

---

# CHAP. I : MÉTROLOGIE

Cours

2006-2007

---

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Généralités sur la mesure</b>	<b>3</b>
1.1	Définitions . . . . .	3
1.2	Le système d'unités internationales et ses symboles . . . . .	3
1.3	Formation des multiples et sous multiples des unités . . . . .	5
1.4	Modélisation des relations entre unités physiques . . . . .	5
1.4.1	Présentation . . . . .	5
1.4.2	Schématisation . . . . .	5
1.4.3	Relation de transitivité . . . . .	6
1.4.4	Capteur 4-20 mA . . . . .	6
1.4.5	Débit - Pression . . . . .	6
1.5	Autres unités employées . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Métrologie et qualité</b>	<b>7</b>
2.1	Les problèmes de certification qualité . . . . .	7
2.2	L'organisation d'une chaîne d'étalonnage . . . . .	8
2.3	Rappels sur les normes qualités I.S.O. 9000 . . . . .	9
2.4	Les différentes erreurs possibles . . . . .	9
2.5	Les types d'erreurs classiques . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Chaîne de mesure : ses caractéristiques</b>	<b>10</b>
3.1	Principe d'une chaîne de mesure . . . . .	10
3.2	Gamme de mesure - Étendue de mesure . . . . .	10
3.3	Rangeabilité . . . . .	11
3.4	Courbe d'étalonnage . . . . .	11
3.5	Sensibilité . . . . .	11
3.6	Classe de précision . . . . .	12
3.7	Résolution . . . . .	12
3.8	Finesse . . . . .	12
3.9	Rapidité, temps de réponse . . . . .	12
3.10	Bande passante . . . . .	13
3.11	Grandeur d'influence et compensation . . . . .	13
3.12	Traitement statistique des mesures . . . . .	13
3.13	Fidélité, justesse, précision . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Propagation des erreurs</b>	<b>15</b>
4.1	Les produits . . . . .	15
4.2	Les quotients . . . . .	15
4.3	Les sommes . . . . .	15
4.4	Les différences . . . . .	15

<b>Exercices</b>	<b>16</b>
1 Indicateur de pression . . . . .	16
2 Une unité de pression : le PSI . . . . .	16
3 Étalonage d'un capteur de pression . . . . .	16
4 Capteur de pression . . . . .	16
5 Transmetteur de pression (cerabar PMC 133) . . . . .	17
6 Mesure de débit . . . . .	17
7 Goutte à Goutte . . . . .	17
8 Multimètre . . . . .	17
9 Liaison 4-20 mA . . . . .	17
10 Pince de courant . . . . .	18
11 Réponse indicielle . . . . .	18
12 Capteur de débit . . . . .	18

<b>Évaluation - Année précédente</b>	<b>20</b>
Mesures de débits dans un réservoir . . . . .	20
Transmetteur de pression différentielle . . . . .	21
Transmetteur de pression (cerabar PMC 133) . . . . .	21
Étalonnage . . . . .	21
Réponse indicielle . . . . .	22

## Table des figures

1 Relation entre grandeurs physiques . . . . .	6
2 Relation de transmittivité . . . . .	6
3 Relation entre pression et courant d'un transmetteur de pression . . . . .	6
4 Relation débit pression . . . . .	7
5 Structure d'une chaîne de mesure . . . . .	11
6 Echelle sur mesure . . . . .	11
7 Réponse indicielle . . . . .	12
8 Bande passante . . . . .	13
9 Distribution de Gauss . . . . .	14
10 Appareil fidèle . . . . .	15
11 Appareil juste . . . . .	15
12 Appareil précis . . . . .	15

# 1 Généralités sur la mesure

## 1.1 Définitions

**La grandeur physique ( $X$ ) :** Paramètre qui doit être contrôlé lors de l'élaboration d'un produit ou de son transfert. Exemple : pression, température, niveau.

**Le mesurage :** C'est l'ensemble des opérations ayant pour but de déterminer la valeur d'une grandeur physique.

**La mesure ( $x$ ) :** C'est l'évaluation d'une grandeur par comparaison avec une autre grandeur de même nature prise pour unité. Exemple : Une longueur de 2 mètres, une masse de 400 grammes, un temps de 6 secondes.

Remarque : On ne peut pas mesurer une masse avec des mètres, ce n'est pas **homogène**.

**L'incertitude ( $dx$ ) :** Le résultat de la mesure ( $x$ ) d'une grandeur ( $X$ ) n'est pas complètement défini par un seul nombre. Il faut au moins la caractériser par un couple ( $x, dx$ ) et une unité de mesure.  $dx$  est l'incertitude sur  $x$ . Les incertitudes proviennent des différentes erreurs liées à la mesure.

$$- \text{Ainsi, on a : } x - dx < X < x + dx.$$

Exemple : 3 cm  $\pm$ 10%, ou 5m  $\pm$  1cm.

**Erreur absolue ( $e$ ) :** C'est le résultat d'un mesurage moins la valeur vraie de la grandeur physique. Une erreur absolue s'exprime dans l'unité de la mesure.

$$- e = x - X.$$

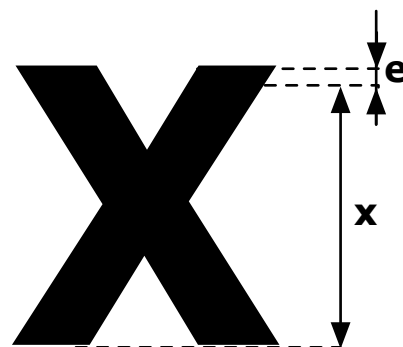
Exemple : Une erreur de 10 cm sur une mesure de distance.

**Erreur relative ( $er$ ) :** C'est le rapport de l'erreur de mesure à la valeur vraie de la grandeur physique. Une erreur relative s'exprime généralement en pourcentage de la grandeur mesurée.

$$- er = e/X ;$$

$$- er\% = 100 \times er ;$$

Exemple : Une erreur de 10 % sur une mesure de distance (10 % de la distance réelle).



## 1.2 Le système d'unités internationales et ses symboles

Tableau 1 – Unités de base

Grandeur		Unité	
Nom	Symbole	Nom	Symbole
Longueur	$L$	mètre	$m$
Masse	$M$	kilogramme	$Kg$
Temps	$t$	seconde	$s$
Courant électrique	$i$	ampère	$A$
Température	$T$	kelvin	$K$
Quantité de matière		mole	$mol$
Intensité lumineuse	$I$	candela	$cd$

**Tableau 2** – Unités dérivées

Grandeur		Unité	
Nom	Symbole	Nom	Symbole
Aire ou superficie	$S$	mètre carré	$m^2$
Volume	$V$	mètre cube	$m^3$
Fréquence	$f$	hertz	$Hz$
Vitesse	$v$	mètre par seconde	$m/s$
Force	$f$	newton	$N$
Moment d'une force	$M$	Newton mètre	$Nm$
Viscosité dynamique	$\eta$	Poiseuille	$Pi$
Tension	$U$	Volt	$V$
Résistance électrique	$R$	Ohm	$\Omega$
Capacité	$C$	Farad	$F$
Permittivité	$\epsilon$	Farad par mètre	$F/m$
Perméabilité	$\mu$	Henry par mètre	$H/m$
Champs électrique	$E$	Volt par mètre	$V/m$
Flux lumineux	$\phi$	Lumen	$lm$
Eclairement	$E$	Lux	$lx$
Longueur d'onde	$\lambda$	mètre	$m$
Quant. de rayonnement		roentgen	$R$
Vitesse angulaire	$\omega$	radian par seconde	$rad/s$
Accélération	$g$	mètre par seconde carrée	$m/s^2$
Accélération angulaire	$\alpha$	radian par seconde	$rad/s^2$
Energie - Travail	$W$	Joule	$J$
Puissance	$P$	Watt	$W$
Pression - Contrainte	$P$	Pascal	$Pa$
Quantité de chaleur	$Q$	Joule	$J$
Quantité d'électricité	$Q$	Coulomb	$C$
Energie	$W$	Joule	$J$
Puissance active	$P$	Watt	$W$
Puissance apparente	$W$	Joule	$J$
Puissance réactive	$Q$	Volt Ampère Réactif	$VAR$
Inductance	$L$	Henry	$H$
Champ magnétique	$H$	Ampère par mètre	$A/m$
Induction magnétique	$B$	Tesla	$T$
Flux d'induction	$\phi$	weber	$Wb$
Luminence	$L$	Candela par $m^2$	$Cd/m^2$
Transmission		Décibel	$dB$
Activité nucléaire	$A$	Curie	$Bq$

