياسية المرجحة؛
- معدل النمو البسيط.

**الرقم القياسي:** هو أداة لقياس التغير النسبي الحاصل في أية قيمة أو ظاهرة، من ظرف إلى ظرف آخر: الظرف الأول يسمى بظرف الأساس والثاني يسمى ظرف المقارنة.

تكون قيمة الرقم القياسي في ظرف الأساس مساوية دائما للمقدار 100؛ على هذا الأساس سوف نتطرق إلى

- الأرقام القياسية البسيطة؛
- الأرقام القياسية المرجحة؛

## 1. الأرقام القياسية البسيطة: تضم مجموعة من الطرق نذكر منها:

1.1. **طريقة المناسيب البسيطة:** يحسب بالطريقة التالية: $I = \frac{P_1}{P_0} \times 100$

حيث:

| | |
|---|---|
| $P_0$ | يمثل سعر السلعة X في فترة الأساس |
| $P_1$ | يمثل سعر السلعة X في فترة المقارنة |
| بمعنى إذا كان سعر السلعة X هو 100 وحدة نقدية بأسعار فترة الأساس، فإنه سوف يصبح سعرها يساوي $I$ بأسعار فترة المقارنة. | |

**مثال:** إذا كان سعر الكيلوغرام من السكر في سنة 2020 هو 8000 دج، وأصبح سعره 95000 سنة 2022. أوجد الرقم القياسي لتطور سعر السكر.

الحل:

$$I = \frac{P_{2022}}{P_{2020}} \times 100 = \frac{950}{800} \times 100$$
$$I = 118.75\%$$

إذن: إذا كان سعر السكر في 2020 يساوي 100دج، فإنه ارتفع إلى 118.75 دج سنة 2022.

1.2. **طريقة الوسط الحسابي للمناسيب البسيطة:** إذا كانت لدينا أسعار فترة الأساس للمواد (1, 2, 3,............N) على التوالي هي: $P_{0,1}, P_{0,2}, P_{0,3}...P_{0,n}$ وأسعار فترة المقارنة لنفس المواد هي: $P_{1,1}, P_{1,2}, P_{1,3}...P_{1,n}$ ؛ حيث N عدد المواد أو السلع. فإن الوسط الحسابي للمناسيب البسيطة يحسب كما يلي:

$$I = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left[ \frac{P_{1,i}}{P_{0,i}} \right]}{N} \times 100$$

1.3. **طريقة الوسط الهندسي للمناسيب البسيطة:** إذا كانت لدينا أسعار فترة الأساس للمواد (1, 2, 3,............N) على التوالي هي: $P_{0,1}, P_{0,2}, P_{0,3}...P_{0,n}$ وأسعار فترة المقارنة لنفس المواد هي: $P_{1,1}, P_{1,2}, P_{1,3}...P_{1,n}$ ؛ حيث N عدد المواد أو السلع. فإن الوسط الهندسي للمناسيب البسيطة يحسب كما يلي:

$$I = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} \left[ \frac{P_{1,i}}{P_{0,i}} \right]} \times 100$$

**مثال تطبيقي:** البيانات التالية تظهر لنا تطور أسعار مجموعة من المواد الاستهلاكية بين سنتي 2020 و2022.

| المادة | 2020 | 2022 |
|---|---|---|
| الخبز | 10 | 15 |
| الحليب | 50 | 85 |
| الزيت | 550 | 650 |
| القهوة | 1700 | 2000 |
| السكر | 800 | 950 |
| اللبن | 60 | 80 |
| حفاضات الأطفال (10 وحدات) | 1800 | 2500 |

