وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

المركز الجامعي عبد الحفيظ بوالصوف – ميلة

ماستر: إدارة الأعمال	المقياس: اتخاذ القرار	السداسي الأول	الموسم الجامعي: 2023/22

السلسلة (1) النماذج الرياضية لاتخاذ القرار (التحليل الحدي)

أولا- الأمثلية غير المقيدة المتضمنة لمتغير أو أكثر

التمرين (1)

نفترض أن منشأة إسمنت في إحدى الدول تهدف إلى تعظيم ربحها وقد توفرت المعلومات التالية:

دالة الإرادات الكلية: $TR=45Q- 0.5Q^2$

دالة التكاليف الكلية: $TC=Q^3-8Q^2+57Q+2$

1- حدد دالة الهدف للمنشأة Objective Function (OF) وصغها جبريا.

2- حدد قرار المنشأة لمستوى الإنتاج الذي يعظم الربح (دالة الهدف).

3- حدد مستوى الربح الذي يعطي المنشأة الحل الأمثل.

4- ما هو مفهوم الربح الحدي Marginal profit؟

التمرين (2)

إذا كانت دالة الطلب لمنتجات منشأة ما تأخذ الشكل الآتي: $P = 24 - 3Q$

وكانت دالة التكاليف لها كالآتي: $TC = Q^3 - 3Q^2 - 24Q + 100$

1- حدد المفاهيم الأساسية التالية: الإيراد الكلي، اجمالي التكلفة الثابتة وإجمالي التكلفة المتغيرة، ومتوسط التكلفة الكلية.

2- حدد مستوى الإنتاج (Q^*) الذي يحقق أقصى ربح ممكن (π)

3- حدد كل من الإيراد الحدي، والتكلفة الحدية عند حجم الإنتاج (Q^*).

التمرين (3)

لنفترض أن منشأة تنتج سلعتين هما التلفزيونات (x) والمراوح (y) وكان ربح المنشأة تحددها الدالة الآتية:

$$f(x,y) = 80x - 2x^2 - xy - 3y^2 + 100y$$

فإذا كانت المنشأة تهدف إلى تعظيم ربحها دون قيد على كميات الإنتاج.

1- أعط صياغة لنموذج يوافق سلوك المنشأة.

2- حدد كميات الإنتاج التي تحقق تعظيم الربح، وما قيمة الربح عند هذه الكميات؟

ثانيا- الأمثلية المقيدة المتضمنة لمتغيرين أو أكثر ومضاعف لاغرانج

التمرين (4)

بافتراض أننا نريد الحصول على النهاية الحدية لدالة الهدف التالية: $z = -2x^2 + y^2 \quad ...(1)$

تحت القيد التالي: $y - 2x + 1 = 0 \quad ...(2)$

حدد طبيعة النقطة الحرجة (النهاية الحدية) لهذا النموذج المقيد.

(2/1)

التمرين (5)

ما هو الحل الأمثل لدالة كوب- دوجلاس للإنتاج التالية: $Q = K^{0.4}.L^{0.5}$

علما أن قيد الميزانية (Bugedet Constraint) هو 108دينار، وأن سعر رأس المال $p_K = 3$ وسعر العمل $p_L = 4$

التمرين (6)

منشأة تنتج سلعتين (x) و (y) علما أن دالة تكاليفها هي: $TC = 6x^2 + 10y^2 - xy + 30$

ضمن القيد على المنشأة والمتمثل في العلاقة: $x + y = 34$.

ما هي الكميات المنتجة من (x) و (y) التي تجعل تكاليف المنشأة أدنى ما يمكن؟ وما قيمة هذه التكلفة؟

التمرين (7)

تنتج مؤسسة نوعين من أغذية الأنعام (A) و (B) وبدراسة سلوك الربح المتحقق من بيعهما أمكن نمذجة دالة الربح الخاصة بالمؤسسة كما يلي (الوحدة: 10^3دينار): $z = 4x - 0.1x^2 + 5y - 0.2y^2$.

حيث يرمز (x) إلى الكمية المنتجة من (A)؛ ويرمز (y) إلى الكمية المنتجة من (B) بالقنطار.

ويتطلب إنتاج القنطار الواحد من الغذاء (A) ساعة عمل، ويتطلب نظيره من (B) ساعتين. وتقدر الطاقة الإنتاجية للمؤسسة بـ: 50 ساعة يوميا.

المطلوب: تحديد الكميات المثلى المنتجة من كل نوع. وما مقدار الربح عندئذ؟

التمرين (8)

توفرت المعلومات عن دالة إنتاج تأخذ الشكل التالي: $Y = 2K^2 - 4KL + 5L^2$

وأن سعري عاملي الإنتاج هما: $P_K = 80\ , P_L = 40$

1- أحسب قيمة التكلفة الكلية الموافقة لحجم الإنتاج الذي يساوي 2000 (أي $Y = 2000$).

2- أحسب حجم الإنتاج الموافق للتكلفة الكلية التي تساوي 6000 (أي TC=6000).

التمرين (9)

إذا كانت دالة المنفعة الكلية لأحد المستهلكين لثلاثة أنواع من السلع: x، y، z معطاة بالشكل التالي:

$$U_T = xyz$$

ضمن القيد المالي: $x + 2y + 3z = 3600$.

1- أوجد الكميات المستهلكة من كل سلعة حتى يكون المستهلك في وضعه الأمثل.

2- حدد طبيعة الوضع الأمثل للمستهلك باستخدام الشرط الكافي.

التمرين (10)

منتج محتكر ينتج سلعتين هما: G_1 و G_2 لديه دالة التكاليف المشتركة: $TC = 10Q_1 + Q_1Q_2 + 10Q_2$.

حيث: تشير Q_1 إلى الكميات المنتجة من السلعة G_1 وتشير Q_2 إلى الكميات المنتجة من السلعة G_2،

وكانت دالتا الطلب التي يواجههما المحتكر هما: $P_1 = 50 - Q_1 + Q_2$ و $P_2 = 30 + 2Q_1 - Q_2$،

المطلوب: احسب أقصى أرباح يمكن الوصول إليها ضمن القيد الآتي: $Q_1 + Q_2 = 15$.