## 1.3 Formation des multiples et sous multiples des unités

**Tableau 3** – Multiples et sous multiples

$10^{24}$	Yotta	Y
$10^{21}$	Zetta	Z
$10^{18}$	Exa	E
$10^{15}$	Peta	P
$10^{12}$	Tera	T
$10^9$	Giga	G
$10^6$	Mega	M
$10^3$	Kilo	K
$10^2$	hecto	h
10	deca	da
$10^{-1}$	déci	d
$10^{-2}$	centi	c
$10^{-3}$	milli	m
$10^{-6}$	micro	$\mu$
$10^{-9}$	nano	$\nu$
$10^{-12}$	pico	p
$10^{-15}$	femto	f
$10^{-18}$	atto	a
$10^{-21}$	zepto	z
$10^{-24}$	yocto	y

## 1.4 Modélisation des relations entre unités physiques

### 1.4.1 Présentation

On se propose de représenter de manière graphique les relations entre deux unités physiques. Cette représentation s'applique aux relations :

- De type affine :  $Y = a \times X + b$ ;
- De type racine :  $Y = k\sqrt{X}$ ;
- De type puissance :  $Y = X^n$ .

### 1.4.2 Schématisation

Sur la même échelle, on représente de chaque côté, les valeurs des grandeurs physiques qui sont liées (figure 1). L'unité de chaque grandeur est précisée en bord d'échelle. On précisera le type de relation sur la partie de l'échelle correspondante.

D'une manière générale, on respectera les notations du tableau 4.

**Tableau 4** – Représentations des type de relations

Type de relation	Représentation
Linéaire	Aucune
Racine	$\sqrt{x}$
Puissance n	$x^n$

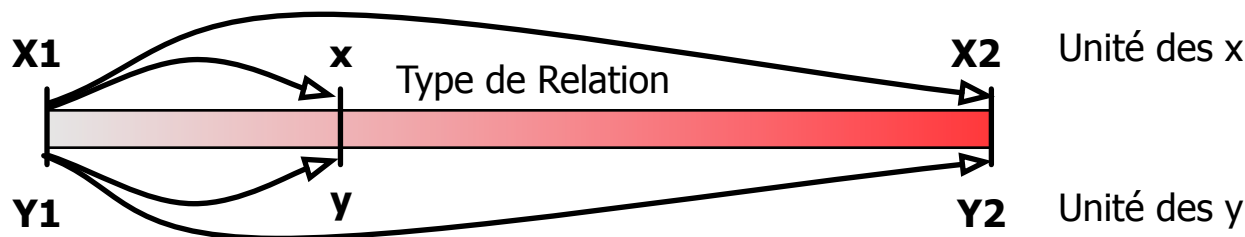


Figure 1 – Relation entre grandeurs physiques

On peut alors écrire la relation :

$$\frac{y - Y1}{Y2 - Y1} = \text{Relation}\left(\frac{x - X1}{X2 - X1}\right) \quad (1)$$

#### 1.4.3 Relation de transitivité

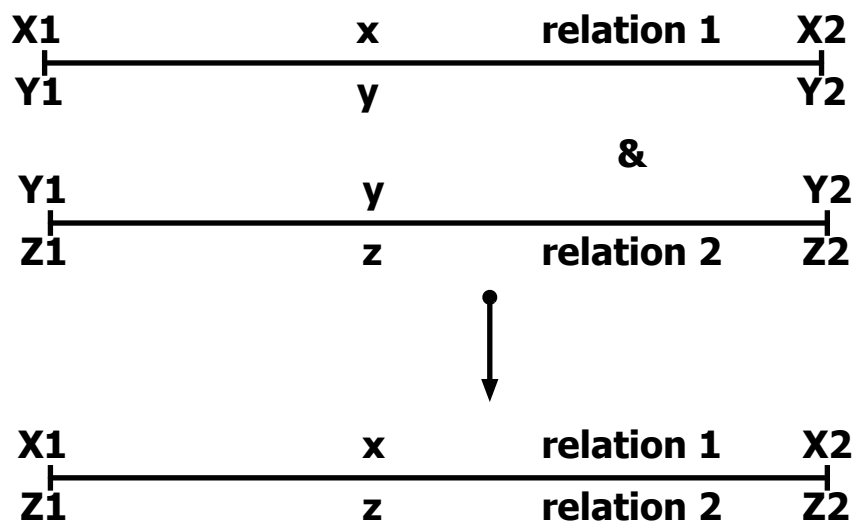


Figure 2 – Relation de transitivité

#### 1.4.4 Capteur 4-20 mA

Un transmetteur de pression 4-20 mA avec une gamme de mesure de 0 à 5 bar fourni la relation représentée figure 3.

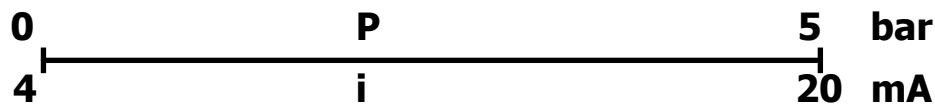


Figure 3 – Relation entre pression et courant d'un transmetteur de pression

#### 1.4.5 Débit - Pression

Dans les capteurs de débit utilisant un organe déprimogène, le débit  $Q$  est proportionnel à la racine carrée de la différence de pression  $\Delta P$ . On peut alors représenter la relation entre le débit et la différence de pression mesurée par la figure 4.

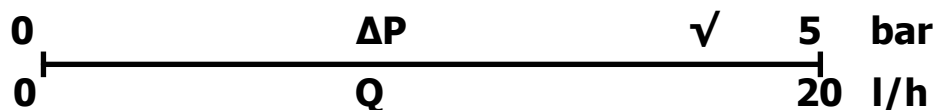


Figure 4 – Relation débit pression

## 1.5 Autres unités employées

### Distances :

- pouce (inch) : 1 in = 2,54 cm
- pied (foot) : 1 ft = 12 in = 30,48 cm
- mile (miles) = 5280 ft = 1,609 km
- mille nautique (mn) = 1,852 km

### Volume :

- pinte (pint) = 0,94 l
- gallon (US gallon) : 1 USgal = 4 pintes = 3,786 l
- baril (US barrel) : 1 bbi = 42 USgal = 159 l
- 1  $m^3$  = 1000 l;
- 1  $dm^3$  = 1 l;

### Masse :

- once (ounce) : 1 oz = 28,35 g
- livre (pound) : 1 lb = 0,454 kg

### Puissance :

- cheval vapeur (horsepower) : 1 hp = 0,736 kW = 1 CV

### Divers :

- 1 ha = 10 000  $m^2$
- 1 h = 3600 s
- 1 nœud (kt) = 1,852 km/h

## 2 Métrologie et qualité

### 2.1 Les problèmes de certification qualité

L'un des points délicats de l'assurance de la qualité en métrologie est le choix de la traçabilité de la chaîne d'étalonnage, autrement dit, du raccordement du moyen de mesure à la chaîne d'étalonnage nationale. Le système national d'étalonnage mis en place pour assurer le raccordement des références et des instruments de mesure aux étalons nationaux est fondé sur des laboratoires officiellement accrédités par le COFRAC-Section Étalonnage.

Notes :

- La notion de raccordement recouvre l'étalonnage ou la vérification ; bien souvent il y a confusion entre ces deux mots. Or, ils ne couvrent pas la même notion et en pratique il est, le plus souvent, effectué une vérification.
- En pratique, le choix des modalités de raccordement est toujours délicat car la gamme des coûts induits est très étendue.

