الحل النموذجي للسلسلة رقم 4

الجواب رقم 1:

1- تحليل حساسية معامل المتغيرة X_1 في دالة الهدف:

Ci	Xi	X_1	X_2	X_3	X_4^c	X_5^a	X_6^c	X_7^a	b_i
3	X_2	$\frac{6}{7}$	1	0	$-\frac{4}{7}$	$\frac{4}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	$\frac{34}{7}$
0	X_6^c	1	0	0	1	-1	1	0	2
13	X_3	$\frac{2}{7}$	0	1	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$
	C_j	5+Δ	3	13	0	-M	0	-M	
	Zj	$\frac{44}{7}$	3	13	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{23}{7}$	
	Δ_j	$\Delta-\frac{9}{7}$	0	0	$-\frac{1}{7}$	$-M+\frac{1}{7}$	0	$-M-\frac{23}{7}$	$Z=\frac{128}{7}$

$$\Delta-\frac{9}{7}\leq 0 \Rightarrow \Delta\leq\frac{9}{7} \quad \text{أي أن} \quad \Delta \in \left]-\infty,\frac{9}{7}\right]$$

$$C_1 \leq 5+\frac{9}{7} \Rightarrow C_1 \leq \frac{44}{7} \quad \text{أي أن} \quad C_1 \in \left]-\infty,\frac{44}{7}\right]$$

2- تحليل حساسية معامل المتغيرة X_2 في دالة الهدف:

Ci	Xi	X_1	X_2	X_3	X_4^c	X_5^a	X_6^c	X_7^a	b_i
3+Δ	X_2	$\frac{6}{7}$	1	0	$-\frac{4}{7}$	$\frac{4}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	$\frac{34}{7}$
0	X_6^c	1	0	0	1	-1	1	0	2
13	X_3	$\frac{2}{7}$	0	1	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$
	C_j	5	3+Δ	13	0	-M	0	-M	
	Zj	$\frac{44}{7}+\frac{6}{7}\Delta$	3+Δ	13	$\frac{1}{7}-\frac{4}{7}\Delta$	$-\frac{1}{7}+\frac{4}{7}\Delta$	0	$\frac{23}{7}-\frac{1}{7}\Delta$	
	Δ_j	$-\frac{9}{7}-\frac{6}{7}\Delta$	0	0	$-\frac{1}{7}+\frac{4}{7}\Delta$	$-M+\frac{1}{7}-\frac{4}{7}\Delta$	0	$-M-\frac{23}{7}+\frac{1}{7}\Delta$	$Z=\frac{128}{7}+\frac{34}{7}\Delta$

$$\left.\begin{array}{l} -\frac{9}{7}-\frac{6}{7}\Delta\leq 0 \Rightarrow \Delta\geq-\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{7}+\frac{4}{7}\Delta\leq 0 \Rightarrow \Delta\leq\frac{1}{4} \end{array}\right\} \Rightarrow -\frac{3}{2}\leq\Delta\leq\frac{1}{4} \quad \text{أي أن} \quad \Delta \in \left[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}\right]$$

$$3-\frac{3}{2}\leq C_2 \leq 3+\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3}{2}\leq C_2 \leq \frac{13}{4} \quad \text{أي أن} \quad C_2 \in \left[\frac{3}{2},\frac{13}{4}\right]$$

3- تحليل حساسية معامل المتغيرة X_3 في دالة الهدف:

Ci	Xi	X_1	X_2	X_3	X_4^c	X_5^a	X_6^c	X_7^a	b_i
3	X_2	$\frac{6}{7}$	1	0	$-\frac{4}{7}$	$\frac{4}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	$\frac{34}{7}$
0	X_6^c	1	0	0	1	-1	1	0	2
13+Δ	X_3	$\frac{2}{7}$	0	1	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$
	C_j	5	**3**	13+**Δ**	0	-M	0	-M	
	Zj	$\frac{44}{7}+\frac{2}{7}\Delta$	**3**	13+**Δ**	$\frac{1}{7}+\frac{1}{7}\Delta$	$-\frac{1}{7}-\frac{1}{7}\Delta$	0	$\frac{23}{7}+\frac{2}{7}\Delta$	
	Δ_j	$-\frac{9}{7}-\frac{2}{7}\Delta$	**0**	**0**	$-\frac{1}{7}-\frac{1}{7}\Delta$	$-M+\frac{1}{7}+\frac{1}{7}\Delta$	**0**	$-M-\frac{23}{7}-\frac{2}{7}\Delta$	$Z=\frac{128}{7}+\frac{2}{7}\Delta$

$$\left.\begin{array}{l} -\frac{9}{7}-\frac{2}{7}\Delta\leq 0 \Rightarrow \Delta\geq -\frac{9}{2} \\ -\frac{1}{7}-\frac{1}{7}\Delta\leq 0 \Rightarrow \Delta\geq -1 \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta\geq -1 \quad \text{أي أن} \quad \Delta\,\epsilon[-1,+\infty[$$