**المطلوب:** أوجد الرقم القياسي بطريقتي الوسط الحسابي والوسط الهندسي.

| **I** | **المادة** | **2020** | **2022** | **الرقم القياسي البسيط** $\frac{P_{2022,i}}{P_{2020,i}} \times 100$ | $Log\left[\frac{P_{1,i}}{P_{0,i}}\right]$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **1** | الخبز | 10 | 15 | 1.5 | 0.176 |
| **2** | الحليب | 50 | 85 | 1.7 | 0.230 |
| **3** | الزيت | 550 | 650 | 1.18 | 0.073 |
| **4** | القهوة | 1700 | 2000 | 1.18 | 0.071 |
| **5** | السكر | 800 | 950 | 1.19 | 0.075 |
| **6** | اللبن | 60 | 80 | 1.33 | 0.125 |
| **7** | حفاضات الأطفال (10 وحدات) | 1800 | 2500 | 1.39 | 0.143 |
| $\sum$ | | 4970 | 6280 | **9.47** | **0.89** |
| $\prod_{i=1}^{7}$ | | | | **7.80** | |

**إذن:**

| الوسط الحسابي للمناسيب البسيطة | الوسط الهندسي للمناسيب البسيطة |
|---|---|
| $I=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{P_{1,i}}{P_{0,i}}\right]}{N}\times 100$<br>$I=\frac{9.47}{7}\times 100=135.28\%$ | $I=\sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n}\left[\frac{P_{1,i}}{P_{0,i}}\right]}\times 100$<br>$I=\sqrt[7]{7.8}\times 100=134.1\%$ |
| يعني هذا أنه إذا كانت نفقات أو تكاليف شراء المواد المشار إليها أعلاه هي 100 دج في سنة 2020، فإنه أصبحت نفس التشكيلة تكلف 135.28 دج بأسعار سنة 2022. | يعني هذا أنه إذا كانت نفقات أو تكاليف شراء المواد المشار إليها أعلاه هي 100 دج في سنة 2020، فإنه أصبحت نفس التشكيلة تكلف 134.10دج بأسعار سنة 2022. |

**ملاحظة: يمكن حساب الوسط الهندسي كما يلي:**

| | |
|---|---|
| $LogG=\frac{1}{n}\sum Log\left[\frac{P_{1,i}}{P_{0,i}}\right]$<br>$LogG=\frac{0.89}{7}=0.127\approx 0.13$ | $G=10^{0.13}=1.349$<br>$I=1.349\times 100=134.9\%$ |

4.1. الطريقة التجميعية البسيطة: إذا كانت لدينا أسعار فترة الأساس للمواد (1, 2, 3,...........N) على التوالي هي: $P_{0,1},P_{0,2},P_{0,3}...P_{0,n}$ وأسعار فترة المقارنة لنفس المواد هي: $P_{1,1},P_{1,2},P_{1,3}...P_{1,n}$ ؛ حيث N عدد المواد أو السلع. فإن الرقم القياسي بالطريقة التجميعية البسيطة يحسب كما يلي:

$$I=\frac{\sum_{i=1}^{n}P_{1,i}}{\sum_{i=1}^{n}P_{0,i}}\times 100$$

**مثال:** الرقم القياسي التجميعي للمثال السابق:

$$I=\frac{\sum_{i=1}^{n}P_{1,i}}{\sum_{i=1}^{n}P_{0,i}}\times 100=\frac{6280}{4970}\times 100=126.36\%$$

**ملاحظة هامة:** طريقة الأرقام القياسية البسيطة هي طريقة معيبة وأقل استخداما، وعلى هذا الأساس تم إدخال الكميات كأوزان في حساب الأرقام القياسية، أي يتم ترجيح الأسعار بالكميات المستهلكة لكل سلعة، وبالتالي إيجاد أرقام قياسية تعتمد على مجموع النفقات على السلع.

**2. الأرقام القياسية المرجحة:** هنا يتم أخذ الكميات المستهلكة من كل سلعة كأوزان، وعلى هذا الأساس ننتقل من الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار (P) إلى الرقم القياسي التجميعي للنفقات **(P.Q).**

لحساب الأرقام القياسية المرجحة يتم استعمال إحدى الطرق التالية:

**1.2. الطريقة التجميعية المرجحة:**

إذا كانت لدينا أسعار فترة الأساس للمواد (1, 2, 3,...........N) على التوالي هي: $P_{0,1}, P_{0,2}, P_{0,3}...P_{0,n}$ وأسعار فترة المقارنة لنفس المواد هي: $P_{1,1}, P_{1,2}, P_{1,3}...P_{1,n}$ ، وأن الكميات المستهلكة من كل مادة (أو سلعة) بين الفترتين هي: $Q_1, Q_2, Q_3...Q_n$ على التوالي، حيث N عدد المواد، فإن الرقم القياسي بالطريقة التجميعية المرجحة يحسب كما يلي:

$$I = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_{1,i} Q_i}{\sum_{i=1}^{n} P_{0,i} Q_i} \times 100$$

**ملاحظة هامة:** تفترض هذه الطريقة ثبات الكميات المستهلكة في الفترتين، أي أن المستهلك يبقى يستهلك نفس الكميات رغم تغير الأسعار؛ طبعا يبقى هذا السلوك غير واقعي ؛ أي الكميات المستهلكة في سنة الأساس عندما تكون الأسعار عند $P_0$ هي غير الكميات التي تستهلك عند تغير الأسعار إلى $P_1$ في فترة لاحقة (فترة المقارنة). على هذا الأساس تم حساب الأرقام القياسية لكل من لاسبير، باش وفيشر.

**2.2. طريقة لاسبير (Laspeyres):** هنا يتم استخدام كميات فترة الأساس كأوزان؛ أي يتم الحساب كما يلي:

$$I_{laspeyres} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_{1,i} Q_{0,i}}{\sum_{i=1}^{n} P_{0,i} Q_{0,i}} \times 100$$

**3.2. طريقة باش (Paasche):** هنا يتم استخدام كميات فترة المقارنة كأوزان؛ أي يتم الحساب كما يلي:

$$I_{Paasche} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_{1,i} Q_{1,i}}{\sum_{i=1}^{n} P_{0,i} Q_{1,i}} \times 100$$

**4.2. طريقة فيشر (Fisher):** يقوم هذا الرقم على أساس الجمع بين طريقتي لاسبير وباش، إذ يتم إيجاد الرقم القياسي عن طريقة الوسط الهندسي لرقمي لاسبير وباش.

يعرف هذا الرقم بالرقم القياسي الأمثل؛ و يتم الحساب كما يلي:

$$I_{Fisher}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}P_{1,i}\times Q_{0,i}}{\sum_{i=1}^{n}P_{0,i}\times Q_{0,i}}\times\frac{\sum_{i=1}^{n}P_{1,i}\times Q_{1,i}}{\sum_{i=1}^{n}P_{0,i}\times Q_{1,i}}}\times 100$$

**مثال تطبيقي: ليكن الجدول التالي:**

| i | المادة | P0 | P1 | Q0 | Q1 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | الخبز | 10 | 15 | 20 | 18 |
| 2 | الحليب | 50 | 85 | 30 | 25 |
| 3 | الزيت | 550 | 650 | 1 | 0.8 |
| 4 | القهوة | 1700 | 2000 | 1 | 1 |
| 5 | السكر | 800 | 950 | 4 | 3.5 |
| 6 | اللبن | 60 | 80 | 2 | 1.5 |
| 7 | حفاضات الأطفال (10 وحدات) | 1800 | 2500 | 4 | 4 |

**المطلوب:**

- ✓ أحسب الرقم القياسي لاسبير؛
- ✓ أحسب الرقم القياسي باش؛
- ✓ أحسب الرقم القياسي فيشر.

## الحل:

| i | المادة | P0 | P1 | Q0 | Q1 | P1Q0 | P0Q0 | P1Q1 | P0Q1 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | الخبز | 10 | 15 | 20 | 18 | 300 | 200 | 270 | 180 |
| 2 | الحليب | 50 | 85 | 30 | 25 | 2550 | 1500 | 2125 | 1250 |
| 3 | الزيت | 550 | 650 | 1 | 0.8 | 650 | 550 | 520 | 440 |
| 4 | القهوة | 1700 | 2000 | 1 | 1 | 2000 | 1700 | 2000 | 1700 |
| 5 | السكر | 800 | 950 | 4 | 3.5 | 3800 | 3200 | 3325 | 2800 |
| 6 | اللبن | 60 | 80 | 2 | 1.5 | 160 | 120 | 120 | 90 |
| 7 | حفاضات الأطفال (10 وحدات) | 1800 | 2500 | 4 | 4 | 10000 | 7200 | 10000 | 7200 |
| | | | | | | **19460** | **14470** | **18360** | **13660** |