## 2.2 L'organisation d'une chaîne d'étalonnage




On définit plusieurs types d'étalons :

- **Étalon primaire** : Étalon qui est désigné ou largement reconnu comme présentant les plus hautes qualités métrologiques et dont la valeur est établie sans se référer à d'autres étalons de la même grandeur.
- **Étalon de référence** : Étalon, en général de la plus haute qualité métrologique disponible en un lieu donné ou dans une organisation donnée, dont dérivent les mesurages qui y sont faits.
- **Étalon de transfert** : Étalon utilisé comme intermédiaire pour comparer entre eux des étalons.
- **Étalon de travail** : Étalon qui est utilisé couramment pour étalonner ou contrôler des mesures matérialisées, des appareils de mesure ou des matériaux de référence.

Remarque :

- Le terme dispositif de transfert doit être utilisé lorsque l'intermédiaire n'est pas un étalon.
- Un étalon de travail est habituellement étalonné par rapport à un étalon de référence.
- Un étalon de travail utilisé couramment pour s'assurer que les mesures sont effectuées correctement est appelé étalon de contrôle.

**Tableau 5** – Chaîne d'étalonnage

<b>Conservation et amélioration des étalons</b>		
Étalon national	Laboratoire National de métrologie	BUREAU NATIONAL DE MÉTROLOGIE (BNM) <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conservation et améliorations des étalons nationaux</li> <li>• Étalonnage des références des centres d'étalonnage agréés</li> <li>• Tutelle technique de la chaîne d'étalonnage</li> </ul>
Étalon de transfert		
<b>Diffusion de la métrologie</b>		
Étalon de référence	Centre d'Étalonnage Agréer (CETA)	Laboratoire ou organisme public délivrant des certificats officiels d'étalonnage : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Raccordement des références aux étalons nationaux,</li> <li>• Conseil, formation et assistance technique.</li> </ul>
Étalon de transfert		
Étalon de référence	Services de Métrologie Habilités (SMH)	Laboratoire d'une société ou d'un organisme dont le potentiel technique est reconnu officiellement par le COFRAC Section Étalonnage : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Étalonnage des étalons de référence,</li> <li>• Conseil, formation et assistance technique.</li> </ul>
Étalon de transfert		
Étalon de référence	Entreprise ou service	Chaîne d'étalonnage dans l'entreprise ou le service (si l'entreprise est elle même SMH, la chaîne est simplifiée).
<b>Étalon de travail</b>		



## 2.3 Rappels sur les normes qualités I.S.O. 9000

Dans le domaine de la gestion intégrale de la qualité, on distingue 5 normes ISO différentes :

**L'ISO-9000** n'est pas une norme au sens strict du terme ; elle définit, en fait, un cadre général et donne les lignes directrices pour la sélection et l'utilisation des autres normes dont elle fournit une brève description ;

**L'ISO-9001** présente un modèle d'assurance-qualité en conception, développement, production, installation et prestations associées. Cette norme est la plus poussée des normes ISO-9000 et fournit un modèle total ;

**L'ISO-9002** régit la production, l'installation et les prestations associées ; cette certification est visée surtout par les entreprises qui ne développent pas de produits et de service à la clientèle ;

**L'ISO-9003** offre un modèle d'assurance-qualité en contrôle et essais finals ; cette certification fournit la preuve officielle que le contrôle final et les essais finals ont été correctement effectués ;

**L'ISO-9004** fournit aux entreprises des directives pour mettre en place un système de gestion de la qualité ; cette norme correspond en fait à un manuel détaillé.

En résumé, trois normes contiennent des modèles d'application (9001, 9002 et 9003) tandis que les normes 9000 et 9004 servent plutôt de guide à l'application des trois autres normes. Elles offrent une bonne base pour se faire une idée de la gestion intégrale de la qualité.

## 2.4 Les différentes erreurs possibles

**Les erreurs systématiques** : Ce sont des erreurs reproductibles reliées à leur cause par une loi physique, donc susceptible d'être éliminées par des corrections convenables.

**Les erreurs aléatoires** : Ce sont des erreurs, non reproductibles, qui obéissent à des lois statistiques.

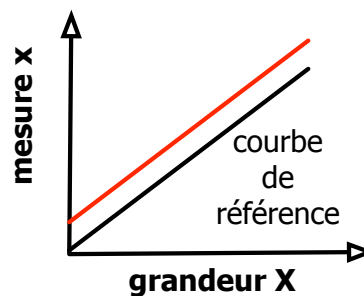
**Les erreurs accidentelles** : Elles résultent d'une fausse manoeuvre, d'un mauvais emploi ou de dysfonctionnement de l'appareil. Elles ne sont généralement pas prises en compte dans la détermination de la mesure.

## 2.5 Les types d'erreurs classiques

### L'erreur de zéro (offset)

C'est une erreur qui ne dépend pas de la valeur de la grandeur mesurée

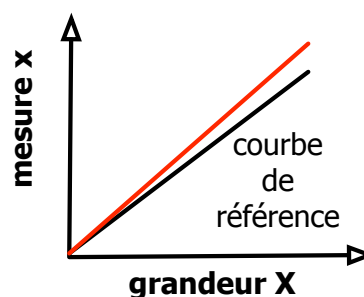
Erreur de zéro = Valeur de  $x$  quand  $X = 0$



### L'erreur d'échelle (gain)

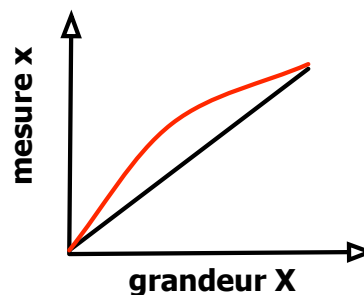
C'est une erreur qui dépend de façon linéaire de la valeur de la grandeur mesurée.

Erreur de gain (dB) =  $20 \log(\Delta x / \Delta X)$



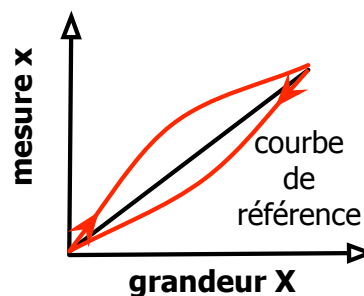
### L'erreur de linéarité

La caractéristique n'est pas une droite.



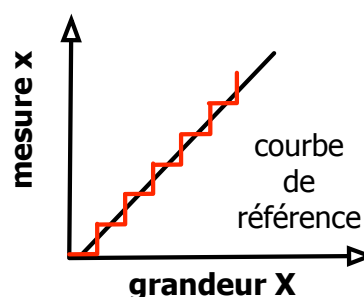
### L'erreur due au phénomène d'hystérésis

Il y a phénomène d'hystérésis lorsque le résultat de la mesure dépend de la précédente mesure.



### L'erreur de mobilité

La caractéristique est en escalier. Cette erreur est souvent due à une numérisation du signal.



## 3 Chaîne de mesure : ses caractéristiques

### 3.1 Principe d'une chaîne de mesure

La structure de base d'une chaîne de mesure comprend au minimum trois étages :

- Un capteur sensible aux variations d'une grandeur physique et qui, à partir de ces variations, délivre une autre grandeur physique.
- Un conditionneur de signaux dont le rôle principal est l'amplification du signal délivré par le capteur pour lui donner un niveau compatible avec l'unité de visualisation ou d'utilisation. Cet étage peut parfois intégrer un filtre qui réduit les perturbations présentes sur le signal.
- Une unité de visualisation et/ou d'utilisation qui permet de lire la valeur de la grandeur et/ou de l'exploiter dans le cas d'un asservissement, par exemple.

Cette structure de base se rencontre dans toutes les chaînes de mesure et ce, quelle que soit leur complexité et leur nature. De nos jours, compte tenu des possibilités offertes par l'électronique et l'informatique, les capteurs délivrent un signal électrique et la quasi-totalité des chaînes de mesure sont des chaînes électroniques.

### 3.2 Gamme de mesure - Étendue de mesure

La **gamme de mesure**, c'est l'ensemble des valeurs du mesurande pour lesquelles un instrument de mesure est supposée fournir une mesure correcte. L'**étendue de mesure** correspond à la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale de la gamme de mesure. Pour les appareils à gamme de mesure réglable, la valeur maximale de l'étendue de mesure est appelée **pleine échelle**.