$C_3 \geq 13-1 \Rightarrow C_3 \geq 12$ أي أن $C_3 \in [12,+\infty[$

الجواب رقم 2:

على أساس تحليل حساسية معامل X_3 في دالة الهدف الذي تم إجرائه في المطلوب رقم 1، فإن إنخفاض الربح الوحدوي لهذه المتغيرة بوحدة نقدية واحدة سوف يبقي على جدول الحل الأساسي رقم 3 حلاً أمثلاً، لأن قيمة التغير تقع ضمن المجال المتحصل عند تحليل الحساسية، لكن يُلاحظ أن قيمة دالة الهدف ستتغير كما يلي:

$$Z_{max}=\frac{128}{7}+\frac{2}{7}(-1)=\frac{126}{7}$$

الجواب رقم 3:

على أساس تحليل حساسية معامل X_1 في دالة الهدف الذي تم إجرائه في المطلوب رقم 1، فإن إرتفاع الربح الوحدوي لهذه المتغيرة بوحدتين نقديتين سوف لن يجعل من الحل الأساسي رقم 3 حلاً أمثلاً، لأن قيمة التغير لا تقع ضمن المجال المتحصل عند تحليل الحساسية، وبالتالي يكون الحل كما يلي:

جدول الحل الأساسي رقم 3

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3	x_4^c	x_5^a	x_6^c	x_7^a	b_i	b_i/x^*_{ij}
3	x_2	$\frac{6}{7}$	1	0	$-\frac{4}{7}$	$\frac{4}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	$\frac{34}{7}$	$\frac{17}{3}$
0	x_6^c	1	0	0	1	-1	1	0	2	2
13	x_3	$\frac{2}{7}$	0	1	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	1
	C_j	**7**	3	13	0	-M	0	-M		
	Zj	$\frac{44}{7}$	3	13	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{23}{7}$		
	Δ_j	$\frac{5}{7}$	**0**	**0**	$-\frac{1}{7}$	$-M+\frac{1}{7}$	**0**	$-M-\frac{23}{7}$	$Z=\frac{128}{7}$	

سطر الإرتكاز

عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي رقم 4:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3	x_4^c	x_5^a	x_6^c	x_7^a	b_i
3	x_2	0	1	-3	-1	1	0	-1	4
0	x_6^c	0	0	$-\frac{7}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	-1	1
7	x_1	1	0	$\frac{7}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	1	1
	C_j	7	3	13	0	-M	0	-M	
	Zj	7	3	$\frac{31}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	4	
	Δ_j	0	0	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-M+\frac{1}{2}$	0	$-M-4$	$Z=19$

جميع قيم السطر الأخير سالبة أو معدومة ومنه فالحل أمثل، ومنه:

$$X_1= 1,\ X_2= 4,\ X_3= 0,\ x_4^c=0,\ x_6^c= 1\ ,\ Z_{max}= 19$$

الجواب رقم 4:

تحليل الحساسية لقيم الطرف الأيمن من القيود b_i:

										تحليل حساسية:		
Ci	**Xi**	X_1	X_2	X_3	X_4^c	X_5^a	X_6^c	X_7^a	**b_i**	**b_1**	**b_2**	**b_3**
3	X_2	$\frac{6}{7}$	1	0	$-\frac{4}{7}$	$\frac{4}{7}$	0	$-\frac{1}{7}$	$\frac{34}{7}$	$\frac{34}{7}+\frac{4}{7}\Delta$	$\frac{34}{7}+0\Delta$	$\frac{34}{7}-\frac{1}{7}\Delta$
0	X_6^c	1	0	0	1	-1	1	0	2	$2-\Delta$	$2+\Delta$	$2+0\Delta$
13	X_3	$\frac{2}{7}$	0	1	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}-\frac{1}{7}\Delta$	$\frac{2}{7}+0\Delta$	$\frac{2}{7}+\frac{2}{7}\Delta$
	C_j	5	3	13	0	-M	0	-M				
	Zj	$\frac{44}{7}$	3	13	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{7}$	0	$\frac{23}{7}$				
	Δ_j	$-\frac{9}{7}$	**0**	**0**	$-\frac{1}{7}$	$-M+\frac{1}{7}$	**0**	$-M-\frac{23}{7}$	$Z=\frac{128}{7}$	$Z=\frac{128}{7}-\frac{1}{7}\Delta$	$Z=\frac{128}{7}+0\Delta$	$Z=\frac{128}{7}+\frac{23}{7}\Delta$

