

Corrigé type de l'examen final 2021-2022**Exercice 1 : Question de cours (2points)**

Répondre par Vrai ou Faux.

- 1) Etant donné que la classification représente un cas particulier de la régression, donc la régression logistique représente un cas particulier de régression linéaire.

0.5 point

Réponse : Faux

- 2) Les machines à vecteurs de support, comme les modèles de régression logistique, donnent une distribution de probabilité sur les étiquettes possibles étant donné un exemple d'entrée.

0.5 point

Réponse : Faux

- 3) Les limites de décision à marge maximale qui prennent en charge la construction de machines à vecteurs de support ont l'erreur de généralisation la plus faible parmi tous les classificateurs linéaires.

0.5 point

Réponse : Faux (L'hyperplan à marge maximale est souvent un choix raisonnable, mais il n'est en aucun cas optimal dans tous les cas.)

- 4) Les valeurs des marges obtenues par deux noyaux différents $K_1(x_1, x_2)$ et $K_2(x_1, x_2)$ sur le même ensemble d'apprentissage ne nous disent pas quel classifieur sera le plus performant sur l'ensemble de test.

0.5 point

Réponse : Vrai

Exercice 2: SVM (10 points)

Soit l'ensemble de données $\mathbf{X} = \{(\mathbf{x}^{(t)}, \mathbf{y}^{(t)}), t = 1, \dots, 9\}$ présenté ci-bas.

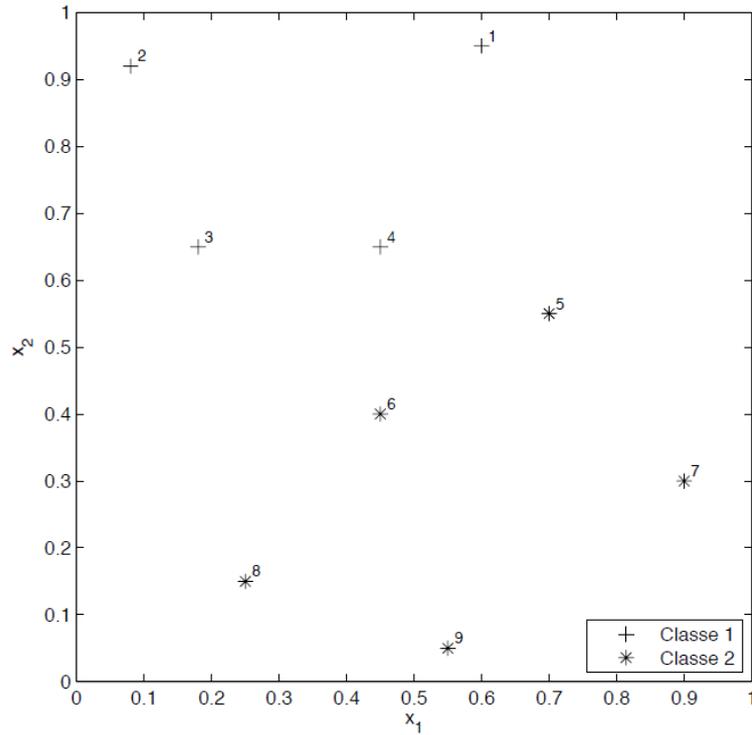
$$\mathbf{x}^{(1)} = \begin{bmatrix} 6 \\ 9.5 \end{bmatrix}, \mathbf{y}^{(1)} = -1, \quad \mathbf{x}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 9.2 \end{bmatrix}, \mathbf{y}^{(2)} = -1, \quad \mathbf{x}^{(3)} = \begin{bmatrix} 1.8 \\ 6.5 \end{bmatrix}, \mathbf{y}^{(3)} = -1,$$

$$\mathbf{x}^{(4)} = \begin{bmatrix} 4.5 \\ 6.5 \end{bmatrix}, \mathbf{y}^{(4)} = -1, \quad \mathbf{x}^{(5)} = \begin{bmatrix} 7 \\ 5.5 \end{bmatrix}, \mathbf{y}^{(5)} = 1, \quad \mathbf{x}^{(6)} = \begin{bmatrix} 4.5 \\ 4 \end{bmatrix}, \mathbf{y}^{(6)} = 1$$

$$\mathbf{x}^{(7)} = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix}, \mathbf{y}^{(7)} = 1, \quad \mathbf{x}^{(8)} = \begin{bmatrix} 2.5 \\ 1.5 \end{bmatrix}, \mathbf{y}^{(8)} = 1, \quad \mathbf{x}^{(9)} = \begin{bmatrix} 5.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \mathbf{y}^{(9)} = 1$$

1) Tracer ces points en deux dimensions.