Remarque : lorsqu'un appareil indicateur possède un cadran gradué en unités de la grandeur à mesurer,

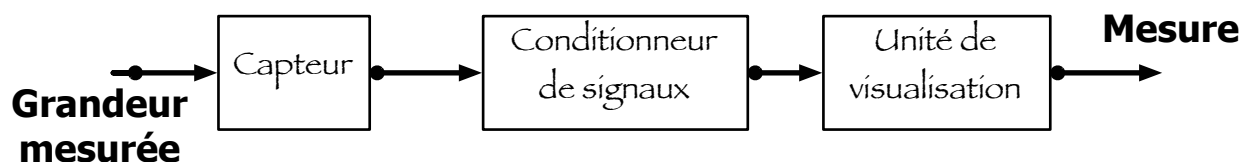


Figure 5 – Structure d'une chaîne de mesure

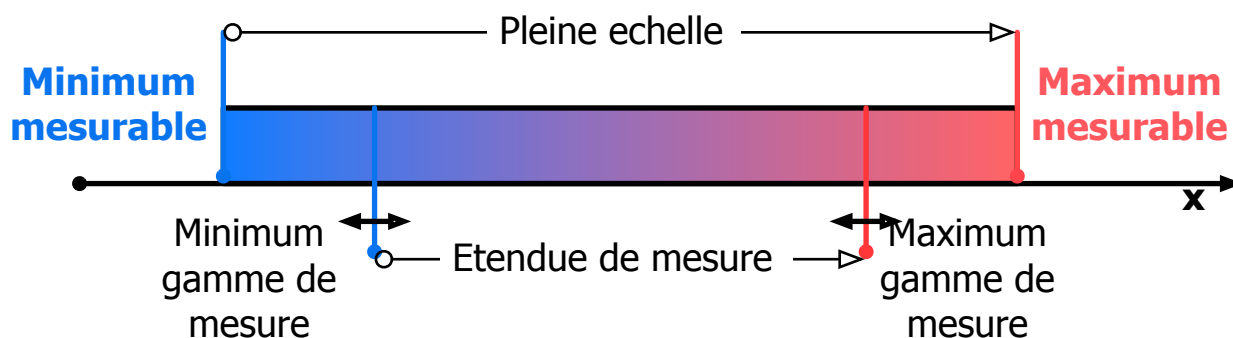


Figure 6 – Echelle sur mesure

son étendue de mesure n'est pas toujours confondue avec l'étendue de graduation.

Exemple : Appareil de pesage, étendu de la graduation (0, 2 kg), étendu de la mesure (150 g, 2 kg).

### 3.3 Rangeabilité

On définit la rangeabilité par le rapport minimum entre l'étendue de mesure et la pleine échelle.

### 3.4 Courbe d'étalonnage

Elle est propre à chaque appareil. Elle permet de transformer la mesure brute en mesure corrigée. Elle est obtenue en soumettant l'instrument à une valeur vraie de la grandeur à mesurer, fournie par un appareil étalon, et en lisant avec précision la mesure brute qu'il donne.

### 3.5 Sensibilité

Soit  $X$  la grandeur à mesurer et  $x$  le signal fourni par l'appareil de mesure. À toutes valeurs de  $X$ , appartenant à l'étendue de mesure, correspond une valeur de  $x$ .

$$x = f(X) \quad (2)$$

La sensibilité autour d'une valeur de  $X$  est le quotient  $m$  :

$$m = \frac{dx}{dX} \quad (3)$$

Si la fonction est linéaire, la sensibilité de l'appareil est constante :

$$m = \frac{\Delta x}{\Delta X} \quad (4)$$

Lorsque  $x$  et  $X$  sont de même nature, la sensibilité est alors sans dimension et peut être appelé gain. Il s'exprime généralement en dB.

$$\text{gain}(dB) = 20 \times \log(m) \quad (5)$$

### 3.6 Classe de précision

La classe d'un appareil de mesure correspond à la valeur en % du rapport entre la plus grande erreur possible sur l'étendue de mesure.

$$\text{Classe} = 100 \times \frac{\text{La plus grande erreur possible}}{\text{Etendue de mesure}} \quad (6)$$

### 3.7 Résolution

Lorsque l'appareil de mesure est un appareil numérique, on définit la résolution par la formule suivante :

$$\text{Resolution} = \frac{\text{Etendue de mesure}}{\text{Nombre de points de mesure}} \quad (7)$$

### 3.8 Finesse

Elle qualifie l'incidence de l'instrument de mesure sur le phénomène mesuré. Elle est grande lorsque l'appareil perturbe très peu la grandeur à mesurer.

### 3.9 Rapidité, temps de réponse

C'est l'aptitude d'un instrument à suivre les variations de la grandeur à mesurer. Dans le cas d'un échelon de la grandeur entraînant la croissance de la mesure on définit le temps de réponse à  $\pm 10\%$ , c'est le temps nécessaire pour que la mesure croisse, à partir de sa valeur initiale jusqu'à rester entre 90% et 110% de sa variation totale.

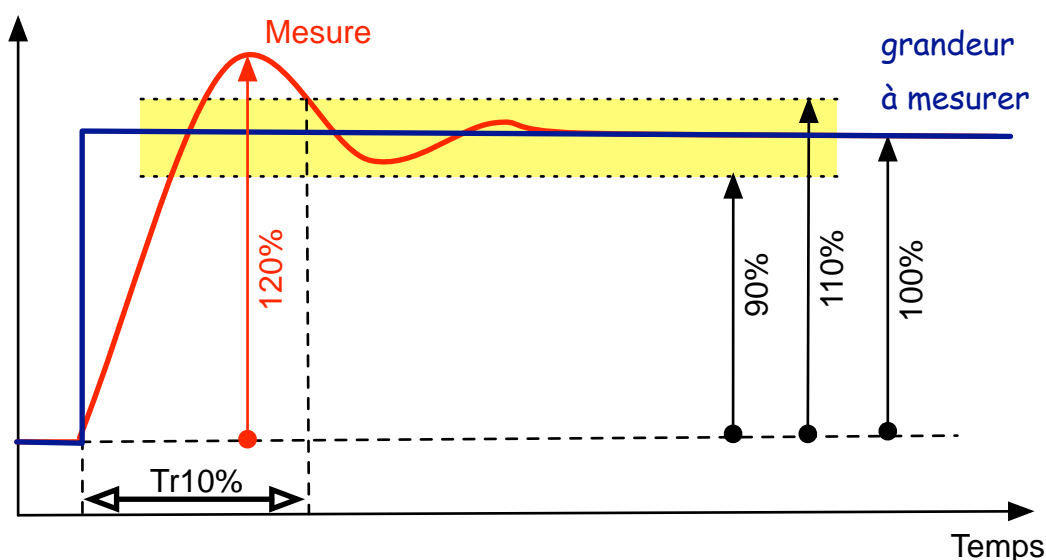


Figure 7 – Réponse indiciale

### 3.10 Bande passante

La bande passante est la bande de fréquence pour laquelle le gain du capteur est compris entre deux valeurs (fig. 8). Le gain du capteur est le rapport  $x/X$  généralement exprimé en  $dB$ .

Remarques :

- Par convention, le signal continu a une fréquence nulle.
- Dans le cas ci-dessous on peut estimer le temps de réponse par la formule :  $T = 0,16/F_{max}$  avec  $F_{max} = 0,1 Hz$ .