b_1	b_2	b_3
$\left.\begin{array}{l}\frac{34}{7}+\frac{4}{7}\Delta\geq 0 \Rightarrow \Delta\geq -\frac{17}{2}\\ 2-\Delta\geq 0 \Rightarrow \Delta\leq 2\\ \frac{2}{7}-\frac{1}{7}\Delta\geq 0 \Rightarrow \Delta\leq 2\end{array}\right\}$ $-\frac{17}{2}\leq\Delta\leq 2$ أي أن $\Delta\,\epsilon\left[-\frac{17}{2},2\right]$ $10-\frac{17}{2}\leq b_1\leq 10+2 \Rightarrow \frac{3}{2}\leq b_1\leq 12$ أي أن $b_1\,\epsilon\left[\frac{3}{2},12\right]$	$2+\Delta\geq 0 \Rightarrow \Delta\geq -2$ أي أن $\Delta\,\epsilon[-2,+\infty[$ $b_2\geq 12-2 \Rightarrow b_2\geq 10$ أي أن $b_2\,\epsilon[10,+\infty[$	$\left.\begin{array}{l}\frac{34}{7}-\frac{1}{7}\Delta\geq 0 \Rightarrow \Delta\leq 34\\ \frac{2}{7}+\frac{2}{7}\Delta\geq 0 \Rightarrow \Delta\geq -1\end{array}\right\}$ $-1\leq\Delta\leq 34$ أي أن $\Delta\,\epsilon[-1,34]$ $6-1\leq b_3\leq 6+34 \Rightarrow 5\leq b_3\leq 40$ أي أن $b_3\,\epsilon[5,40]$

الجواب رقم 5:

أسعار ظل القيود الخطية:

$$Y_1=-\frac{1}{7}\ ,\qquad Y_2=0\ ,\ Y_3=\frac{23}{7}$$

الجواب رقم 6:

على أساس تحليل حساسية b_1 الذي تم إجرائه في المطلوب رقم 4، فإن إنخفاض قيمة b_1 بأربعة وحدات سيبقي الحل الأساسي رقم 3 حلاً أمثلاً وممكناً، لأن قيمة التغير تقع ضمن المجال المتحصل عند تحليل حساسية b_1، إلّا أن القيم المثلى للمتغيرات ودالة الهدف تتغير كما يلي:

$$X_1=0\ ,\ X_2=\frac{34}{7}+\frac{4}{7}(-4)=\frac{18}{7},\ X_3=\frac{2}{7}-\frac{1}{7}(-4)=\frac{6}{7},\ X_4^c=0,\ X_6^c=2-(-4)=6$$

$$Z_{max}=\frac{128}{7}-\frac{1}{7}(-4)=\frac{132}{7}$$

الجواب رقم 7:

بما أن قيمة تغير b_3 (إنخفاض بوحدة واحدة) تقع داخل المجال المتحصل عليه عند تحليل حساسية b_3 الذي تم إجراءه في المطلوب رقم 4، وسعر ظل القيد رقم 3 هو $\frac{23}{7}$ ، إذاً:

$$\boldsymbol{Z_{max} = \frac{128}{7} + \frac{23}{7}(-1) = \frac{105}{7}}$$

الجواب رقم 8:

بعد إضافة المتغيرة الجديدة يصبح البرنامج الخطي الجديد كما يلي:

$$Z_{max}=5x_1+3x_2+13x_3+2x_4$$

$$s/c \begin{cases} 2x_1+2x_2+x_3+5x_4 \geq 10 \\ 3x_1+2x_2+x_3+3x_4 \leq 12 \\ 2x_1+1x_2+4x_3+x_4=6 \\ x_1\geq 0,\ x_2\geq 0,\ x_3\geq 0,\ x_4\geq 0 \end{cases}$$

نضرب قيم معاملات عمود المتغيرة X_3 في مصفوفة المتغيرات المكملة والإصطناعية كما يلي:

$$\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{4}{7} & 0 & -\frac{1}{7} \\ -1 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{7} & 0 & \frac{2}{7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{19}{7} \\ -2 \\ -\frac{3}{7} \end{bmatrix}$$

نجمع حاصل ضرب القيم المتحصل عليها مع القيم المقابلة في العمود Ci كما يلي:

$$\left(\frac{19}{7}X3\right) + [(-2)X0] + \left[\left(-\frac{3}{7}\right)X13\right] = \frac{18}{7}$$

يُلاحظ أن $\frac{18}{7} > 2$ وبالتالي فإن إضافة المتغيرة الثالثة سوف لن يؤثر على نقطة الحل الأمثل.