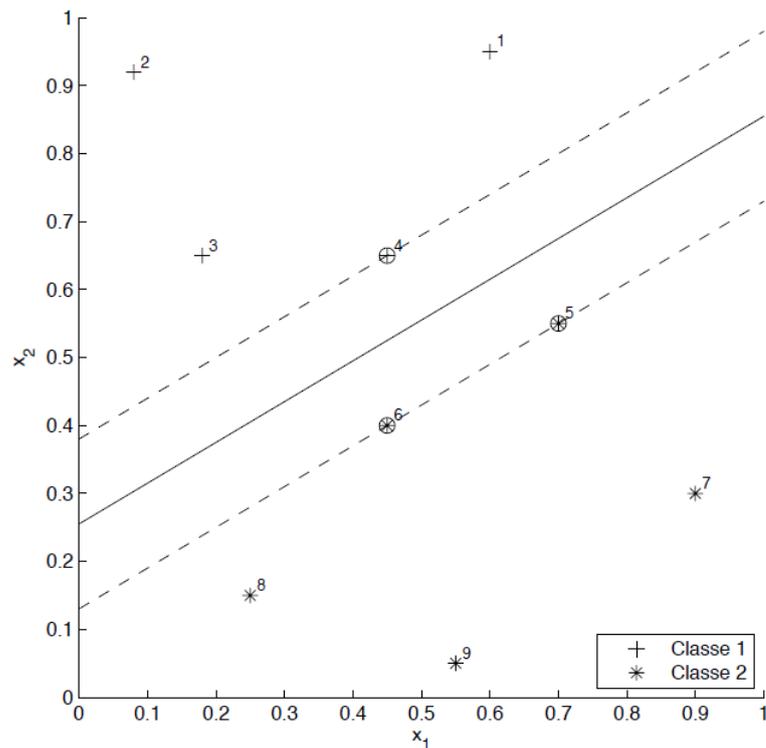
Solution



2 points

2) Supposons que l'on veut classer ces données avec un classifieur de type SVM utilisant un noyau linéaire $K(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \langle \mathbf{x}, \mathbf{x}' \rangle$. Tracez les données de l'ensemble X , les marges géométriques maximales obtenues avec le SVM, l'hyperplan séparateur correspondant, et encerclez les données agissant comme vecteurs de support.

Solution



2 points

3) Donnez les valeurs des poids w et biais w_0 correspondant au discriminant linéaire maximisant les marges géométriques tracées en question 2).

Solution

Trois données sont identifiées comme vecteurs de support : x_1 , x_2 et x_5 . En travaillant directement dans l'espace d'entrée, ceci nous donne trois équations et trois inconnus.

$$h(x^4) = w_2x_2^4 + w_1x_1^4 + w_0 = 6.5w_2 + 4.5w_1 + w_0 = -1$$

$$h(x^5) = w_2x_2^5 + w_1x_1^5 + w_0 = 5.5w_2 + 7w_1 + w_0 = 1$$

$$h(x^6) = w_2x_2^6 + w_1x_1^6 + w_0 = 4w_2 + 4.5w_1 + w_0 = 1$$

3 points

La résolution de ce système d'équation peut se faire par la suivante.

$$\text{EQ1} - \text{EQ3} : (6.5 - 4)w_2 + (4.5 - 4.5)w_1 + (1 - 1)w_0 = -1 - 1$$

$$2.5w_2 = -2 \Rightarrow w_2 = -0.8$$

$$\text{EQ2} - \text{EQ1} : (5.5 - 6.5)w_2 + (7 - 4.5)w_1 + (1 - 1)w_0 = 1 + 1$$

$$-1 \times (-0.8) + 2.5w_1 = 2 \Rightarrow w_1 = 0.48$$

$$\text{EQ1} : 6.5w_2 + 4.5w_1 + w_0 = -1$$

$$6.5 \times (-0.8) + 4.5 \times (0.48) + w_0 = -1 \Rightarrow w_0 = 2.04$$

2 points

La résolution de ce système d'équations nous donne les valeurs suivantes :

$$w_2 = -0.8, \quad w_1 = 0.48, \quad w_0 = 2.04$$

1 point

Exercice 3: Mesure de qualité d'un classificateur (8 points)

Supposons que nous classions les phrases en deux classes, **sentiment** et **sans-sentiment** et obtenons le tableau de contingence (la matrice de confusion) suivante.

	Classe prédite	
	sentiment	sans-sentiment
sentiment	50	150
sans-sentiment	50	750

1) Quel est le rappel, la précision et la mesure-F pour la classe **sentiments** ?

2) Quel est le rappel, la précision et la mesure-F pour la classe **sans-sentiment** ?

Solution :

1) Pour la classe *sentiments* :

Le rappel : $R = \frac{vp}{vp+fn} = \frac{50}{50+150} = 0.25$ **1 point**

La précision : $P = \frac{vp}{vp+fp} = \frac{50}{50+50} = 0.5$ **1 point**

La mesure-F : $F = \frac{2 \times \text{rappel} \times \text{précision}}{\text{rappel} + \text{précision}} = 0.3333$

2 points

2) Pour la classe *sans-sentiment*:

Le rappel : $R = \frac{vn}{vn+fp} = \frac{750}{750+50} = 0.9375$ **1 point**

La précision : $P = \frac{vn}{vn+fn} = \frac{750}{750+150} = 0.8333$ **1 point**

La mesure-F : $F = \frac{2 \times \text{rappel} \times \text{précision}}{\text{rappel} + \text{précision}} = 0.8823$

2 points