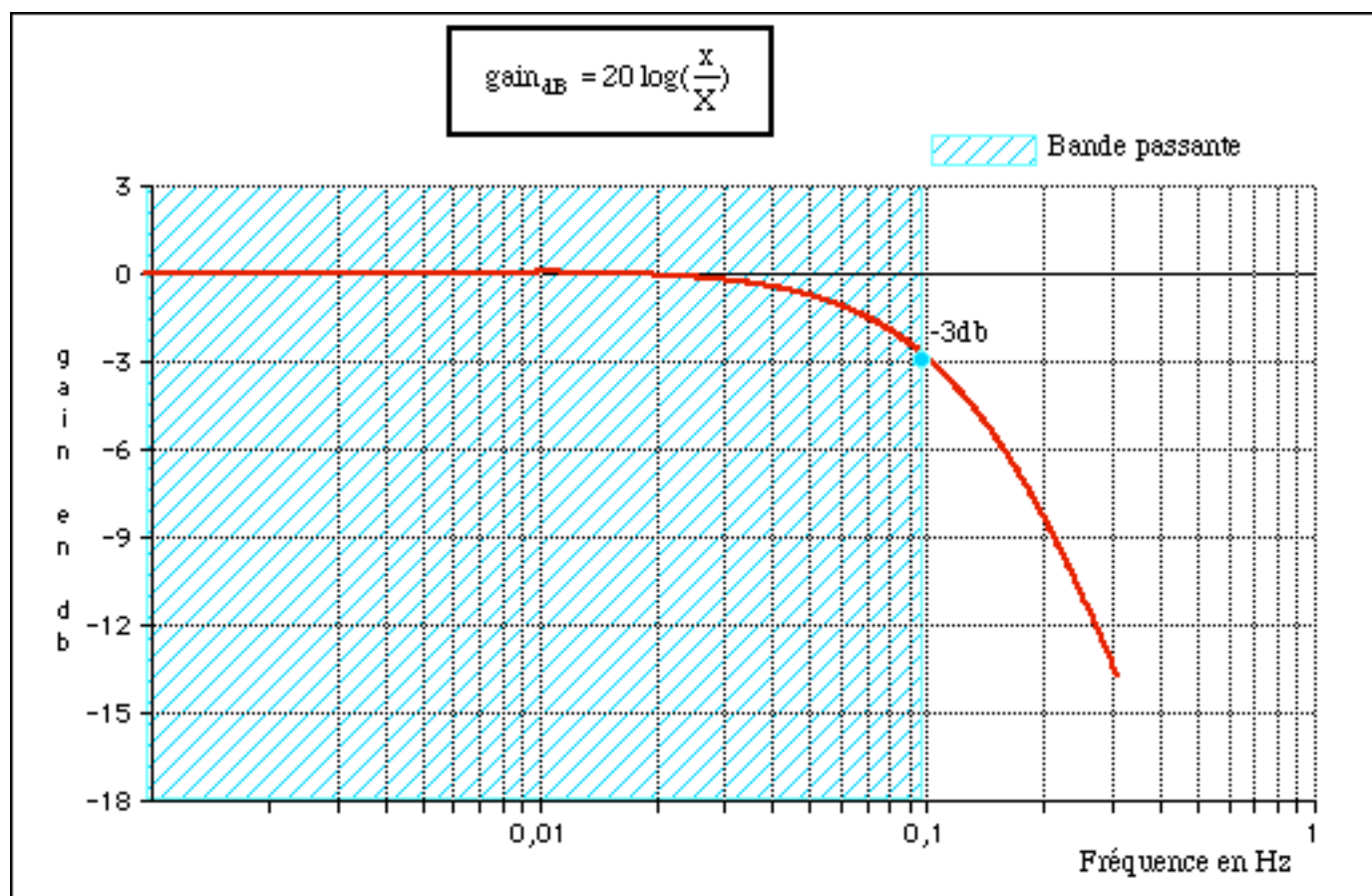


Figure 8 – Bande passante

### 3.11 Grandeur d'influence et compensation

On appelle grandeur d'influence, toutes les grandeurs physiques autres que la grandeur à mesurer, susceptibles de perturber la mesure. Généralement les capteurs industriels sont compensés, un dispositif interne au capteur limite l'influence des grandeurs perturbatrices. La température est la grandeur d'influence qui est le plus souvent rencontrée.

### 3.12 Traitement statistique des mesures

Les erreurs entraînent une dispersion des résultats lors de mesures répétées. Leur traitement statistique permet :

- de connaître la valeur la plus probable de la grandeur mesurée,
- de fixer les limites de l'incertitude.

Lorsque la mesure d'une même grandeur  $X$  a été répétée  $n$  fois, donnant les résultats :  $x_1, x_2 \dots x_n$ , la valeur moyenne est définie par :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \quad (8)$$

Une indication de la dispersion de ces résultats est donnée par l'écart-type :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (9)$$

Lorsque les erreurs accidentelles affectant les différentes mesures sont indépendantes, la probabilité d'apparition des différents résultats satisfait habituellement à la loi normale dite encore loi de Gauss :

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (10)$$

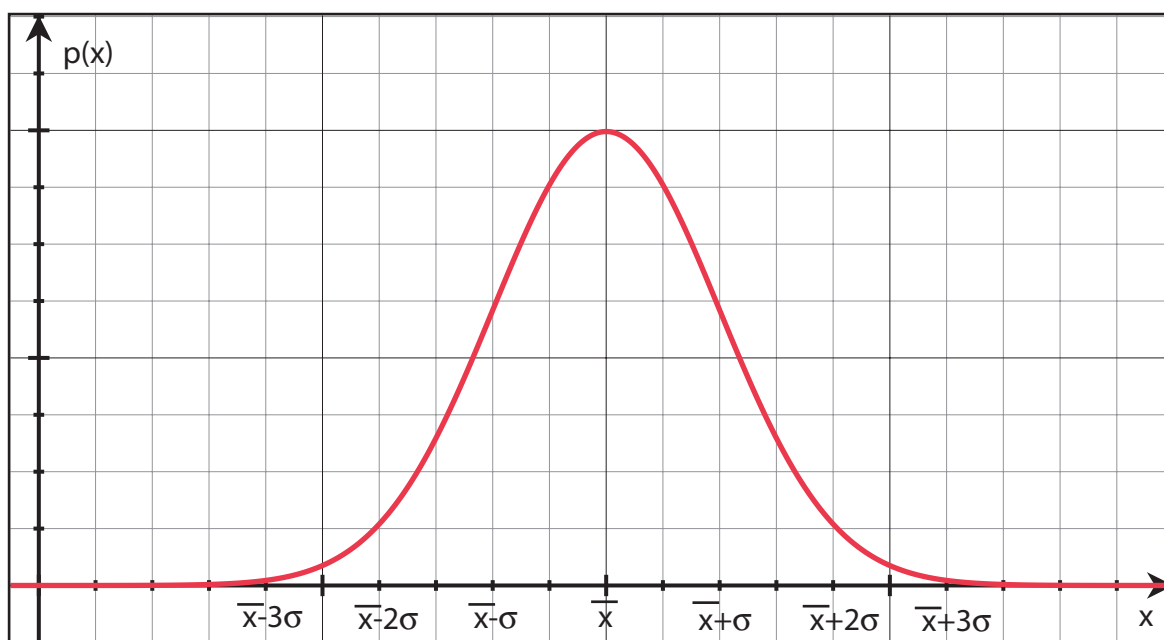


Figure 9 – Distribution de Gauss

Dans ce cas :

- La valeur la plus probable est la valeur moyenne des mesures.
- En général on prend une incertitude égale à 3 fois l'écart-type.

### 3.13 Fidélité, justesse, précision

La **fidélité** est la qualité d'un appareillage de mesure dont les erreurs sont faibles (fig. 10). L'écart-type est souvent considéré comme l'erreur de fidélité. Un instrument est d'autant plus fidèle que son écart type est faible.

Un instrument est d'autant plus **juste** que la valeur moyenne est proche de la valeur vraie (fig. 11).

Un appareil **précis** est à la fois fidèle et juste (fig. 12).

En pratique, la précision est une donnée qui fixe globalement l'erreur maximum (en + ou en -) pouvant être commise lors d'une mesure. Elle est généralement exprimée en % de l'étendue de mesure.

Remarque : c'est aux valeurs maximales de l'échelle que l'appareil est le plus précis en valeur relative.

