**Exercice : 01**

On prélève un échantillon aléatoire et simple (n = 16), d' une population normale de variance $S^2 = 0.64$. avec une moyenne $\overline{X} = 84.6$. Calculez l'intervalle de confiance de la moyenne de la population au seuil de 5%.

**Exercice : 02** Dans une étude sur l'évaluation de la qualité des boison gaseuse, on a analysé un échantillon de 12 prélèvements de bouteille, voici les résultats des teneurs en acide citrique en milligrammes/litre :

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3.26 | 3.24 | 3.20 | 3.22 | 3.19 | 3.28 | 3.30 | 3.32 | 4.26 | 4.26 | 3.05 | 3.24 |

1/ calculez l'intervalle de confiance de la moyenne pour $\alpha = 0.05$.

2/ la qualité de ces boisons est elle conforme à la norme de la teneur en acide citriquequi est de 3.30 milligrammes/litre.

**Exercice : 03**

Une analyse effectuée dans deux laboratoires différents a donné les résultats suivants de teneur en carobone au niveau des feuilles.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Labo.1 | 0.10 | 0.15 | 0.16 | 0.16 | 0.18 | 0.20 | 0.30 | 0.35 | 0.42 | 0.45 |
| Labo.2 | 0.50 | 0.45 | 0.65 | 0.52 | 0.50 | 0.40 | 0.47 | 0.52 | 0.40 | |

Peut-on conclure au risque de commettre une erreur de 5% que les résultats des deux laboratoires sont équivalents, en supposant les échantillons aléatoires et simples et les populations normales et de même variances.

**(Corrigé)**

## Exercice :01

Sachant que la variance de la population parente est connue, nous appliquons la variante suivante pour calculer l'intervalle de confiance de la population :

+ Conditions d'application :
- Echantillon aléatoire et simple.
- Population parente normale.

$$\bar{X} = \bar{X} \pm \mu_{1-\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$S = 0.8$ $\bar{X} = 84.6$ $\mu_{1-\alpha/2} = 1.96$

$\bar{X} = 84.6 \pm 1.96 * 0.2 = \mathbf{84.6 \pm 0.39}$

## Exercice :02

1. Sachant que la variance de la population parente est inconnue, nous appliquons la variante suivante pour calculer l'intervalle de confiance de la population :

+ Conditions d'application :
- Echantillon aléatoire et simple.
- Population parente normale.

$$\bar{X} = \bar{X} \pm t_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{SCE}{n(n-1)}}$$

$SCE = 1.82$ $\bar{X} = 3.40$ $t_{1-\alpha/2} = 2.201$

$\bar{X} = 3.40 \pm 2.201 * 0.12 = \mathbf{3.40 \pm 0.26}$

2. Pour répondre à la question, nous exécutons un test de conformité d'une moyenne.

+ Conditions d'application :
- Echantillon aléatoire et simple.
- Population parente normale.
+ Hypothèse nulle (H0): $\bar{X} = \bar{X}0 = 3.30$ mg/l.

$\bar{X} = 3.40$ $SCE = 1.82$ $\bar{X}0 = 3.30$

$$t_{obs.} = \frac{|\bar{X} - \bar{X}_0|}{\sqrt{\frac{SCE}{n(n-1)}}} = \frac{|3.40 - 3.30|}{\sqrt{\frac{1.82}{12(11)}}} = \frac{|0.1|}{\sqrt{\frac{1.82}{132}}} = \frac{0.1}{0.12} = \mathbf{0.83}$$

+ Comparaison : $t_{1-\alpha/2}$ ($\alpha = 0.05$ et ddl = 11) = **2.201**

$t_{obs.} < t_{1-\alpha/2}$ $\Rightarrow$ **H0 est acceptée**

+ **Conclusion** : Oui la qualité des boison est conforme à la norme de la teneur de 3.30 mg/l au seuil de 5%.

## Exercice :03

Nous avons des données quantitatives et P=2, donc nous nous orientons vers le test de Student dans le cas où toutes les conditions d'application sont satisfaites.

+ Conditions d'application :
    - Populations normales
    - Echantillons aléatoires et simples
    - Variances des populations égales

+ Hypothèse nulle (H0) : $\overline{X}_1 = \overline{X}_2$

+ Réalisation des calculs :

| Labo. 1 | Labo. 2 |
|---|---|
| $n_1 = 10$ | $n_2 = 09$ |
| $\overline{X}_1 = 0.247$ | $\overline{X}_2 = 0.490$ |
| $SCE_1 = 0.137$ | $SCE_2 = 0.046$ |

$$t_{obs.} = \frac{|\overline{X}_1 - \overline{X}_2|}{\sqrt{\frac{SCE1+SCE2}{n_1+n_2-2}[\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}]}} = \frac{|0.247 - 0.490|}{\sqrt{\frac{0.137+0.046}{10+9-2}[\frac{1}{10}+\frac{1}{9}]}} = \frac{0.243}{0.011\ (0.21)} = 5.06$$

+ Comparaison : $t_{1-\alpha/2}$ ($\alpha = 0.05$ et ddl = 17) = **2.110**

$t_{obs.} > t_{1-\alpha/2}$ $\Rightarrow$ **H0 est refusée**

+ Conclusion : Les résultats des deux laboratoires sont différents au seuil $\alpha = 0.05$.