République algérienne démocratique et populaire

Centre Universitaire de Mila
Institut des Sciences et de la Technologie
Analyse I

Année 2022/2023
Domaine: LMD-informatique(1^{er} année)

Série d'exercices N°05

Exercice 1:

Soit la fonction f définie par

$$f(x) = x^x$$

1. Sur quel ensemble cette fonction est-elle définie et continue?
2. Montrer que f est prolongeable par continuité sur $[0, \infty[$.
3. Calculer la dérivée de f partout où cela ne pose pas de problème. Sur quel ensemble f est-elle dérivable, que peut-on en déduire sur le graphe de f en 0?
4. Étudier les variations de f sur $[0, \infty[$. Puis calculer la limite de f en ∞.
5. Tracer sommairement le graphe de f.

Exercice 2:

1. Soit a et b deux réels, montrer que:

$$ch(a)ch(b) = \frac{1}{2}(ch(a+b) + ch(a-b)).$$

2. Montrer que $\forall t \in \mathbb{R}$

$$\cos(2t) = \frac{1-\tan^2(t)}{1+\tan^2(t)}$$

Exercice 3:

Soit $a \in \mathbb{R}, \quad a > 1$. Résoudre:

$$\ln(ch(x)) = a.$$

Exercice 4:

Calculer les limites:

1. $\lim_{x \to +\infty} e^{-x}(ch^3(x) - sh^3(x))$.
2. $\lim_{x \to +\infty} x - \ln(ch(x))$.