| الرقم القياسي لاسبير | الرقم القياسي باش | الرقم القياسي فيشر |
| --- | --- | --- |
| $I_{laspeyres}=\frac{\sum_{i=1}^{n}P_{1,i}Q_{0,i}}{\sum_{i=1}^{n}P_{0,i}Q_{0,i}}\times 100$ <br> $I_L=\frac{19640}{14470}\times 100$ <br> $I_L=135.73\%$ | $I_{Paasche}=\frac{\sum_{i=1}^{n}P_{1,i}Q_{1,i}}{\sum_{i=1}^{n}P_{0,i}Q_{1,i}}\times 100$ <br> $I_P=\frac{18360}{13660}\times 100$ <br> $I_P=134.41\%$ | $I_{Fisher}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}P_{1,i}\times Q_{0,i}}{\sum_{i=1}^{n}P_{0,i}\times Q_{0,i}}\times\frac{\sum_{i=1}^{n}P_{1,i}\times Q_{1,i}}{\sum_{i=1}^{n}P_{0,i}\times Q_{1,i}}}\times 100$ <br> $I_F=\sqrt{135.73\times 134.41}$ <br> $I_F=135.07\%$ |

**ملاحظة هامة جدا:** ما تم تناوله أعلاه تعرف بالأرقام القياسية للأسعار؛ أي $\frac{P_{1,i}}{P_{0,i}}$، وعلى هذا الأساس يمكن حساب الأرقام القياسية للأسعار البسيطة والمرجحة (الرقم القياسي للايسبير للأسعار، والرقم القياسي لباش للأسعار والرقم القياسي للأسعار لفيشر.

كذلك يمكن حساب الأرقام القياسية للكميات؛ أي $\frac{Q_{1,i}}{Q_{0,i}}$، وعلى هذا الأساس يمكن حساب الرقم القياسي للكميات لكل من لايسبير، وباش وفيشر. هنا الترجيح يكون من خلال أسعار سنة الأساس (لايسبير) وسنة المقارنة (لباش)، وأسعار سنة الأساس وأسعار سنة المقارنة بالنسبة لفيشر.

| الرقم القياسي للكميات لاسبير | الرقم القياسي للكميات باش | الرقم القياسي للكميات لفيشر |
| --- | --- | --- |
| $I_{laspeyres}=\frac{\sum_{i=1}^{n}Q_{1,i}P_{0,i}}{\sum_{i=1}^{n}Q_{0,i}P_{0,i}}\times 100$ | $I_{Paasche}=\frac{\sum_{i=1}^{n}Q_{1,i}P_{1,i}}{\sum_{i=1}^{n}Q_{0,i}P_{1,i}}\times 100$ | $I_{Fisher}=\sqrt{I_{laspeyres}\times I_{Baasche}}\times 100$ |

3. **معدل النمو البسيط:** إذا كانت قيمة ظاهرة ما في فترة الأساس هي X0، وأصبحت في فترة المقارنة X1، فإن معدل النمو البسيط يحسب بالعلاقة التالية:

$$T=\frac{X_1-X_0}{X_0}\times 100$$

$$T=(\frac{X_1}{X_0}-\frac{X_0}{X_0})100$$

$$T=(\frac{X_1}{X_0}-1)\times 100$$

**ملاحظة هامة:** معدل النمو يساوي الرقم القياسي منقوص المقدار 100؛ أي:

$$T = (\frac{X_1}{X_0} - 1) \times 100 \Rightarrow T = (\frac{X_1}{X_0} \times 100) - 100$$

$$T = I - 100$$

**على هذا الأساس**، يمكن إيجاد معدل النمو البسيط بالاعتماد على الأرقام القياسية، وذلك بطرح المقدار 100 من الرقم القياسي، فنجد بذلك معدل النمو باستخدام الطريقة التجميعية البسيطة أو معدل النمو بطريقة الوسط الحسابي أو الوسط الهندسي.