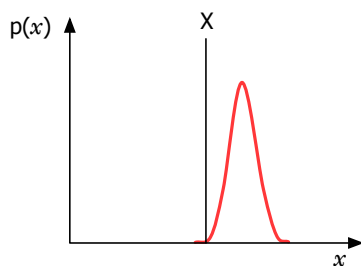


Figure 10 – Appareil fidèle

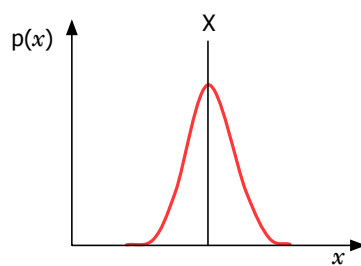


Figure 11 – Appareil juste

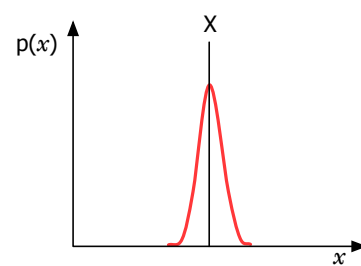


Figure 12 – Appareil précis

## 4 Propagation des erreurs

### 4.1 Les produits

La grandeur  $X$  s'obtient par la mesure de  $Y$  et  $Z$ . On a  $X = Y \times Z$ .  $Y$  et  $Z$  sont des nombres positifs. La mesure de  $Y$  donne  $y \pm dy$ , la mesure de  $Z$  donne  $z \pm dz$ .

Ainsi,  $(y - dy)(z - dz) < X < (y + dy)(z + dz)$

$$(y - dy)(z - dz) = yz - ydz - zdy + dzdy = yz(1 - (dz/z + dy/y - dzdy/yz))$$

$$(y + dy)(z + dz) = yz + ydz + zdy + dzdy = yz(1 + (dz/z + dy/y + dzdy/yz))$$

Si l'on néglige les erreurs d'ordre 2 on a :  $X = yz \pm yz(dz/z + dy/y) \Rightarrow dx/x = dz/z + dy/y$

**Dans le cas d'un produit, les erreurs relatives s'ajoutent.**

### 4.2 Les quotients

De la même manière, on démontre que dans le cas d'un quotient, les erreurs relatives s'ajoutent.

### 4.3 Les sommes

La grandeur  $X$  s'obtient par la mesure de  $Y$  et  $Z$ . On a  $X = Y + Z$ .  $Y$  et  $Z$  sont des nombres positifs.

La mesure de  $Y$  donne  $y \pm dy$ , la mesure de  $Z$  donne  $z \pm dz$ .

Ainsi,  $y - dy + z - dz < X < y + dy + z + dz$

On a  $x = (y + z) \pm (dy + dz) \Rightarrow dx = dy + dz$

**Dans le cas d'une somme, les erreurs absolues s'ajoutent.**

### 4.4 Les différences

De la même manière, on démontre que dans le cas d'une différence, les erreurs absolues s'ajoutent.

**Attention :** Il faut éviter de soustraire des nombres de même ordre de grandeur.

# EXERCICES

## Exercice 1 *Indicateur de pression*

Soit un indicateur de pression ayant une étendue de mesure de 0 à 3 bars. Pour une pression vraie de 930 mbar l'appareil indique 1 bar.

- Donner l'erreur absolue, puis l'erreur relative de cette mesure.
- Même question si pour une pression vraie de 3070 mbar l'appareil indique 3 bar.
- Si on ne considère que les erreurs de zéro et d'échelle (la relation entre  $x$  et  $X$  est linéaire), représenter la relation entre la mesure  $x$  et la grandeur mesurée  $X$ .
- En déduire la mesure pour une pression réelle de 1,5 bar ?
- Avec les mêmes hypothèses, donner la pression réelle si la mesure est de 1,5 bars.

## Exercice 2 *Une unité de pression : le PSI*

Le PSI (livre par pouce au carré) est une unité de pression fréquemment utilisé en Angleterre. Donner son équivalent en Pa (unité du S.I). On rappelle les formules ci-dessous.

$$P_{Pa} = \frac{F_N}{S_{m^2}} \quad (11) \quad F_N = M_{Kg} \times g_{m.s^2} \quad (12) \quad g = 9,81m/s^2 \quad (13)$$

## Exercice 3 *Étalonnage d'un capteur de pression*

On effectue l'étalonnage d'un capteur pression. On obtient les résultats suivants :

Valeur étalon (en bar)	4	9
Mesure (en bar)	4,1	8,8

- Quelle est la valeur de l'erreur de gain ?
- Quelle est la valeur de l'erreur de zéro en mbar ?
- Quelle est la mesure fournie par ce capteur si la valeur réelle de la pression est de 6 bars ?
- Quelle est la valeur réelle de la pression si la mesure est de 6 bars ?

## Exercice 4 *Capteur de pression*

On s'intéresse à une cellule de mesure de pression. Celle-ci est composée d'un capteur de pression à condensateur et d'un capteur de température. On relève la pression fournie par la cellule pour deux pressions étalons et pour deux valeurs de la température.

Conditions	25 °C	35 °C	50 °C
10 000 mbar	9 985 mbar		10 085 mbar
30 520 mbar	30 520 mbar		30 620 mbar

Dans la suite, on considère que le capteur n'est affecté que d'une erreur de zéro et d'échelle.

- Donner la valeur de l'erreur absolue de ces mesures.
- Quelle est la mesure pour une pression réelle de 20 bar, à 25°C et 50 °C ?
- Donner la pression réelle si la mesure est de 20 bars, à 25°C et 50 °C.



- d) Quelle est l'influence de la température sur la caractéristique du capteur de pression. Quantifier cette influence.
- e) Comment peut-on qualifier la température ?
- f) Compléter le tableau de mesure.

### Exercice 5 *Transmetteur de pression (cerabar PMC 133)*

On utilise un transmetteur 4-20 mA de pression différentielle qui a les caractéristiques suivantes :

- Linéarité :  $\pm 0,2 \%$
- Hystérésis : mieux que  $0,01\% \text{ PE}$
- Stabilité : mieux que  $0,1 \%$  p.an
- Influence de la température : typ.  $\pm 0,15 \%/10^\circ\text{C}$  de l'étendue de mesure de la cellule. Le coefficient  $T_k$  correspond au cumul zéro et sensibilité.
- Cellule :  $-0,2\dots+0,2\text{bar}$  :  $T_k = \pm 0,6 \text{ mbar}/10^\circ\text{C}$ .
- Gamme réglée :  $0\dots160 \text{ mbar}$  relatif

- a) Quelle est sa sensibilité en A/bar ?
- b) Quelle est la valeur du courant fourni pour une pression de 80 mbar ?
- c) Pour une mesure de 80 mbar, quelle peut être la valeur de l'erreur absolue de linéarité ?
- d) Pour une mesure de 80 mbar, quelle peut être la valeur de l'erreur absolue d'hystérésis ?
- e) Donner une grandeur d'influence de ce transmetteur.
- f) Le transmetteur a été étalonné le 01/08/99 à  $30^\circ\text{C}$ . Quelle peut être l'influence de la température le 30/12/99 à  $0^\circ\text{C}$  ?
- g) Même question pour stabilité dans le temps.

### Exercice 6 *Mesure de débit*

On souhaite mesurer le débit d'une pompe, pour cela on laisse se remplir un réservoir de section rectangulaire pendant 2 min.

- La hauteur d'eau relevée est de  $30 \text{ cm} \pm 2 \text{ mm}$ ,
- Le temps est mesuré à une seconde près,
- La longueur est de  $20 \text{ cm} \pm 1 \text{ mm}$  et la largeur de  $12 \text{ cm} \pm 1 \text{ mm}$ .

- a) Quel est le débit de cette pompe ? On donnera l'incertitude sur la mesure.

### Exercice 7 *Goutte à Goutte*

On considère généralement qu'une goutte d'eau a un volume de 0,05 ml.

- a) Si ce volume est exact à 1 % près, quel doit être le nombre de gouttes versées pour obtenir une erreur absolue d'une goutte ?
- b) Quelle est alors la valeur de l'erreur relative ?
- c) Que peut-on en conclure sur l'erreur relative lors de la somme de mesures identiques ?
- d) Si les erreurs satisfaisaient la loi normale, quelle serait la valeur de l'erreur relative pour un nombre très important de gouttes ?

### Exercice 8 *Multimètre*

Le multimètre numérique MX55B a une précision de  $\pm 0,03 \%$  de la mesure  $\pm 1$  digits. Il est équipé de 5 digits. En continu il possède entre autres les calibres suivants : 1 V, 5 V, 10 V. Le choix du calibre est automatique.

