

TD 4 : Les Expressions Régulières

Exercice 1:

On considère l'alphabet $L=\{a,b\}$. Donner les expressions régulières correspondant aux propriétés suivantes :

1. Les mots qui ne contiennent aucun b ;
2. Les mots qui ne contiennent pas ab ;
3. Les mots qui contiennent au moins un a ;*
4. Les mots de longueur paire ;
5. Les mots qui ne contiennent pas aa.
6. On considère l'alphabet $X = \{0,1\}$. Donner l'expression régulière caractérisant les nombres binaires et plus grand ou égal à 8.

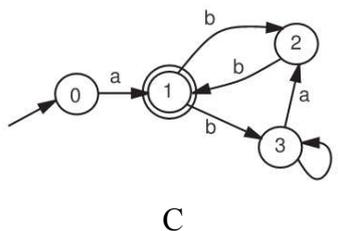
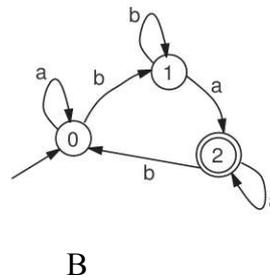
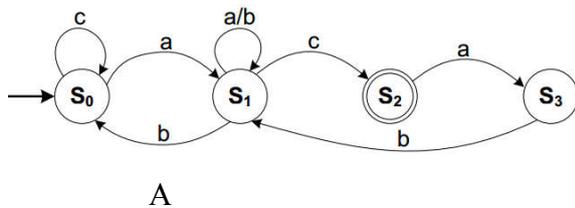
Exercice 2:

Construire les automates d'états finis simple déterministe acceptant les langages suivants :

- $(A + b)^*c$
- $((a^*bc^*)^*acb^*)^*$
- $X^*ab X^*$
- $(1.1^*.0.0^*.1)^*.0.1^*$

Exercice 3:

Déterminer l'expression régulière dénotant les langages $L(A)$, $L(B)$ et $L(C)$ pour les automates A, B, C suivantes (Equations d'Arden ou la réduction de l'automate) :



Exercice 4

Pour chacun des langages suivants, construire l'automate d'états finis qui le reconnaît :

$L1 = \{w \in \{a,b,c\}^* / w \text{ se termine par } a3 \text{ ou } b2\}$

$L2 = \{w \in \{0,1\}^* / w \text{ est divisible par } 3\}$

Exercice 6:

Pour chacune des expressions régulières suivantes, construire un automate fini reconnaissant le même langage.

1. $a^* + (bb)^*$
2. $((ab)^* ab (aa+b)^*)$

Exercice 7:

On considère l'alphabet $X = \{a, b, c\}$

- Donnez l'automate T de Thompson associé à l'expression régulière $a^*b + ac$.
- Donnez un automate A non-déterministe et sans ϵ -transitions correspondant à l'expression régulière $a^*b + ac$.
- Déterminez l'automate A de la question précédente. Donnez les étapes du calcul sous la forme d'un tableau puis dessinez l'automate.
- Donnez l'automate B correspondant à l'expression régulière $!(a^*b + ac)$. Expliquez vos calculs.
- Donnez les équations d'Arden correspondant à l'automate B

Exercice 8

Les langages suivants sont-ils réguliers ? Justifier vos réponses

- $L1 = \{a^n b^m, n \geq 0, m > 0\}$;
- $L2 = \{a^n b^p, n \geq p\}$;
- $L3 = \{(ab)^n c^m (bc)^{n+m} \text{ avec } n, m \geq 0\}$

Exercice 9

- Montrons que le langage $L_1 = \{a_i b_i, i \geq 0\}$ n'est pas régulier.
- En exploitant les propriétés de fermeture, montrer que $L_2 = \{a_i b_j c_j, i, j > 0\}$ n'est pas régulier.