- a) Quelle est l'incertitude sur la mesure d'une tension de 4,5 v ?
- b) Même question pour une tension de 1,1 v et une tension de 0,9 v ?
- c) Pour quelles valeurs de tension, les incertitudes relatives sur la mesure sont les plus importantes ?

### Exercice 9 *Liaison 4-20 mA*

Un capteur transmetteur électronique de température possède une étendue de mesure allant de  $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$  à  $+20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Son signal de sortie varie de 4 à 20 mA. Sa précision est de  $\pm 1\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

- Quelle est la classe de cet appareil?
- Représenter graphiquement la relation entre la température  $T$  (en  $^{\circ}\text{C}$ ) et le signal de sortie  $i$  (en mA).
- Calculer sa sensibilité.
- Quelle est, si l'appareil est parfait, la valeur (en mA) du signal de sortie si la température mesurée est de  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- Quelle est la température mesurée si la valeur du signal de sortie est de 6 mA.
- Pour quelle(s) valeur(s) de la température la précision relative du transmetteur est elle la plus faible. Justifier votre réponse.

### Exercice 10 *Pince de courant*

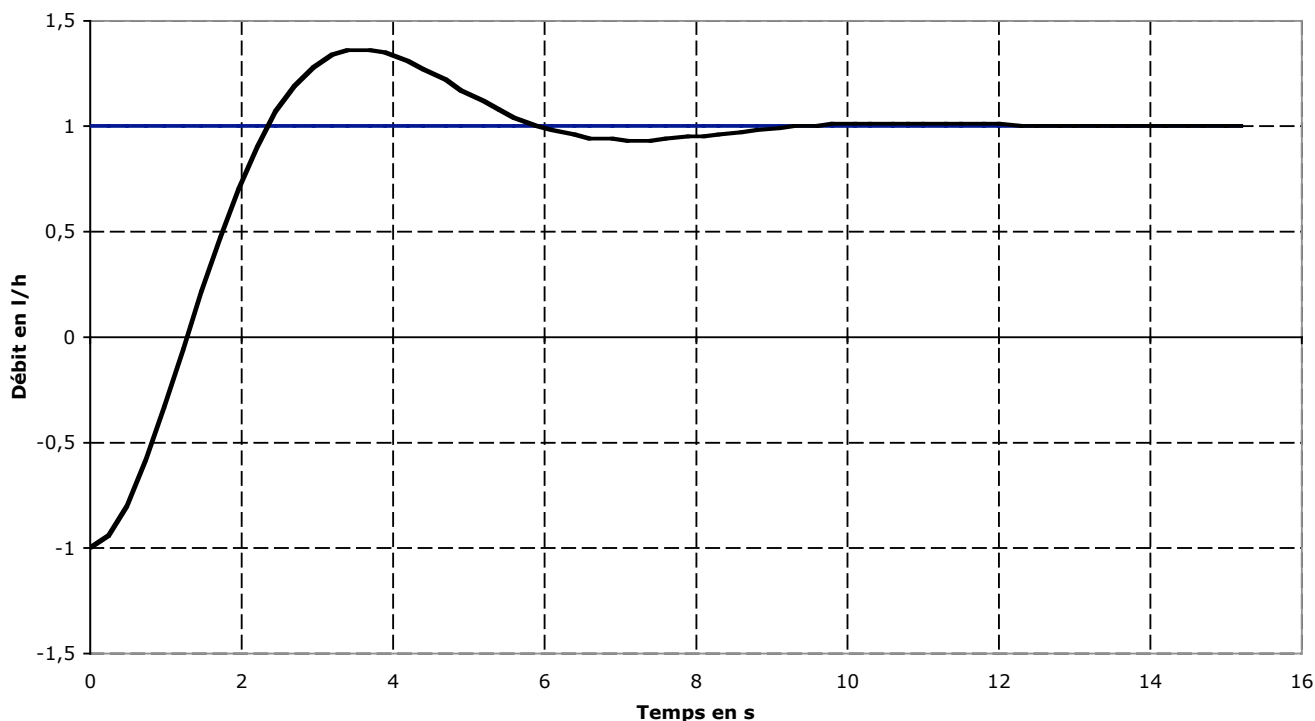
Soit une pince de courant avec une tension de sortie 0-5 v, une sensibilité 100 mV/A, une bande passante à -3 dB de 20 Hz à 100 kHz. L'appareil est de classe 1.

- Pour un courant de 25 A (100 kHz), quelle est l'erreur maximale absolue sur la mesure?
- Même question pour un courant continu de 25 A.

### Exercice 11 *Réponse indicielle*

Ci-après on donne la réponse indicielle d'un capteur de débit.

#### Réponse indicielle



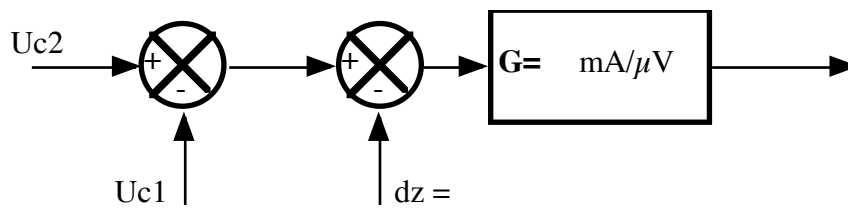
- Repérer sur la courbe l'évolution de l'indication du capteur.
- Donnez le temps de réponse à  $\pm 5\%$  du capteur.
- Même question pour un temps de réponse à  $\pm 20\%$ .
- Sur le même graphique, tracez l'évolution de l'erreur en fonction du temps.

**Exercice 12** *Capteur de débit*

Pour mesurer un débit d'eau, on utilise deux capteurs de température C1 et C2, installés de part et d'autre d'une source de chaleur. En fonctionnement, on mesure les tensions suivantes :

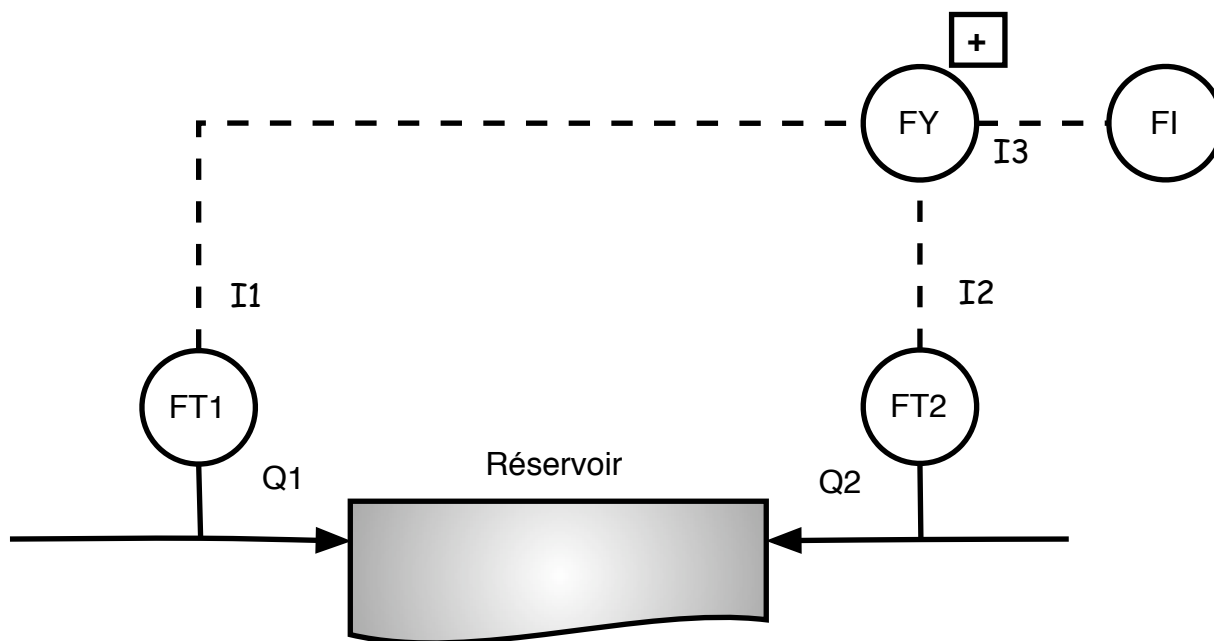
Débit	30 l/h	100 l/h
Tension fournie par le capteur C1 en $\mu V$ ( $U_{c1}$ )	100	200
Tension fournie par le capteur C2 en $\mu V$ ( $U_{c2}$ )	200	160

a) Compléter le schéma suivant de manière à obtenir un courant de 4 mA pour un débit de 30 l/h et un courant de 20 mA pour un débit de 100 l/h.



# ÉVALUATION - ANNÉE PRÉCÉDENTE

## Mesures de débits dans un réservoir



- $FT_1$  : Transmetteur de débit ; étendue de mesure 0 - 5 l/min ; sortie 4-20 mA
- $FT_2$  : Transmetteur de débit ; étendue de mesure 0 - 5 bbi/h ; sortie 4-20 mA

- 1) Calculer l'étendue de mesure de  $FT_1$  en l/h. Même question pour  $FT_2$ .
- 2) Représenter graphiquement la relation entre le courant  $I_1$  du transmetteur  $FT_1$  et le débit  $Q_1$ .
- 3) Même question pour le courant  $I_2$  du transmetteur  $FT_2$  et le débit  $Q_2$ .
- 4) Quelle est la valeur du débit  $Q_1$  si  $I_1 = 10$  mA ?
- 5) Quelle est la valeur de  $I_1$  si  $Q_1 = 100$  l/h ?

$FY$  est un calculateur qui mesure le débit total  $Q_1 + Q_2$ . Son étendue de mesure est de 0 - 1200 l/h. Sa sortie  $I_3$  au standard 4-20 mA, est calculée à l'aide de  $I_1$  et  $I_2$ .

- 6) Représenter graphiquement la relation entre le courant  $I_3$  et le débit  $Q_1 + Q_2$ .
- 7) Exprimer  $Q_1$  en fonction de  $I_1$ ,  $Q_2$  en fonction de  $I_2$ ,  $Q_1 + Q_2$  en fonction de  $I_3$ .
- 8) En déduire  $I_3$  en fonction de  $I_2$  et  $I_1$ .

## Transmetteur de pression différentielle

On utilise un transmetteur de pression différentielle qui a les caractéristiques suivantes :

- étendu de mesure maximale (IMN) : 90 kPa ;
- étendu de mesure réglée (IMR) : 60 kPa ;
- sortie analogique standard 4-20 mA.

9) Quelle est la sensibilité de ce transmetteur en mA/kPa ?

La précision intrinsèque (en % de IMR) du transmetteur est donnée par la plus grande des deux valeurs suivantes :

$$\pm 0,20\% \text{ ou } \pm \frac{0,016\% \times IMN}{IMR} \quad (14)$$

10) Donner la valeur en % de la précision intrinsèque du transmetteur.

11) Quelle est la valeur de l'erreur absolue en kPa pour une pression mesurée de 10 kPa.

## Transmetteur de pression (cerabar PMC 133)

On utilise un transmetteur 4-20 mA de pression différentielle qui a les caractéristiques suivantes :

- linéarité : +/- 0,2 % ;
- hystérésis : mieux que 0,02% PE ;
- stabilité : mieux que 0,1 % p.an ;
- influence de la température : typ. +/- 0,15 %/10°C de l'étendue de mesure de la cellule. Le coefficient Tk correspond au cumul zéro et sensibilité.
- pleine échelle Cellule : -0,2...+0,2bar : Tk = ±0,6 mbar/10 °C ;
- gamme réglée : -100...+100 mbar.

12) Quelle est sa sensibilité de ce capteur en A/bar ?

13) Quelle est la valeur du courant fourni pour une pression de 80 mbar ?

14) Pour une mesure de 80 mbar, quelle peut être la valeur de l'erreur absolue de linéarité ?

15) Pour une mesure de 80 mbar, quelle peut être la valeur de l'erreur absolue d'hystérésis ?

16) Donner une grandeur d'influence de ce transmetteur.

17) Le transmetteur à été étalonné le 01/01/2003 à 30 °C. Quelle peut être l'influence de la température le 01/10/2003 à 0 °C ?

18) Même question pour la stabilité dans le temps.

## Étalonnage

On effectue l'étalonnage d'un capteur de pression. On obtient les résultats suivants :

Pression réelle (en bar)	1	6
Mesure	1,02	6,04

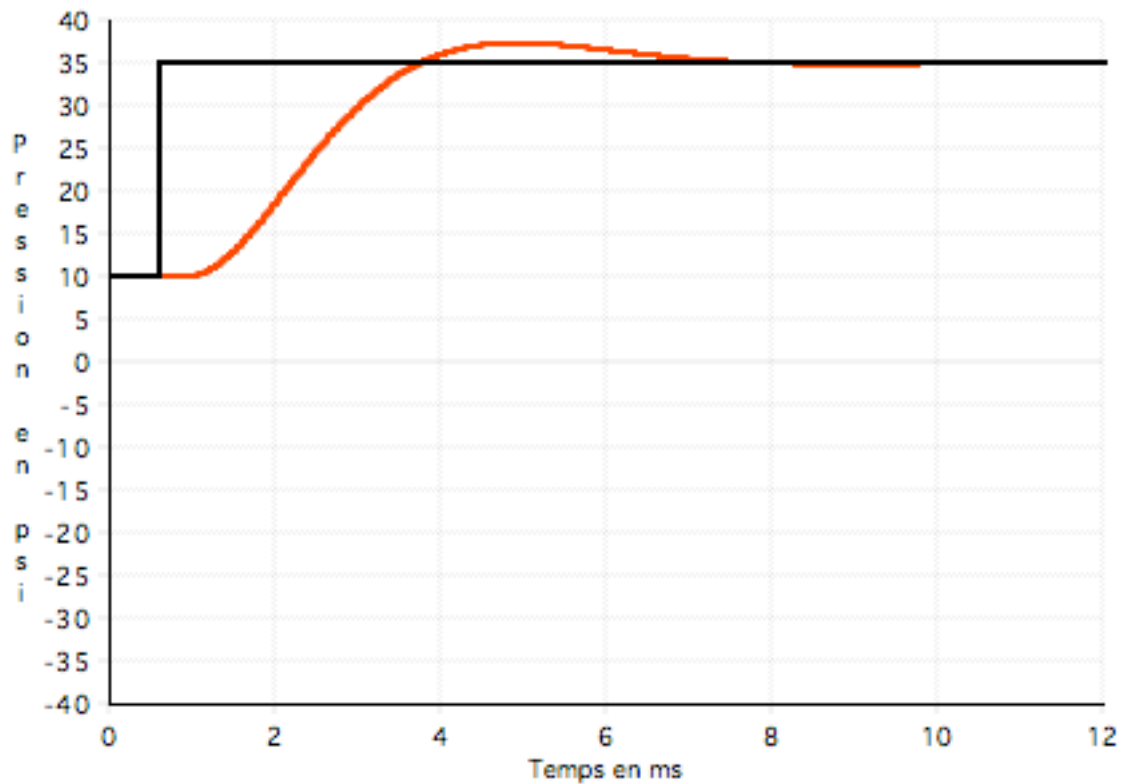
19) Quelle est la valeur de l'erreur de gain en db ?

20) Quelle est la valeur de l'erreur de zéro en mb ?

21) Quelle est la mesure de pression fournie par le capteur si la pression mesurée est de 4 bars ?

22) Quelle est la valeur vraie de la pression si le capteur fournie une mesure de 4 bars ?

## Réponse indicielle



Ci-dessus on donne la réponse indicielle d'un capteur de pression.

- 23) Repérer sur la courbe l'évolution de l'indication du capteur.
- 24) Donnez le temps de réponse à  $\pm 5\%$  du capteur.
- 25) Même question pour un temps de réponse à  $\pm 20\%$ .
- 26) Sur le même graphe, tracez l'évolution de l'erreur en fonction du temps.
- 27) Quelle est la valeur de l'erreur statique en PSI ?